

SOUČINITEL TŘENÍ PLOCHÉHO LANA

FRICITIONAL COEFFICIENT OF THE FLAT ROPE

Leopold Hrabovský¹

Anotace: V příspěvku je popisována metodika určení součinitele tření plochého řemene vůči ocelovému trakčnímu kotouči za rozdílných provozních podmínek. Ploché řemeny jsou určeny především pro bezúdržbové aplikace nákladních a osobních výtahů, kde nahrazují řetězy a ocelová lana.

Klíčová slova: součinitel tření, ploché lano.

Summary: The paper describing philosophy determination of the coefficient friction flat belt in face of steel tractive disk behind different service conditions. Flat belts are identified above all for maintenance-free application freight and passenger lift, where substitute chains and steel ropes.

Key words: friction coefficient, flat rope.

ÚVOD

Snaha výrobců vyhrazených zdvihacích zařízení, do jejichž působnosti spadají i výtahy, o realizaci prostorově úsporných řešení, všech typů výtahů, vyústila k využívání plochých výtahových lan. Dle platných norem (1) na území ČR je volen minimální průměr třecího lanového kotouče jako 40-ti násobek průměru nosného prvku (ocelového lana). Vzhledem k nemožnosti využití menšího průměru nosného lana, u výtahu s elektrickým pohonem, než 8 mm (a min. počtu dvou lan) vycházejí průměry třecích kotoučů poměrně velkých rozměrů (které se záměrně z důvodu omezení úhlu opásání lana vůči kotouči, pro zamezení kolize výtahové kabiny a protizávaží, ještě navyšují).

Plochá výtahová lana využívají průřezy dílčích lan podstatně menších rozměrů (jejich vzájemný součet však dává potřebný minimální normový průřez nosného lana).

1. VYUŽÍVANÉ KOMPONENTY

Pro účely stanovení součinitele tření plochého výtahového lana vůči hladkému povrchu ocelové lanové kladky byl použit plochý řemen (viz Obr. 1) typového označení Megalinear[®] 30 P3 Flat Lift Belt, výrobce Megadyne R&D S.p.A., via Trieste n. 16-10075 MATHI (Turin) Italy, dodávaný na tuzemský trh společností MEGADYNE CZ s. r. o. se sídlem v Praze (blíže viz (2)).

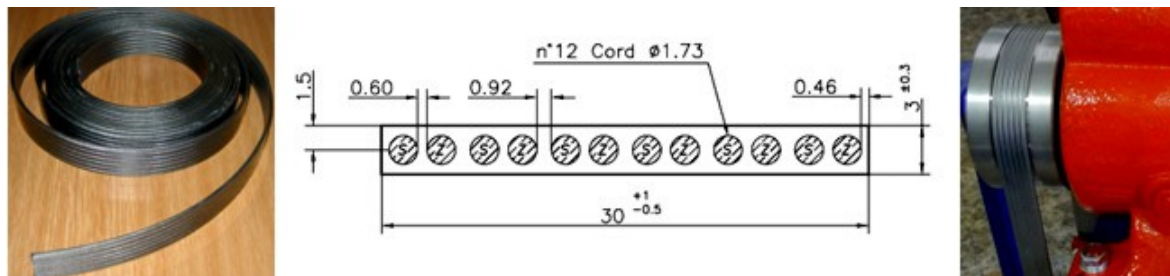
Dle (1, kap. 9.2.1) musí být poměr roztečných průměrů D_t [mm] třecích kotoučů ke jmenovitému průměru d [mm] nosných lan minimálně 40, nezávisle na počtu pramenů. Tedy dle užitého plochého řemene s průměry jednotlivých lan $d = 1,73$ mm (v počtu 12, viz obr. 1) je určen, dle vztahu (1), minimální průměr roztečného průměru D_t [mm] třecího kotouče

¹ doc. Ing. Leopold Hrabovský, Ph.D., Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra 342, Institut dopravy, Ústav dopravních a procesních zařízení, 17. listopadu 15/2172, 708 33 Ostrava-Poruba, Tel.: +420597323185, Fax: +420596916490, E-mail: leopold.hrabovsky@vsb.cz

