

NÁVRH SIGNÁLNÍHO PLÁNU PRO UZAVÍRKU POMOCÍ BAREVNÉ PETRIHO SÍTĚ

SIGNAL PLAN DESIGN FOR ROAD CLOSURE USING COLOURED PETRI NET

Michal Dorda¹

Anotace: Článek demonstruje jednoduchý model provozu silniční uzavírky řízené dočasným světelným zabezpečovacím zařízením. Model byl vytvořen jako barevná Petriho síť s využitím software CPN Tools ve verzi 3.0.4. Model je navržen tak, aby umožňoval stanovit délky zelených signálů pro oba vozidlové proudy.

Klíčová slova: Uzavírka, signální plán, barevná Petriho síť.

Summary: The paper demonstrates a simple simulation model of a road closure controlled by traffic signals. The model was created as coloured Petri net using software CPN Tools in version 3.0.4. The model is proposed in order to assess lengths of green signals for both car streams.

Key words: Road closure, signal plan, coloured Petri net.

ÚVOD

Barevné Petriho sítě představují jeden z možných nástrojů, pomocí kterých lze modelovat a simulovat celou řadu problémů nejenom z dopravní praxe. Barevné Petriho sítě lze s úspěchem použít např. při dimenzování obslužných logistických systémů.

V předmětu Nekonvenční metody řešení optimalizačních problémů vyučovaným na Institutu dopravy Fakulty strojní VŠB – Technické univerzity dopravy je při výuce využíván následující příklad z běžné dopravní praxe, na kterém jsou demonstrovány možnosti využití barevných Petriho sítí při řešení konkrétního problému.

Uvažujme úsek dvoupruhové pozemní komunikace, na které dojde např. z důvodu provádění rekonstrukce k uzavření jednoho jízdního pruhu a doprava bude realizována kyvadlově v jednom jízdním pruhu. Za tímto účelem je nutné provést návrh pevného signálního plánu pro řízení provozu v úseku dočasným světelným signalizačním zařízením.

Návrh signálního plánu lze provést několika způsoby. Jedním z nich je použití metod uvedených v TP 81 – Zásady pro navrhování světelných signalizačních zařízení na pozemních komunikacích (1). Problém lze rovněž řešit pomocí lineárního programování. V publikaci (2) jsou popsány dvě varianty matematického modelu umožňující řešiteli získat data k sestavě signálního plánu. Další variantou je využití simulace. V tomto článku se tedy zaměříme na demonstraci možnosti využití barevných Petriho sítí při řešení problému návrhu pevného

¹ Ing. Michal Dorda, Ph.D., VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu 15, 708 33 Ostrava-Poruba, Tel.: +420 597 325 754, E-mail: michal.dorda@vsb.cz

signálního plánu pro řízení provozu na úseku dvoupruhové komunikace s uzavřeným jedním pruhem.

1. BAREVNÉ PETRIHO SÍTĚ

Petriho sítě představují matematický nástroj pro modelování a simulaci diskrétních systémů, mezi které patří např. systémy hromadné obsluhy. Prvotní koncept Petriho sítí byl zaveden německým matematikem C. A. Petrim v roce 1962. Z původního konceptu C/E Petriho sítí (C jako condition, E jako event) vychází celá řada dalších druhů Petriho sítí – P/T Petriho sítě (P jako place, T jako transition) nebo právě barevné Petriho sítě, které budou v tomto článku využity.

Jeden z nejrozšířenějších softwarových nástrojů pro editaci, modelování a simulaci barevných Petriho sítí je software CPN Tools šířený jako freeware, více informací lze nalézt na webových stránkách <http://cpntools.org/start>. Více informací o barevných Petriho sítích a jejich podtřídách lze potom nalézt v publikaci (3).

Každá barevná Petriho síť vytvořená v software CPN Tools je dle (4) tvořena ze dvou částí a to z části:

- Grafické, která je tvořena grafem Petriho sítě.
- Textové, která je nazývána inskripcí.

