

# SPÔSOBY REPREZENTÁCIE RIEŠENIA ÚLOHY KOORDINÁCIE CESTOVNÝCH PORIADKOV GENETICKÝMI ALGORITMAMI

## TIMETABLE COORDINATION PROBLEM SOLUTION REPRESENTATIONS USING GENETIC ALGORITHM

Gabriel Fedorko<sup>1</sup>, Nikoleta Husáková<sup>2</sup>, Michal Weiszer<sup>3</sup>

---

*Anotace: Článok je zameraný na spôsoby reprezentácie úlohy zostavovania a optimalizácie cestovných poriadkov pre mestskú hromadnú dopravu v rámci prestupného uzla. Na riešenie úlohy sú použité genetické algoritmy, pričom rôzne prístupy k reprezentácii úlohy ovplyvňujú dosiahnuté výsledky algoritmu.*

*Klíčová slova: Koordinácia cestovných poriadkov, genetické algoritmy, celkový čas čakania, čas prestupu*

*Summary: This paper is focusing on concepts of approach to solution representation in timetable coordination problem in public transport within the transfer node. Genetic algorithms are used to solve the problem. Different representations determine the algorithm results.*

*Key words: Timetable coordination, genetic algorithms, total waiting time, transfer time*

### 1. ÚVOD

Genetické algoritmy (GA) sú univerzálnym a široko použiteľným nástrojom pre riešenie mnohých úloh z oblasti dopravy. Popis činnosti algoritmu a jeho štruktúru je možné nájsť v [2][3]. Efektívnosť použitia GA je ilustrovaná na príklade zostavovania a optimalizácie cestovných poriadkov [4]. Základnou časťou implementácie GA pre riešenie úloh je vytvorenie reprezentácie riešenia a definovanie funkcie vhodnosti. Rôzne prístupy k reprezentácii riešenia úlohy ovplyvňujú dosiahnuté výsledky.

### 2. PARAMETRE GA A SPÔSOBY REPREZENTÁCIE RIEŠENIA

#### 2.1 Formulácia úlohy

Úlohou je určiť odchody spojov (koordináciu) 4 liniek MHD (L2, L4, L6, L9) obsluhujúcich zastávku Námestie Maratónu mieru v Košiciach počas zvoleného obdobia rannej špičky (od 7:00 do 7:59) tak, aby sa minimalizoval čas čakania a čas prestupu

---

<sup>1</sup> doc. Ing. Gabriel Fedorko, PhD., TU Košice, Fakulta BERG, Park Komenského 14, Košice, tel.: +4210556023143, e-mail: gabriel.fedorko@tuke.sk

<sup>2</sup> Ing. Nikoleta Husáková, PhD., TU Košice, Fakulta BERG, Park Komenského 14, Košice, tel.: +4210556023146, e-mail: nikoleta.husakova@tuke.sk

<sup>3</sup> Bc. Michal Weiszer, TU Košice, Fakulta BERG, Park Komenského 14, Košice

cestujúcich. Električková zastávka Námestie Maratónu mieru je prestupným uzlom a zároveň významným zdrojom/cieľom ciest cestujúcich vzhľadom na svoju polohu v centre mesta.

## 2.2 Matematický model

Zo zadania úlohy vyplýva, že riešením je hľadaná množina  $X$ , kde každý prvok  $T_j$  je množinou odchodov pre danú linku a smer:

$$X = \{T_1, T_2, \dots, T_j\}, j = 8 \quad (1)$$

$$T_j = \{t_{j1}, t_{j2}, \dots, t_{jn}\} \quad (2)$$

, kde  $j$  je index linky (každý smer je započítaný zvlášť) a  $n$  je index spoja. Každú množinu odchodov  $T_j$  je pri predpoklade rovnakých intervalov  $i$  počas určeného obdobia možné zároveň zapísať:

$$T_j = \{t_{j1}, t_{j1+i}, t_{j1+2i}, \dots, t_{j1+(n-1)i}\} \quad (3)$$

Pri takomto zápise je následne prvý odchod  $t_{j1}$  z intervalu  $\langle 0, i \rangle$ .