(lanové kladky).

$$\frac{D_t}{d} \geq 40 \Rightarrow D_t = 40 \cdot d = 40 \cdot 1,73 = 69,2 \text{ mm} \quad (1)$$

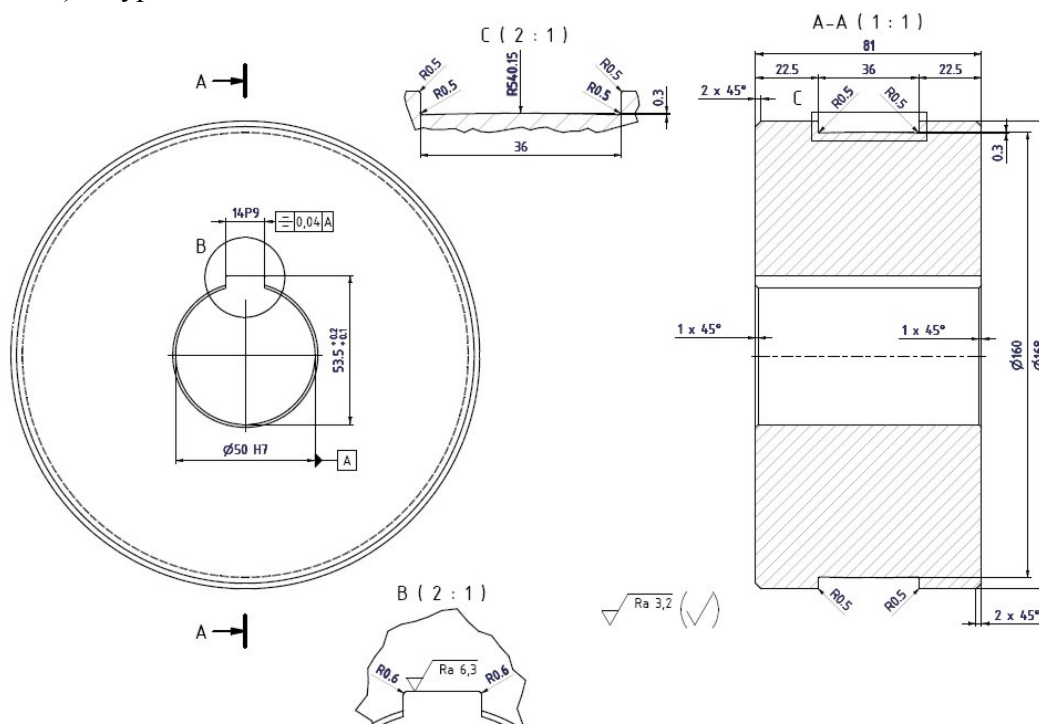
Roztečný průměr třecího kotouče (lanové kladky) byl pro účely měření navržen $D_t = 163 \text{ mm}$, rozměrové parametry třecího kotouče uvádí Obr. 2.



Zdroj: Autor

Obr. 1 - Plochý řemen Megalinear® 30 P3

Zkušební zařízení bylo nainstalováno na ocelovém rámu s horní a spodní platformou. Na horní platformě byla připevněna sestava poháněcí jednotky, kterou tvoří elektromotor (AF 323218-165, P = 1,1 kW, MEZ Mohelnice) s převodovou skříní (TS 030329, i = 1 : 16, MEZ Mohelnice) a vypínačem.



Zdroj: Autor

Obr. 2 - Třecí kotouč (lanová kladka) o roztečném průměru $D_t = 163 \text{ mm}$

Pod hnacím kotoučem nalisovaném na výstupním hřídeli převodové skříně byl ponechán volný prostor pro vedení plochého řemene. Plochý řemen byl veden tak, že jak nabíhající tak odbíhající větve byly rovnoběžné, bez přidavného usměrňování kladkami, čímž byl docílen úhel opásání řemene na kotouči 180 deg. K oběma koncům řemene byly lanovou