Pro graf každé Petriho sítě platí, že se jedná o bipartitní orientovaný graf tvořený:

- Místy zpravidla zobrazovanými jako kolečka nebo elipsy, množinu všech míst grafu Petriho sítě zpravidla označujeme P.
- Přechody zpravidla zobrazovanými jako obdélníky, množinu všech přechodů grafu Petriho sítě zpravidla označujeme T, přičemž musí platit, že $P \cap T = \{ \}$.
- Orientovanými hranami, které mohou buď směřovat od míst k přechodům, nebo od přechodů k místům.

Pomocí míst zpravidla modelujeme stavy systému (nebo také aktivity) a pomocí přechodů události v modelovaném systému. Avšak abychom mohli modelovat stavy systému, musíme do grafu Petriho sítě zavést tokeny (značky). Tokeny mohou např. představovat vozidla apod. Rozmístění tokenů v místech potom definuje stav systému v daném okamžiku – hovoříme o značení sítě. Počáteční rozmístění tokenů v síti se nazývá počáteční značení. V případě barevných Petriho sítí má každý token přidělen určitou hodnotu, která je nazývána barvou. Může se jednat např. o text, číslo nebo o jejich kombinaci atd. V barevné Petriho síti jsme tedy schopni rozlišit různé typy tokenů, což v C/E a P/T Petriho sítích nelze.

Inskripční část barevné Petriho sítě vytvořené v nástroji CPN Tools dle (4) především obsahuje:

- Deklaraci množin (tříd) barev tokenů, se kterými bude v síti pracováno. V software CPN Tools lze rovněž pracovat s časovanou třídou barev. V případě, že bude třída barev deklarována jako časovaná, je každému tokenu z této třídy barev přiřazeno časové razítko, které udává hodnotu simulačního času, kdy může být daný token nejdříve znovu použit. V nástroji CPN Tools je časové razítko zapsáno ve tvaru $@+Z_0^+$, kde Z_0^+ vyjadřuje celé nezáporné číslo.

- Deklaraci proměnných a funkcí (např. pro generování hodnot z určitého rozdělení pravděpodobnosti).
- Deklaraci monitorovacích funkcí – tyto funkce slouží např. k získávání simulačních výsledků, k zastavení simulace při splnění určité podmínky atd.
- Specifikaci množin barev tokenů přiřazených místům – každému místu musí být přiřazena jedna množina barev tokenů, v místě se nemohou vyskytovat tokeny z jiné množiny barev.
- Hranové výrazy, které ohodnocují jednotlivé hrany sítě – každá hrana musí mít přiřazen hranový výraz.
- Počáteční značení, které definuje rozložení tokenů ve výchozím stavu sítě.
- Strážní podmínky, které mohou být přiřazeny přechodům a které ovlivňují proveditelnost příslušného přechodu.

2. POPIS MODELOVANÉHO PROBLÉMU

Uvažujme tedy situaci, kdy na dvoupruhové pozemní komunikaci dojde k uzavření jednoho jízdního pruhu a provoz bude řízen střídavě v jednom jízdním pruhu pomocí dočasného světelného signalizačního zařízení.

Označme si oba proudy střídavě vstupující do úseku s omezením jako proudy A a B. Předpokládejme, že oba proudy jsou Poissonovské s parametrem λ_A pro proud A a λ_B pro proud B. Tento předpoklad lze v praxi snadno ověřit provedením dopravního průzkumu a aplikací např. Pearsonova χ^2 testu dobré shody k otestování hypotézy o Poissonově vstupním toku. Pro potřeby simulace v CPN Tools je pro nás ovšem důležitější údaj o pravděpodobnostním rozdělení mezer mezi příjezdy po sobě jdoucích vozidel v daném proudu. Zde využijeme známého vztahu Poissonova a exponenciálního rozdělení, který nám říká, že je-li vstupní proud Poissonův s parametrem λ_A , resp. λ_B , potom jsou mezery rozděleny exponenciálně se stejným parametrem.

Z hlediska teorie světelně řízených křižovatek lze tento případ považovat za jednoduchý případ světelně řízené křižovatky, do které vstupují pouze dva navzájem kolizní dopravní proudy. Z tohoto důvodu je zřejmé, že pro řízení provozu je nutné použít dvoufázové schéma, kde v první fázi nechť se nachází proud A a ve druhé fázi proud B.