Matematický model úlohy a funkcia vhodnosti je nasledovná:

$$\text{Minimalizovať } \sum_l \sum_k O_h \cdot \frac{(t_{l(k+1)} - t_{lk})^2}{2} + \sum_l \sum_k \sum_j \sum_i \alpha_{lj} (t_{ji} - t_{lk}) \cdot c_{ki}^{lj} \quad (4)$$

Pri podmienkach:

$$t_{ji} - t_{lk} \geq 1 \quad \forall l, k, j, i, \alpha_{lj} = 1 \quad (5)$$

$$t_{lk} \in \langle 0, 60 \rangle \quad \forall l, k \quad (6)$$

$$t_{l(k+1)} - t_{lk} = i_l \quad \forall l, k \quad (7)$$

$$\alpha_{lj} \in \{0, 1\} \quad \forall l, j \quad (8)$$

$$t_{ji}; t_{lk} \in N_0 \quad \forall l, k, j, i \quad (9)$$

Kde:

$O_h$  – intenzita prepravného prúdu, [osoba.min<sup>-1</sup>]

$t_{lk}$  – čas odchodu spoja  $k$  linky  $l$ , [min]

$t_{l(k+1)}$  – čas odchodu spoja  $k+1$  linky  $l$ , [min]

$\alpha_{lj}$  – premenná vyjadrujúca možnosť prestupu medzi linkou  $l$  a linkou  $j$  [-]

$l$  – index kmeňovej linky, [-]

$j$  – index prestupnej linky na ktorú sa prestupuje, [-]

$k$  – index spoja linky  $l$ , [-]

$i$  – index spoja linky  $j$ , [-]

$t_{ji}$  – čas odchodu spoja  $i$  linky  $j$ , [min]

$c_{ki}^{lj}$  – počet cest. prestupujúcich medzi spojom  $k$  linky  $l$  a spojom  $i$  linky  $j$ . [osoba]

Prvý člen rovnice matematického modelu vyjadruje čas čakania cestujúcich na spoj a druhý člen rovnice predstavuje čas prestupu cestujúcich medzi spojmi. Podmienka (5)

zabezpečuje minimálny čas prestupu 1 minúta pre spoje liniek medzi ktorými je definovaný prestup, podmienka (6) vyjadruje určené časové obdobie v ktorom sa hľadajú odchody (1 hodina). Podmienka (7) zabezpečuje, že čas medzi odchodmi dvoch nasledujúcich spojov linky  $l$  je rovný intervalu na danej linke. Premenná  $\alpha_{ij}$  z podmienky (8) nadobúda hodnotu 1 ak je medzi spojmi linky  $l$  a linky  $j$  definovaný (možný) prestup, pričom medzi spojom  $k$  linky  $l$  a spojom  $i$  linky  $j$  prestupuje  $c_{ki}^j$  cestujúcich. Podmienka (9) zabezpečuje, že odchody spojov budú z množiny prirodzených čísel a nuly.

### 2.3 Hodnoty parametrov GA

Základné parametre GA, ktoré je potrebné definovať a zostávajú počas realizácie pokusov nemenné sú definované nasledovne:

- počet pokusov pre každý variant (s pevnou/premenlivou dĺžkou intervalov),
- počet generácií generovaných v rámci jedného pokusu,
- počet potomkov v rámci jednej generácie,
- veľkosť populácie, udáva počet jedincov ktorí sa ponechajú z potomkov,
- počiatková veľkosť populácie pri generovaní náhodnej prvej generácie,
- pravdepodobnosť mutácie jedného génu,

stupeň mutácie jedného génu, udáva hodnotu o ktorú sa zmení gén pri mutácii.