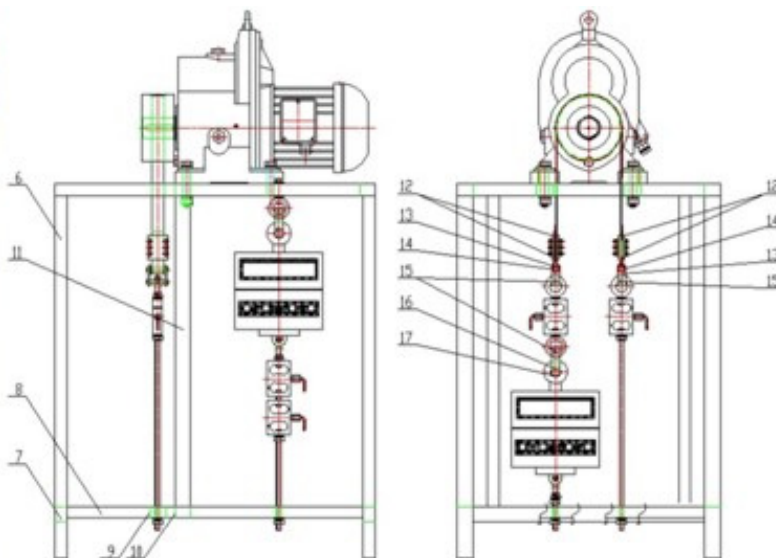
svěrou (bez poškození jeho průřezu) připevněny tenzometrické snímače zatížení tzv. siloměry (RSCS C3/500 kg) a k druhému připojovacímu místu siloměrů byly nainstalovány šroubové napínače, jejichž nastavením byly ustaveny konce řemenu do přibližně stejné výšky. Opačné konce šroubových napínačů byly ukotveny do držáků ve spodní platformě.

Součinitel tření μ [-] byl zjišťován nepřímo pomocí měření zatížení v nabíhající (T_1 [kg]) a odbíhající (T_2 [kg]) větvi plochého řemene při jeho opásání na hladkém poháněcím kotouči průměru $\phi = 160$ mm. Kotouč byl nalisován letmo na výstupním hřídeli z převodové skříně, jejíž vstupní hřídel byl poháněn elektromotorem napájeným pomocí frekvenčního měniče. Jeho regulací bylo postupně dosaženo mezního krouťícího momentu na kotouči, kdy začalo docházet k prokluzování plochého řemene na něm. Při tomto mezním stavu byly odečteny střední hodnoty tahů z obou siloměrů a pomocí upraveného Eulerova vztahu (2), s využitím programu MathCad Professional 2000, vypočteny hodnoty součinitele tření jednoho dílčího měření.

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{\mu \cdot \alpha} \Rightarrow \mu = \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\alpha} \quad [-] \quad (2)$$

2. POSTUP A FÁZE MĚŘENÍ SOUČINITELE TŘENÍ

Objednatel požádal o určení součinitele tření za níže definovaných, možných, provozních podmínek třecího přenosu tažné síly mezi hnací, hladkou, ocelovou kladkou a plochým řemenem, s cílem zjistit minimální součinitel tření při různých technicky možných stavech povrchu kotouče nebo plochého řemenu a při silových poměrech odpovídajících nosnosti výtahu 630 kg a 1000 kg předem daného lanování (Obr. 5).



Zdroj: Autor

Obr. 3 - Zkušební zařízení pro určení součinitele tření

2.1 Měření součinitele tření na suchém, čistém kotouči

Zkušební zařízení, Obr. 3, bylo sestaveno a elektricky zapojeno v souladu se standardní technickou praxí. Drážka hnacího kotouče byla řádně očištěna, odmaštěna a zkontrolována z

hlediska neporušenosti válcového tvaru. Následně byl na kotouč nasazen vybraný úsek plochého řemene potřebné délky, který byl rovněž zbaven veškerých nečistot, které by mohly ovlivnit měření. Pomocí šroubových napínačů se oba volné konce plochého řemene ustavily do přibližně shodné úrovně a následně se jimi vyvodila počáteční předpětí (T_1 a T_2) v obou větvích řemene v klidu hnacího kotouče na cca 2 kN pro nosnost výtahu 630 kg a 3 kN pro nosnost výtahu 1000 kg, viz Obr. 5 a (4). Předpětí (T_1 a T_2) v obou větvích řemene bylo snímáno pomocí siloměrů a zaznamenáno prostřednictvím měřicí karty na monitoru osobního počítače.