Pro délku cyklu c potom musí dle (1) platit vztah:

$$c = Z_A + m_{A-B} + Z_B + m_{B-A} [s], \quad (1)$$

kde: Z_A ... délka zelené pro proud A [s],

Z_B ... délka zelené pro proud B [s],

m_{A-B} ... mezičas mezi koncem zelené pro proud A a začátkem zelené pro proud B [s],

m_{B-A} ... mezičas mezi koncem zelené pro proud B a začátkem zelené pro proud A [s].

Mezičas musí zajistit, aby poslední vozidlo vyklízející úsek při končící zelené stačilo bezpečně opustit tento úsek, než do úseku najede první vozidlo při začátku zelené v opačném směru. Jelikož vyklizovací dráha i vyklizovací rychlost bude pro oba směry uvažována stejná, můžeme pro výpočet obou mezičasů psát vztah dle (1):

$$m_{A-B} = m_{B-A} = \frac{L_v}{v_v} \cdot 3,6 + t_b [s], \quad (2)$$

kde: $L_v...$ vyklizovací dráha [m], tato dráha se stanoví jako dráha mezi návěstidly v obou směrech,

$v_v...$ rychlost vyklizujícího vozidla v $[km \cdot h^{-1}]$, tato rychlost má být dle (1) volena přibližně v rozmezí $20 - 30 km \cdot h^{-1}$,

$t_b...$ bezpečnostní doba [s], dle (1) se doporučuje použít $t_b=4 s$.

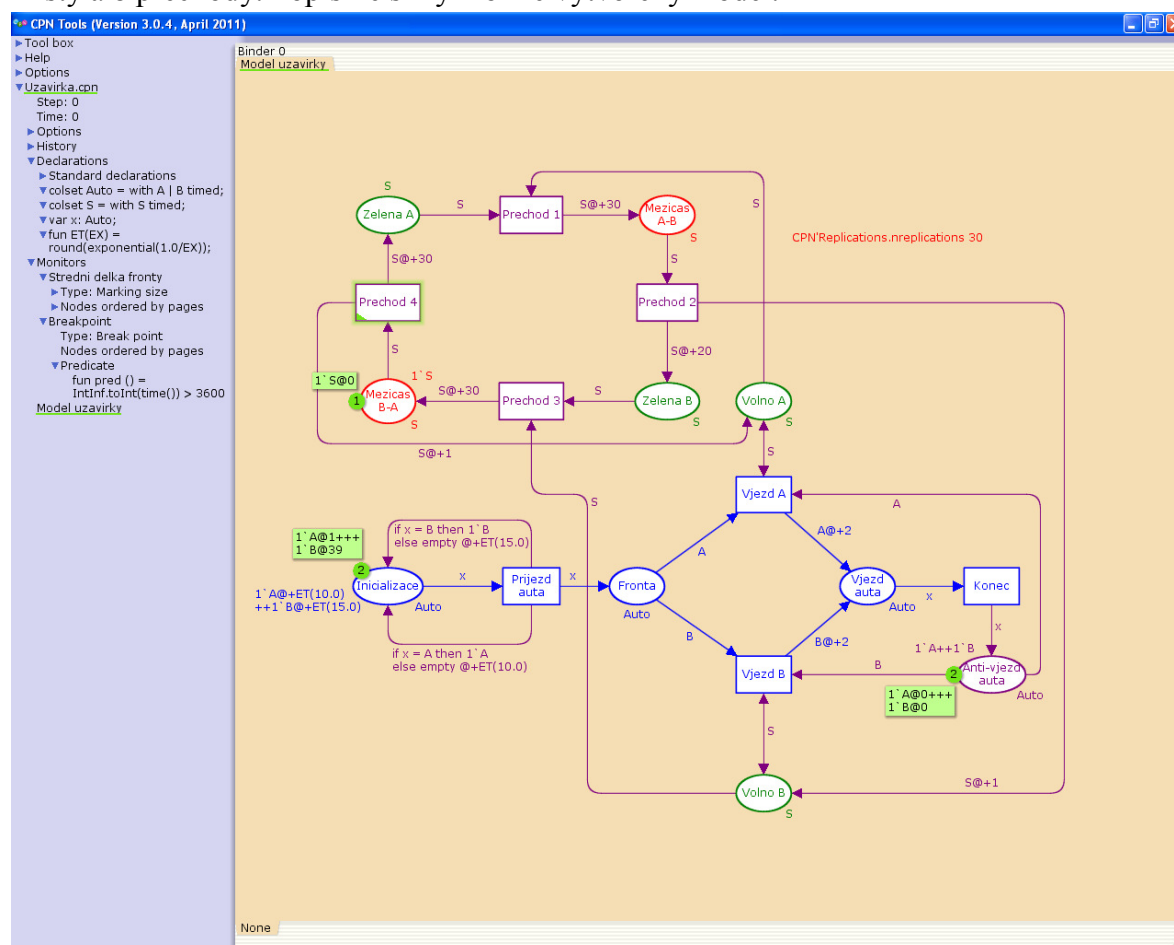
Jak již bylo uvedeno, délky zelených mohou být stanoveny různými způsoby a to např. s využitím:

- Výpočetních metod uvedených v TP 81 (1).
- Matematického modelování – viz např. (2).
- Simulačních metod.

V tomto článku se zaměříme na třetí způsob, vhodné doby zelených pro oba směry stanovíme na základě experimentů s modelem barevné Petriho sítě sestaveným v software CPN Tools ve verzi 3.0.4.

3. POPIS VYTVOŘENÉHO SIMULAČNÍHO MODELU

Celkový pohled na vytvořený model je zobrazen na Obr. 1. Model je tvořen celkem 10 místy a 8 přechody. Popišme si nyní blíže vytvořený model.



Zdroj: Autor

Obr. 1 – Model vytvořený v nástroji CPN Tools, verze 3.0.4.

V Petriho síti znázorněné na Obr. 1 byly použity parametry modelu, které jsou přehledně uvedeny v Tab. 1 níže.

Tab. 1 – Parametry dosazené do modelu na obr. 1.

Parametr modelu	Nastavená hodnota parametru
λ_A	6 voz. · min ⁻¹
λ_B	4 voz. · min ⁻¹
m_{A-B}, m_{B-A}	30 s
Z_A	30 s
Z_B	20 s

Zdroj: Autor

Barevná Petriho síť pracuje s dvěma třídami tokenů pojmenovaných „Auto” a „S”. Třída tokenů „Auto” zahrnuje tokeny barev „A” a „B”, které slouží pro modelování vozidel v jednotlivých proudech. Třída tokenů „S” obsahuje tokeny barvy „S” a představuje tokeny, které modelují jednotlivé fáze cyklu řízení. Dále byla v deklarační části definována proměnná „x”, jejíž hodnota může být navázána na tokeny z třídy barev „Auto”. Pro potřeby generování náhodných dob trvání byla dále nadefinována funkce:

$$fun ET(EX) = round(exponential(1.0/EX));$$

která generuje hodnoty z exponenciálního rozdělení se střední hodnotou EX. Dále je vhodné zmínit, že při simulaci byla jako základní jednotka použita 1 s, všechny časové údaje je tedy třeba zadávat v modelu v [s].

Místo „Inicializace” a přechod „Prijezd auta” slouží ke generování Poissonova vstupního toku vozidel v obou směrech. Počáteční značení místa „Inicializace” je definováno ve tvaru:

$$I`A@+ET(10.0)+I`B@+ET(15.0),$$

což zajišťuje, že první vozidlo jak pro směr A, tak pro směr B přijede po uplynutí exponenciální doby se střední hodnotou plynoucí z Tab. 1. K příjezdu dalšího vozidla v každém směru dojde opět po uplynutí exponenciální doby s odpovídající střední hodnotou, což je zajištěno pomocí hranových výrazů hran spojujících přechod „Prijezd auta” a místo „Inicializace” ve tvaru:

$$if x = A then I`A else empty @+ET(10.0) a if x = B then I`B else empty @+ET(15.0).$$

Fronta vozidel čekajících před návštěvnicí je modelována pomocí místa „Fronta”. Ve skutečnosti jsou sice tyto fronty dvě, ale pro naše potřeby můžeme tyto dvě fronty modelovat pomocí jedné fronty. Navíc, protože máme definovány dvě barvy tokenů modelující vozidla, jsme v případě potřeby schopni stanovit počet vozidel čekajících v jednotlivých směrech.