Tab. 1 – Hodnoty parametrov GA

Parameter	Hodnota
Počet pokusov	30
Počet generácií	100
Počet potomkov	50
Veľkosť populácie	20
Počiatková veľkosť populácie	10
Pravdepodobnosť mutácie	0,1
Pravdepodobnosť mutácie génu posunutia	0,5
Stupeň mutácie	1

Zdroj: Autor

### 2.4 Riešenie s pevnou dĺžkou intervalov

Riešenie s pevnou dĺžkou intervalov dodržiava rovnakú hodnotu intervalu pre danú linku počas celého obdobia. Následne na základe vyššie uvedeného zápisu a koordinácie (prekladu) medzi linkami L2, L4 a L6, L9 sa hľadaná množina odchodov redukovala na 4 odchody:

$$X = \{t_{11}, t_{21}, t_{51}, t_{61}\}$$

Kde:

$t_{11}$  - prvý odchod linky L2 smer Staničné námestie, [min]

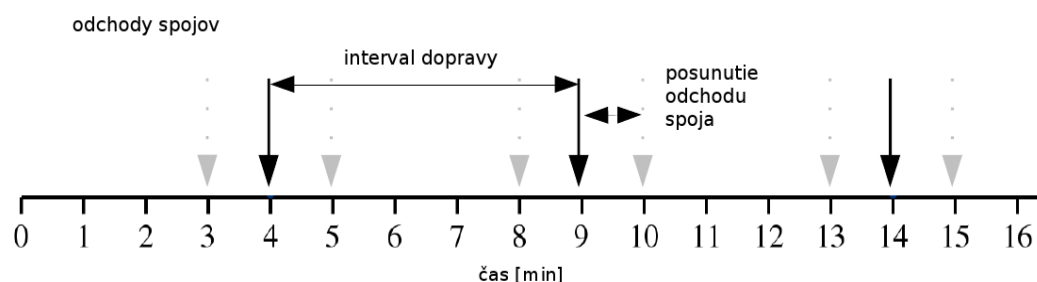
$t_{21}$  - prvý odchod linky L2 smer Havlíčkova, [min]

$t_{51}$  - prvý odchod linky L6 smer Staničné námestie, [min]  
 $t_{61}$  - prvý odchod linky L6 smer Nám. Maratónu mieru. [min]

Na základe prvého odchodu spoja sa vypočítajú ostatné odchody danej linky pripočítaním hodnoty intervalu. Odchody liniek L4 a L9 sa vypočítajú pripočítaním polovičnej hodnoty intervalu, čím sa zabezpečí preklad liniek.

## 2.5 Riešenie s premenlivou dĺžkou intervalov

Riešenie s premenlivou dĺžkou intervalov vychádza z prechádzajúceho riešenia s pevnou dĺžkou intervalov, s tým rozdielom, že interval medzi odchodmi spojov nemusí byť rovnaký, je možné isté posunutie (Obr. 1), tzv. slack time.



Zdroj: Autor

Obr. 1 – Posunutie odchodu spojov pri premenlivom intervale

V rámci riešenia je zvolená maximálna hranica posunutia 1 minúta od pôvodného intervalu, pričom pôvodný interval a počet spojov zostáva rovnaký počas celého obdobia. Väčšie posunutie spôsobuje vznik nerovnomernosti dopravy, ktorý sa prejaví vo zvýšenom čase čakania cestujúcich. Takýmto riešením sa zistí, ako posunutie vplyva na čas prestupu.

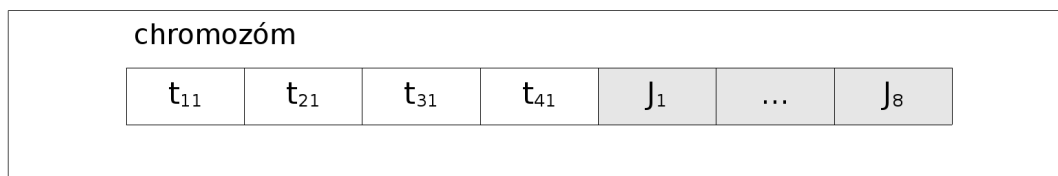
Posunutie je zabezpečené pripočítaním hodnoty k odchodom spoja. Spolu v danej hodine je daných pre 8 liniek 44 spojov, z čoho vyplýva, že sa hľadá 44 posunutí v určenej veľkosti 0 až 1 minúta. Kvôli minimalizácii počtu hľadaných premenných (tým aj veľkosti chromozómu) sa posunutie pre  $n$  odchodov jednej linky zakóduje do jedinej premennej. Posunutie pre 1 linku s  $n$  odchodmi je možné reprezentovať ako  $n$ -miestny binárny reťazec, ktorý je možné vyjadriť ako číslo v desiatkovej sústave. Maximálny počet odchodov je pre jednu linku je 6, z čoho vyplýva maximálna dĺžka binárneho reťazca. Najväčšie číslo, ktoré je možné týmto reťazcom zobrazit' je 63 v desiatkovej sústave. Hľadané posunutie pre  $j$ -tú linku  $J_j$  je následne z intervalu:

$$J_j \in \langle 0,63 \rangle$$

Príklad posunutia odchodov a prevod binárneho reťazca na číslo v desiatkovej sústave:

Pôvodné odchody	00, 10, 20, 30, 40, 50	J
Posunutie	0, 1, 1, 0, 0, 1	→25
Posunuté odchody	00, 11, 21, 30, 40, 51	

Výsledný chromozóm pre riešenie s premenlivou dĺžkou intervalov je zobrazený na obrázku (Obr. 2).



Zdroj: Autor

Obr. 2 – Chromozóm pre riešenie s premenlivou dĺžkou intervalov

## 2.6 Riešenie pre pracovný deň

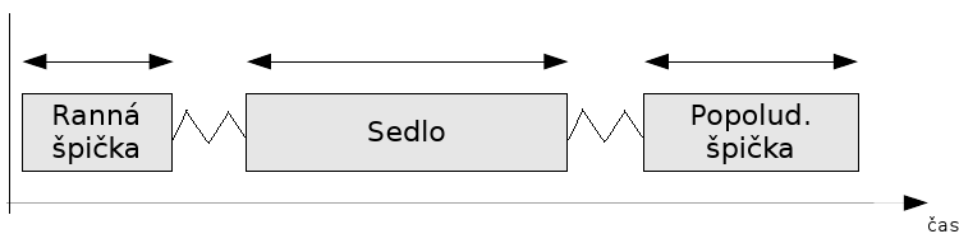
Riešenie pre pracovný deň je rozšírením pôvodného časového obdobia na časť pracovného dňa, s 3 obdobiami: ranná špička, sedlo, popoludňajšia špička. Model využíva princíp s pevnou aj premenlivou dĺžkou intervalov, s tým, že v rámci daného obdobia (ranná špička, sedlo, popoludňajšia špička) sú intervaly pevné a pri prechode z jedného obdobia do nasledujúceho premenlivé:

$$\dots, \underbrace{7:10, 7:20}_{10}, \underbrace{7:30, 7:46}_{16}, \underbrace{8:06, 8:26}_{20}, \dots$$

Zdroj: Autor

Obr. 3 – Prechod z rannej špičky do sedla

Kombinovaný spôsob ilustrovaný na obrázku (Obr. 4) umožňuje meniť začiatky období a posúvať celý blok odchodov, za účelom nadväznosti prestupov jednotlivých liniek.



Zdroj: Autor

Obr. 4 – Kombinácia pevných a premenlivých intervalov pre pracovný deň

Začiatky období, dĺžka trvania obdobia a počet spojov v rámci obdobia sú stanovené podľa analýzy súčasného stavu podľa platného cestovného poriadku. Posúvaním začiatkov období dochádza k vzniku nepravidelného intervalu medzi obdobiami, tzv. časovej medzery. Algoritmus ošetruje prípady medzier tak, aby bola dodržaná podmienka:

$$i_m \in \langle i_{\min}, i_{\max} \rangle$$

Kde:

$i_m$  – interval medzi obdobiami (medzera), [min]

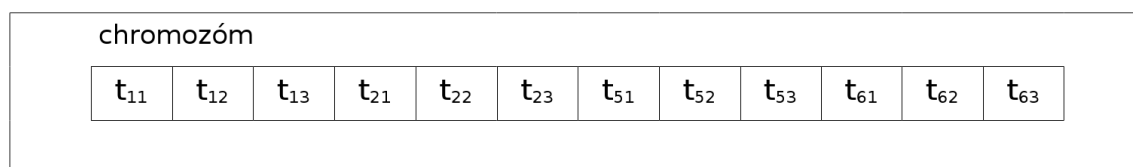
$i_{\min}$  – menší interval obdobia, [min]

$i_{\max}$  – väčší interval obdobia. [min]

Pri prechode z rannej špičky (RŠ) do sedla (SE) následne prechodový interval musí byť v intervale  $\langle i_{RŠ}, i_{SE} \rangle$  a pri prechode zo sedla do popoludňajšej špičky (PŠ) v intervale  $\langle i_{PŠ}, i_{SE} \rangle$ . Pri riešení môžu nastať 2 neprípustné prípady  $i_m < i_{min}$  resp.  $i_m > i_{max}$ , ktoré je možné odstrániť manipuláciou s poslednými a prvými spojmi v období:

- pridaním spoja,
- odstránením spoja,
- posunom odchodu spoja.