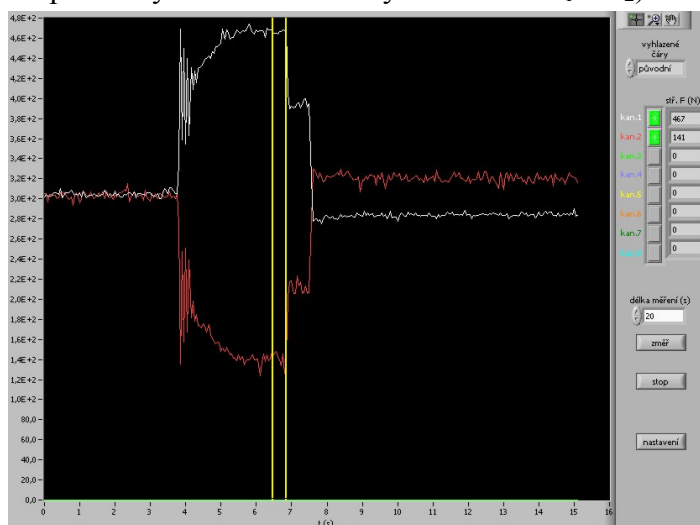
Dle katalogové hodnoty výrobce (Megadyne Megalinear[®] 30 P3 (2)) plochého řemenu platí zaručená únosnost $F_z = 42$ kN. Dle [1, kap. 9.2.2 a)] součinitel bezpečnosti nosných lan k [-] nesmí být menší než 12 u pohonu s třecím kotoučem se třemi nebo více nosnými lany. Objednatel deklaruje využití 3 nosných průřezů plochých řemenů (\Rightarrow je tedy volen součinitel bezpečnosti nosných lan $k = 12$). Zatížení v nabíhající větvi plochého řemene na třecí kotouč smí nabývat maximální velikosti T_1 [kg] dle (3).

$$T_1 = \frac{F_z}{g \cdot k} = \frac{42 \cdot 10^3}{9,81 \cdot 12} = \frac{42 \cdot 10^3}{117,72} = 356,78 \text{ kg} (= 3500 \text{ N}) \quad (3)$$

Je-li uvažováno zatížení ($P + Q = 1900$ kg) od reálné instalace (lanování $i = 2:1$), viz dispoziční řešení Obr. 5, pak v nabíhající větvi plochého řemene na třecí kotouč nabývá zatížení maximální velikosti T_1 [kg] dle (4).

$$T_1 = \frac{P + Q}{i \cdot n} = \frac{1900}{2 \cdot 3} = \frac{1900}{6} = 316,67 \text{ kg} (= 3106,5 \text{ N}) \quad (4)$$

Měřicí program (vytvořený ve vývojovém prostředí LabWiew) zaznamenával prostřednictvím měřicí karty (typového označení DAQ Card - 6024 E) průběh dvou veličin (maximální nabíhající síly $F_N = T_1 \cdot g$ [N] a minimální hodnota odbíhající síly $F_O = T_2 \cdot g$ [N]) v okamžiku počátku prokluzu řemene na lanovém kotouči, které jsou graficky znázorněny měřicím programem, viz Obr. 4. Snímané hodnoty působících zatížení v obou větvích lana byly, pro účely dalšího vyhodnocování měření, uloženy v textovém formátu, který obsahuje řadu tří hodnot (času a příslušných hodnot měřených zatížení T_1 a T_2).



Zdroj: Autor

Obr. 4 - Experimentální (měřené) hodnoty zatížení v obou větvích plochého lana

Snímání hodnot signálů v [mV] dvou snímačů a potažmo určení součinitele tření plochého lana v drážce lanového kotouče bylo prováděno na přenosném PC Acer Aspire 1712 SMi s procesorem Intel Pentium 4 - 3,0 GHz, operační paměti 512 MB DDR 333/400 RAM, v prostředí Microsoft Windows XP Home Edition.