Nyní musíme přistoupit k namodelování vlastního řízení provozu. Jak plyne ze vztahu (1), pro naše potřeby nám stačí správně namodelovat zelené signály pro oba směry, během kterých mohou do úseku vstupovat vozidla v příslušném směru, a doby mezičasu pro oba směry, během kterých do úseku nemohou vstupovat vozidla v žádném směru. Zelený signál pro směr A je modelován pomocí míst „Zelena A” a „Volno A”, zelený signál pro směr B je namodelován pomocí míst „Zelena B” a „Volno B”. Mezičasy mezi proudy jsou potom modelovány pomocí míst „Mezicas A-B”, resp. „Mezicas B-A”. Střídání mezi těmito částmi celého řídicího cyklu je realizováno pomocí přechodů označených „Prechod 1” až „Prechod

4“. Potřebná délka trvání zelených signálů a mezičasů je zajištěna aktualizací časového razítka tokenu „S“ předepsanou v příslušném hranovém výrazu.

Jak plyne z počátečního značení místa „Mezicas B-A“, které je ve tvaru „I`S“, při hodnotě simulačního času $T=0$ je proveditelný přechod „Prechod 4“, čímž dojde k odebrání tokenu „S“ z místa „Mezicas B-A“, přidání tokenu „S@+30“ do místa „Zelena A“ (tímto je zajištěna potřebná délka trvání signálu volno pro směr A) a tokenu „S@+1“ do místa „Volno A“ (tímto je zajištěno zpoždění prvního vozidla ve směru A při vjezdu do úseku, což odpovídá reakční době řidiče).

Vjezd vozidel do úseku s omezením je modelován pomocí přechodu „Vjezd A“, resp. „Vjezd B“. K vjezdu může dojít pouze tehdy, svítí-li pro příslušný směr zelený signál – toto je zajištěno pomocí testovací hrany, která spojuje příslušný přechod modelující vjezd a místo „Volno A“, resp. „Volno B“. Hranový výraz těchto testovacích hran je ve tvaru „S“. Jelikož je zřejmé, že vozidla do úseku vstupují v určitých rozestupech, je nutno toto také zohlednit v simulačním modelu. Bylo uvažováno, že mezery mezi vozidly vstupujícími do úseku jsou rovny 2 s, první vozidlo v řadě tedy vjede do úseku za 3 s od okamžiku rozsvícení zeleného signálu (uvažujeme navíc reakční dobu), další vozidlo za 5 s, atd. Tyto rozestupy mezi vozidly jsou zajištěny pomocí hranových výrazů na hranách, které spojují přechody „Vjezd A“ a „Vjezd B“ s místem „Vjezd auta“. Jelikož se v místě „Vjezd auta“ může současně nacházet pouze jeden token a to buď barvy „A“ nebo „B“, muselo být přistoupeno k vytvoření místa „Anti-vjezd auta“ s počátečním značením „I`A++I`B“.

Jelikož naším úkolem je navrhnout délky zelených pro oba směry, můžeme za předpokladu, že vozidla, která vstoupila do úseku, mohou plynule úsek opustit, modelování dalších fází jízdy vozidel vynechat. Posledním přechodem modelu je tedy přechod „Konec“.

Nyní je třeba přistoupit k formulaci optimalizačního kritéria. Uvažujme, že naší snahou bude minimalizovat součet středních délek front pro oba směry. Proto byla do modelu vložena monitorovací funkce „Stredni delka fronty“ asociována s místem „Fronta“, která slouží k odhadu součtu středních délek obou front. Dále byla vytvořena monitorovací funkce „Breakpoint“, která ukončí simulační běh po dosažení hodnoty simulačního času 3600 s. A konečně, za účelem statistického zpracování simulačních výsledků je v případě stochastického modelu nutno v rámci každého experimentů realizovat více nezávislých simulačních běhů, což lze zajistit vyhodnocením výrazu:

$CPN'Replications.nreplications\ 30,$

čímž je realizováno 30 simulačních běhů ukončených po dosažení předepsané hodnoty simulačního času.

4. VYHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ

Za účelem nalezení vhodného signálního plánu byla provedena série simulačních experimentů s modelem popsáním v předchozí části. V rámci těchto experimentů byly ručně měněny délky zelených pro oba směry (úpravou příslušných hranových výrazů) tak, aby bylo dosaženo co nejmenšího odhadu součtu středních délek front pro oba směry. Při volbě délek zelených si lze pomoci skutečností, že na základě poměrů intenzit obou směrů by délka zelené pro směr B měla být zhruba rovna dvěma třetinám délky zelené pro směr A. Při volbě

zelených byly uvažovány celočíselné hodnoty od 20 do 50 s. Nejlepší dosažené výsledky jsou přehledně uvedeny v Tab. 2.

Tab. 2 – Přehled 10 nejlepších dosažených výsledků.

Délka zelené pro směr A [s]	Délka zelené pro směr B [s]	Součet průměrných délek front [s]	Dolní mez 95% intervalu spolehlivosti pro součet středních délek front [s]	Horní mez 95% intervalu spolehlivosti pro součet středních délek front [s]
45	30	7,00	6,82	7,18
35	25	7,02	6,83	7,22
40	30	7,03	6,85	7,21
46	30	7,08	6,93	7,24
47	30	7,09	6,92	7,26
35	20	7,10	6,86	7,33
45	32	7,11	6,91	7,30
50	30	7,11	6,93	7,29
50	35	7,12	6,93	7,32
40	25	7,13	6,93	7,32

Zdroj: Autor

Jak lze vidět v Tab. 2, na základě provedených experimentů se jeví jako nejvhodnější použít délku zelené pro směr A 45 s a délku zelené pro směr B 30 s. Celková doba cyklu c se potom bude rovnat 135 s. Je nutné zmínit, že toto řešení nemůžeme považovat za optimální.

5. ZÁVĚR

V článku byl demonstrován jednoduchý model řízení kyvadlového provozu na úseku s uzavírkou jednoho jízdního pruhu. Model byl vytvořen jako barevná Petriho síť v software CPN Tools. Tento model je využíván při výuce na Institutu dopravy Fakulty strojní VŠB – TU Ostrava.

Prezentovaný model umožňuje nalézt vhodné délky zelených pro oba vozidlové proudy. Podstatnou nevýhodou je neexistence optimalizační nástavby software CPN Tools, která by umožňovala nalézt alespoň suboptimální řešení s využitím moderních metaheuristických optimalizačních metod (např. horolezecký algoritmus, simulované žíhání atd.). Řešitel je nucen zkoušet jednotlivá nastavení délek zelených ručně, hodnoty, které v průběhu experimentu volí, závisí tedy pouze na jeho vlastním úsudku a zkušenostech. Získané řešení nelze tedy považovat za optimální, jedině v případě, kdy by řešitel postupně prověřil všechna přípustná řešení. Na druhou stranu, tento model umožňuje prověřit simulací jednotlivé varianty, které byly získány jinými metodami, např. metodami uvedenými v TP 81 (1).

LITERATURA

- (1) TP 81 – Navrhování světelných signalizačních zařízení pro řízení silničního provozu. Brno: Centrum dopravního výzkumu, 1996, 111 s. ISBN 80-902141-2-6.
- (2) ČERNÝ, J. – KLUVÁNEK, P. *Základy matematickej teórie dopravy*. Bratislava: VEDA, 1990, 279 s. ISBN 80-224-0099-8.
- (3) JENSEN, K., KRISTENSEN, L. M. *Coloured Petri Nets: Modelling and Validation of Concurrent Systems*. Berlin: Springer-Verlag, 2009. ISBN 978-3-642-00283-0.

- (4) ČEŠKA, M., MAREK, V., NOVOSAD, P., VOJNAR, T.: *Petriho síť – studijní opora* [online]. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2009 [cit. 2012-02-27]. Dostupné z http://www.fit.vutbr.cz/study/courses/PES/public/Pomucky/PES_opora.pdf.

*Článek vznikl za přispění grantového projektu SP2012/113 Fakulty strojní VŠB-TU Ostrava
„Vývoj nových metod pro podporu plánování a řízení dopravních procesů“*