Na základe prvého odchodu spoja v danom období sa vypočítajú ostatné odchody danej linky pripočítaním hodnoty intervalu. Odchody liniek L4 a L9 sa vypočítajú pripočítaním polovičnej hodnoty intervalu, čím sa zabezpečí preklad liniek. Výsledný chromozóm pre celodenné riešenie je zobrazený na obrázku (Obr. 5).



Zdroj: Autor

Obr. 5 – Chromozóm riešenia pre pracovný deň

### 3. ZHODNOTENIE VÝSLEDKOV

GA určil pseudooptimálne odchody spojov pre jednotlivé návrhy riešenia. Vo všetkých návrhoch v porovnaní so súčasným stavom (nulový variant) došlo k poklesu sledovanej hodnoty celkového času, času čakania a prestupu (Tab. 2). Vzhľadom pre rozdielnu dĺžku riešeného obdobia pri riešeníach je výhodnejšie sledovať relatívny ukazovateľ podielu dosiahnutého času k nulovému variantu.

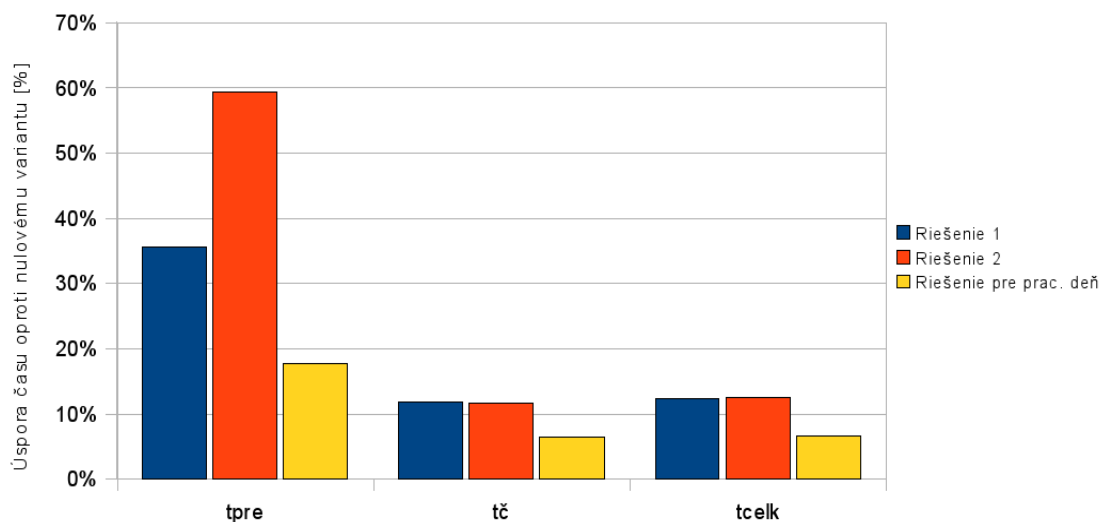
Tab. 2 – Výsledky GA

Riešenie	$t_c$ (min.)	(%)	$t_{pre}$ (min.)	(%)	$t_{celk}$ (min.)	(%)
Nulový variant od 7:00 do 7:59	2993	100	59	100	3052	100
Riešenie s pevn. dĺžkou intervalov	2640	88,21	38	64,41	2678	87,75
Riešenie s prem. dĺžkou intervalov	2646	88,41	24	40,68	2670	87,48
Nulový variant pre pracovný deň	36843,5	100	455	100	37298,5	100
Riešenie pre pracovný deň	34483,0	93,59	375	82,42	34858,0	93,46