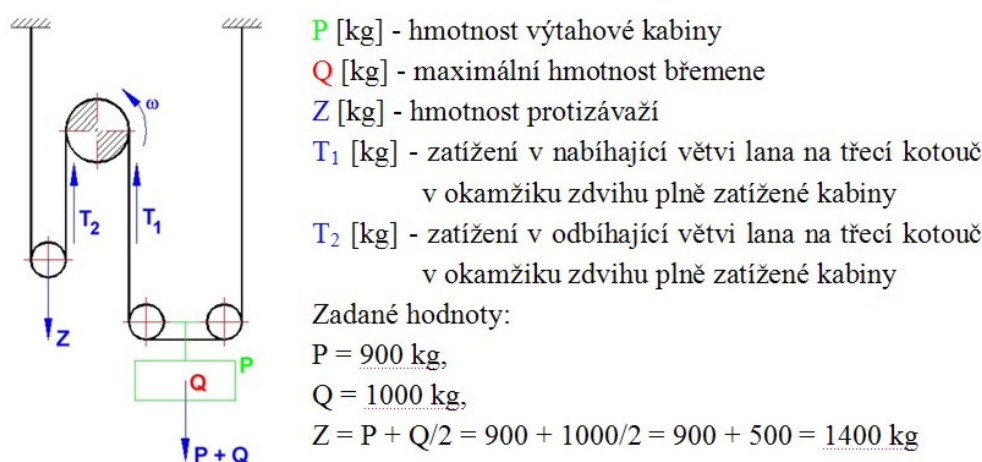
Napájecí svorky snímačů byly napájeny z laboratorního zdroje (stabilizovaného zdroje napětí) P 230 R51 D stejnosměrným napětím o hodnotě +15 V, deformací tenzometrů snímačů byly z jejich výstupních svorek odečítány přírůstky napětí, jež odpovídají hodnotám tahových sil dříve cejchovaných křivek tenzometrických snímačů zatížení.

Výstupní svorky tenzometrických snímačů byly vyvedeny na svorkovnici měřicí karty. Měření bylo vyhodnocováno multifunkční měřicí kartou firmy National Instruments, karta nese označení DAQ Card - 6024 E.

Pomocí grafického vývojového prostředí programu LabVIEW byl vytvořen speciální program pro snímání a grafické znázornění měřených hodnot (Obr. 4) ve voleném časovém pásmu, jimiž jsou výstupní hodnoty signálů v [mV] tenzometrických snímačů zatížení.

Experimentálně získané hodnoty (specifikovaným postupem a metodou) zatížení v obou větvích lana, odečítané z měřicího programu, viz Obr. 4, pro působící okamžité zatížení v dané větvi plochého lana v počátku prokluzu lana vůči povrchu drážky lanového kotouče (jež závisí na velikosti napínacích sil v obou větvích lana), umožňují s využitím vztahu (1) definovat požadovaný součinitel tření.

Z průběhů snímaných hodnot zatížení (Obr. 4), v nabíhající větvi (bílá křivka) a v odbíhající větvi (červená křivka), byla vypočtena střední hodnota zatížení, v okamžiku počátku prokluzu lana po obvodu drážky lanového kotouče, mezi dvěma svislými čarami (žluté barvy). Střední hodnoty zatížení (odečtením viz dvě hodnoty v oknech v pravé horní části Obr. 4) byly zapisovány do tabulky.



Zdroj: Autor

Obr. 5 - Dispoziční uspořádání systému lanování výtahu

Ze střední hodnoty (určené mezi dvěma svislými čarami - žluté barvy dílčích měření) zatížení v nabíhající větvi a střední hodnoty (určené mezi dvěma svislými čarami - žluté barvy na dílčích měření) v odbíhající větvi, v okamžiku počátku prokluzu plochého řemene po

obvodu ocelové kladky byly s pomocí upraveného Eulerova vztahu (2) a s využitím programu MathCad 2000 Professional vypočteny hodnoty součinitele tření dílčího měření.

Z vypočtených součinitelů tření μ_i [-] dílčích měření $i = (1 \text{ až } 10)$ byla statisticky určena střední hodnota (i odchylka měření) součinitele tření μ [-] za definovaného stavu stykových ploch drážky lanové kladky a plochého lana (suchý povrch bez nečistot, povrch o zvýšené prašnosti a povrch znečištěný mazacím olejem) výpočtem v programu Microsoft Excel pomocí Studentova rozdělení.

2.2 Měření součinitele tření na kotouči potřísněným olejem

Před nasazením plochého řemene na třecí kotouč byly v pásu styku kotouče s řemenem nanесeny, ve dvou řadách, kapky hydraulického oleje, viz Obr. 6, (typ RENOLIN VG 22, výrobce FUCHS Oil Corporation CZ spol. s r. o. Otice č. 40, Strančice) vzdálené od sebe cca 30 mm.



Zdroj: Autor

Obr. 6 - Znečištění třecího kotouče hydraulickým olejem

2.3 Měření součinitele tření na kotouči znečištěným prachem

Před nasazením plochého řemene byl na kotouč v pásu styku s řemenem nanесen prach, viz Obr. 7, o zrnitosti nižší než 100 μm , vzniklý při vrtání do zdiva (malta, pórobeton, cihla).



Zdroj: Autor

Obr. 7 - Znečištění třecího kotouče prachem

Výsledky měření byly uvedeny v záznamech o měření (viz Obr. 4), zpracovaných pro každou fázi měření zvlášť, z těchto záznamů měření byly vypočteny hodnoty součinitele tření pro každou dílčí zkoušku a z nich pak statistickou metodou (prostřednictvím Studentova rozdělení) vypočtena výsledná hodnota součinitele tření, včetně nejistoty měření (blíže viz kap. 2.4)

2.4 Vyhodnocení měření součinitele tření

Výsledná hodnota součinitele tření μ [-] mezi ocelovou kladkou a předmětným plochým řemenem Megalinear® 30 P3 Flat Lift Belt pro výtah s nosností 1000 kg byly určena z experimentálně získaných hodnot 10-krát opakovaným měřením za stejných počátečních podmínek.

Průběhy experimentálně získaných hodnot zatížení T_1 [N] a T_2 [kg] (dle dílčích záznamů, viz např. Obr. 4, hodnoty v oknech v pravé horní části) v nabíhající větvi plochého řemene na třecí kotouč (bílá křivka) a ve větvi odbíhající (červená křivka) a z nich určené střední hodnoty mezi dvěma svislými čarami (žluté barvy, viz Obr. 4) byly zaznamenávány do tabulky, viz Tab. 1.

Tab. 1 - Měřené hodnoty zatížení v nabíhající a odbíhající větvi plochého lana na třecí kotouč

č. měření	Měřená hodnota zatížení T_{ij}		μ_i součinitel tření
	T_1 v nabíhající větvi	T_2 v odbíhající větvi	
	kg	kg	-
1	565	54,1	0,747
2	578	49,0	0,786
3	580	48,6	0,789
4	573	57,2	0,733
5	548	53,4	0,741
6	568	54,3	0,747
7	563	51,9	0,759
8	568	59,8	0,717
9	569	50,3	0,772
10	564	50,3	0,769

Z určených středních hodnot zatížení (určených mezi dvěma svislými čarami - žluté barvy na dílčích záznamech měření) v nabíhající větvi, viz druhý sloupec Tab. 1, a středních hodnot zatížení (určených mezi dvěma svislými čarami - žluté barvy na dílčích záznamech měření) v odbíhající větvi, viz třetí sloupec Tab. 1, v okamžiku počátku prokluzu plochého řemene po obvodu třecího kotouče byly s pomocí upraveného Eulerova vztahu (2) (s využitím programu MathCad Professional 2000, viz Obr. 9) vypočteny hodnoty součinitele tření dílčího měření, viz čtvrtý sloupec Tab. 1.