Zdroj: Autor

Úsporu času oproti nulovému variantu dosiahnutú riešeniami zobrazuje graf (Obr. 6). Najmenšiu hodnotu sledovanej veličiny pre celkový čas dosiahlo riešenie s premenlivou dĺžkou intervalov. Rozdielny prístup v riešení s pevnou a premenlivou dĺžkou intervalov spôsobuje rozdielne zníženie času prestupu, pričom premenlivá dĺžka intervalov umožňuje výraznejšie čas prestupu znížiť. Najmenšia hodnota času čakania bola dosiahnutá v riešení

s pevnou dĺžkou intervalov, pri riešení s premenlivou dĺžkou intervalov došlo vplyvom posunutí k nárastu času čakania, ktorý je kompenzovaný poklesom času prestupu. Keďže v rámci riešenia úlohy boli zvolené hodnoty intenzity prepravného prúdu ( $1 \text{ osoba} \cdot \text{min}^{-1}$ ) a počtu prestupujúcich osôb (1 osoba), nie je pomer medzi časom prestupu a časom čakania smerodajný. Je možné predpokladať, že v prípade použitia skutočných hodnôt a časovej závislosti intenzity prepravného prúdu by význam zložky času prestupu v účelovej funkcii bol väčší.



Zdroj: Autor

Obr. 6 – Porovnanie celkového času čakania a prestupu pre jednotlivé riešenia

#### 4. ZÁVER

Genetické algoritmy umožňujú riešiť komplexné koordinačné a optimalizačné úlohy relatívne jednoduchým spôsobom, pričom základnou časťou implementácie GA je vytvorenie reprezentácie riešenia (tvar chromozómu) a definovanie funkcie vhodnosti. K riešeniu úlohy zostavovania a optimalizácie cestovných poriadkov je možné pristupovať rôznymi spôsobmi, ktoré sú prezentované v článku. Uvedené prístupy je možné ďalej modifikovať a zahrnúť dodatočné hľadiská a obmedzenia (počty cestujúcich zistené prieskumom, časová nerovnomernosť intenzity prepravného prúdu, celosieťová optimalizácia), ktoré budú predmetom ďalšieho skúmania.

#### POUŽITÁ LITERATURA

- [1] CHAKROBORTY, P. - DEB, K. - SUBRAHMANYAM, P.S. *Optimal Scheduling of Urban Transit Systems using Genetic Algorithms*. In: ASCE Journal of Transportation Engineering, Vol. 121, Issue 6, pp. 544-553, ISSN: 0733-947X
- [2] COLEY, David. *An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers*. World Scientific Publishing, Singapore, 1999. 227 s. ISBN 98-1023-602-6.

- [3] CSONTÓ, Július - PALKO, Martin. *Umely život*. ELFA, Košice, 2002. 180 s. ISBN 80-89066-59-3
- [4] FEDORKO, Gabriel - WEISZER, Michal. *Optimalizácia cestovných poriadkov s využitím genetického algoritmu*. In: Perner's Contacts, roč. 4 (2009), č.1, s. 92 -100, ISSN 1801-674-X
- [5] KVASNIČKA, Vladimír - POSPÍCHAL, Jiří - TIŇO, Peter. *Evolučné algoritmy*. STU Bratislava, 2000. ISBN 80-227-1377-5.
- [6] ROTHLAUF, Franz: *Representations for Genetic and Evolutionary Algorithms*. Springer-Verlag, Berlin, 2006. 334 s. ISBN 3-540-25059-X
- [7] SUROVEC, Pavel. *Provoz a ekonomika silniční dopravy I*. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Ostrava, 2000, s. 119, ISBN 80-7078-735-X.

*Príspevok je časťou riešeného grantového projektu č. 1/4168/07 Optimalizácia technických a ekonomických parametrov loženia, dopravy a skladovania nerastných surovín.*

Recenzenti: doc. Ing. Vierošlav Molnár, PhD.

Technická univerzita v Košiciach, FBERG, Ústav logistiky priemyslu a dopravy

doc. Ing. Jaromír Široký, Ph.D.

Univerzita Pardubice, DFJP, Katedra technológie a řízení dopravy