	Číslo měření	Měřená hodnota	Ochylky naměřených hodnot od aritmetického průměru	
	i	μ_i	$\Delta\mu = \mu_i - \mu$	$ \Delta\mu = \mu_i - \mu $
	1	0,775	0,0257	0,0257
	2	0,741	-0,0083	0,0083
	3	0,786	0,0367	0,0367
	4	0,757	0,0077	0,0077
	5	0,694	-0,0553	0,0553
	6	0,678	-0,0713	0,0713
	7	0,825	0,0757	0,0757
	8	0,741	-0,0083	0,0083
	9	0,759	0,0097	0,0097
	10	0,737	-0,0123	0,0123
Součet naměřených hodnot (= suma μ_i):		7,493		
Aritmetický průměr naměřených hodnot:		0,7493		
Suma odchylek (součet musí být roven nule!!):			0,000	
Součet absolutních hodnot odchylek:				0,311
Směrodatná odchylka aritmetického průměru:				0,0130
Volba rizika $\alpha = 5\%$, Studentův součinitel $t =$				2,26
Krajní chyba k				0,029
výsledek měření:				0,7493 \pm 0,029
minimum:				0,720
maximum:				0,779
Konečný výsledek měření:				0,75 \pm 0,03

Zdroj: Autor

Obr. 8 - Určení střední hodnoty součinitele tření pomocí Studentova rozdělení

V programu MathCad Professional 2000 (viz Obr. 9) je dílčí součinitel tření μ_{i2} [-] vyčíslen z upraveného Eulerova vztahu po dosazení za T_{12} [kg] skutečné hodnoty naměřené dílčí hodnoty nabíhajícího zatížení (viz horní hodnota uvedena v pravé horní části přiložených grafů dílčích měření Obr. 4 za bílou barvou napsaným výrazem „kan.1“) a po dosazení za T_{22} [kg] skutečné hodnoty naměřené dílčí hodnoty nabíhajícího zatížení (viz spodní hodnota uvedena v pravé horní části přiložených grafů dílčích měření Obr. 4 za červenou barvou napsaným výrazem „kan.2“).

Současně je v programu MathCad Professional 2000 (viz Obr. 9) dílčí součinitel tření μ_{i1} [-] vyčíslen z upraveného Eulerova vztahu po dosazení za T_1 [kg] vypočítané střední hodnoty naměřené dílčí hodnoty nabíhajícího zatížení T_{1s} [kg], které je odečítáno z dílčích grafů a po dosazení za T_2 [kg] vypočítané střední hodnoty naměřené dílčí hodnoty odbíhajícího zatížení T_{2s} [kg], které je odečítáno u dílčích.

Z vypočtených součinitelů tření μ_i [-] dílčích měření $i = (1 \text{ až } 10)$ (viz 4-tý sloupec Tab. 1) je statisticky určena střední hodnota součinitele tření při daném stavu stykových ploch lanové kladky a plochého řemene (popsaných v 2.1 až 2.3) výpočtem v Microsoft Excel (viz Obr. 8), jehož střední hodnotu i odchylky (vypočtené pomocí Studentova rozdělení) uvádí poslední řádek.

Hodnoty, které je nutno zadat:

Měřené **nabíhající** zatížení počáteční: $T11 := 302\text{-kg}$
 Měřené **odbíhající** zatížení počáteční: $T21 := 306\text{-kg}$
 Měřené **nabíhající** zatížení v okamžiku prokluzu: $T12 := 565\text{-kg}$
 Měřené **odbíhající** zatížení v okamžiku prokluzu: $T22 := 54.1\text{-kg}$

$$m := \frac{T21 - T11}{2} \quad m = 2\text{kg} \quad T1s := T11 + m \quad T1s = 304\text{kg}$$

$$T2s := T21 - m \quad T2s = 304\text{kg}$$

Hodnoty vypočítané:

Vypočítané měřené **nabíhající** zatížení: $T1 := T12 + m \quad T1 = 567\text{kg}$
 Vypočítané měřené **odbíhající** zatížení: $T2 := T22 - m \quad T2 = 52.1\text{kg}$

Tíhové zrychlení: $g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Úhel opásání: $\alpha := 180\text{-deg} \quad \alpha = 3.142$

Součinitel tření: $\mu1 := \frac{\ln\left(\frac{T1}{T2}\right)}{\alpha} \quad \mu1 = 0.76$

Třecí úhel: $\beta := \text{atan}(\mu1) \quad \beta = 37.23\text{ deg}$

Součinitel tření: $\mu2 := \frac{\ln\left(\frac{T12}{T22}\right)}{\alpha} \quad \mu2 = 0.747$

Třecí úhel: $\beta := \text{atan}(\mu2) \quad \beta = 36.75\text{ deg}$

Tah v řemeni ve větvi **nabíhající** na poháněcí kladce: $T1 := T12 \cdot g \quad T1 = 5540.76\text{ N}$
 Tah v řemeni ve větvi **odbíhající** z poháněcí kladky: $T2 := T22 \cdot g \quad T2 = 530.54\text{ N}$

Průměr poháněcí lanové kladky d [m]: $d := 160\text{-mm} \quad d = 0.16\text{ m}$
 Šířka řemene B [m]: $B := 30\text{-mm} \quad B = 0.03\text{ m}$

Střední měrný tlak mezi řemenem a kladkou p [Pa]: $p := \frac{T1 + T2}{d \cdot B} \quad p = 1264853.54\text{ Pa}$

$$\text{MPa} := 10^6 \cdot \text{Pa} \quad p = 1.26\text{ MPa}$$

Rychlost lana odpovídající jmenovité rychlosti klece vc [m/s]: $vc := 0.5$

Dovolený tlak mezi řemenem a kladkou pdov [MPa]: $pdov := \frac{12.5 + 4vc}{1 + vc} \quad pdov = 9.67$

Zdroj: Autor

Obr. 9 - Určení součinitele tření z Eulerova vztahu v programu MathCad Professional 2000

Při výpočtu střední hodnoty a odchylky měřené hodnoty součinitele tření (viz Obr. 8) v prostředí Microsoft Office v programu Microsoft Excel je pro volené riziko $\alpha = 5\%$ z tabulky kritických hodnot Studentova rozdělení, viz Tabulka 8, str. 35, [3], volen Studentův součinitel $t_{\alpha,n}$ dle počtu měřených hodnot „n“. Pro volené riziko $\alpha = 5\%$ a pravděpodobnost $R = 95\%$ je z (3, Tabulka 8) volen Studentův $t_{5\%,10} = 2,26$.

ZÁVĚR

Měření součinitele tření mezi ocelovou kladkou a plochým řemenem Megalinear® 30 P3 Flat Lift Belt bylo provedeno postupem měření (popsaným v kapitole 2) odečítáním naměřených hodnot bez chyb při odečtu z digitálního zpracování záznamu z průběhu měření a matematicky správném výpočtu, zaokrouhlení na dvě desetinná místa a vyhodnocení

získaných výsledků. Vzhledem k výše uvedeným skutečnostem je zjištěné a uvedené součinitele tření možno použít při navrhování počtu nosných řemenů nutných k bezpečnému provozování výtahů v souladu s požadavky platných norem a směrnice evropské unie týkající se výtahů.

Hodnota součinitele tření mezi ocelovou kladkou a předmětným plochým řemenem pro výtah s nosností 1000 kg, vypočtená z naměřených hodnot:

- na suchém, čistém kotouči s výsledkem $0,75 \pm 0,01$,
- na čistém kotouči potřísněným olejem s výsledkem $0,14 \pm 0,00$,
- na kotouči znečištěným prachem o zrnitosti nižší než $100 \mu\text{m}$, vzniklým při vrtání do zdiva (malta, pórobeton, cihla) s výsledkem $0,46 \pm 0,01$.

POUŽITÁ LITERATURA

- (1) ČSN EN 81-1+A3 Bezpečnostní předpisy pro konstrukci a montáž výtahů – Část 1: Elektrické výtahy. Červen 2010.
- (2) Dostupné z <<http://www.megadyne.cz>>.
- (3) Mádr, V., Knejzlík, J., Kopečný, J., Novotný, I.: Fyzikální měření. SNTL Praha 1991.