

# NĚKOLIK PŘÍSTUPŮ K TRAFFIC ASSIGNMENTU

## SEVERAL APPROACHES TO TRAFFIC ASSIGNMENT

Miroslav Slivoně<sup>1</sup>

---

*Anotace: V článku je představen problém označovaný jako Traffic Assignment. Po formulaci problému v základním tvaru jsou představeny jednotlivé jeho varianty a nejpoužívanější analytické metody využitelné k řešení problémů Traffic Assignmentu. Některé z uvedených metod jsou porovnány na modelové síti.*

*Klíčová slova: Traffic Assignment, Wardropovo ekvilibrium, algoritmy.*

*Summary: The objective of this paper is to introduce Traffic Assignment problem. The problem is stated; miscellaneous variants are specified. The most common methods are briefly described and compared using model example.*

*Key words: Traffic Assignment, User Equilibrium, Algorithms.*

### 1. ÚVOD

Úloha označovaná jako Traffic Assignment Problem (TAP) bývá čtvrtou, závěrečnou fází konvenčního modelu predikce přepravní poptávky. Předchází mu postupně fáze označované jako Trip Generation (odhad velikosti zdrojových a cílových přepravních proudů), Trip Distribution (odhad směrování proudů, tj. sestava OD matice) a Modal Split (dělba přepravní práce mezi uvažované dopravní systémy). Podstatou TAP je rozdělení přepravní poptávky existující mezi dvěma místy na jednotlivé alternativní trasy spojující tato místa, z pohledu celé sítě se pak jedná o stanovení velikosti dopravních proudů na jejich jednotlivých úsecích.

V tomto článku budou uvedeny jednotlivé varianty problému, nastíněn princip několika nejpoužívanějších metod řešení TAP a na modelovém příkladu ilustrován rozdíl mezi nimi. Protože nejsou zavedeny české ekvivalenty anglických termínů, budou používány původní názvy problémů.

### 2. FORMULACE TAP

Před vlastní klasifikací TAP je nutné objasnit pojem User Equilibrium (UE), tedy ekvilibrium (rovnovážný stav) z pohledu uživatele dopravní sítě. Někdy bývá tento stav také označován jako Wardropovo ekvilibrium. Jedná se o žádaný stav při řešení TAP, který lze charakterizovat takto: *Na všech využívaných trasách mezi dvěma místy je dosaženo stejného cestovního času, který je nižší než cestovní čas, kterého by dosáhl kterýkoli uživatel na některé z nevyužívaných tras* (první Wardropova věta). Pokud je tedy dosaženo stavu UE,

---

<sup>1</sup> Ing. Miroslav Slivoně, Univerzita Pardubice, DFJP, Katedra technologie a řízení dopravy, Studentská 95, 532 10 Pardubice, Tel.: +420 466 036 198, E-mail: [Miroslav.Slivone@upce.cz](mailto:Miroslav.Slivone@upce.cz)

pak pro každého uživatele platí, že výběrem jiné trasy než té přidělené mu v UE nemůže snížit své cestovní náklady (typicky cestovní čas).

Kromě UE je možné formulovat tzv. system equilibrium (SE), což je takové rozdělení proudů do sítě, které minimalizuje celkový čas strávený v přepravním procesu všemi uživateli. Jinými slovy – *průměrný cestovní čas uživatelů dopravní sítě je minimální* (druhá Wardropova věta).

Při UE každý uživatel minimalizuje jen svůj vlastní cestovní čas, což odpovídá situaci například v osobní silniční přepravě. S uplatňováním principu SE se lze setkat především v dopravních systémech, kde se projevuje určitá míra centralizace a tedy snaha o minimalizaci celkových nákladů. Příkladem mohou být různé logistické a distribuční systémy, železniční doprava nebo počítačové sítě.

Obecně při UE není zároveň dosahováno SE – to by platilo pouze v takových dopravních sítích, kde nevzniká efekt kongesce. Existuje však několik studií, ve kterých se porovnává SE a UE na modelových sítích, a řada autorů dospívá k závěru, že rozdíl mezi oběma stavy bývá velice malý [1]. Většina aplikací TAP je orientována na dosažení UE.

## 2.1 Matematická formulace UE

Je dána dopravní síť  $G(N, A)$ , kde  $N$  je množina uzlů a  $A$  je množina úseků. Ve formulaci dále figurují následující veličiny:

$D$	množina všech přepravních proudů směřujících z $p \in N$ do $q \in N$ ,
$d_{pq}$	velikost přepravního proudu z $p$ do $q$ , $d_{pq} \in D$ ,
$R_{pq}$	množina všech prostých <sup>2</sup> tras mezi $p$ a $q$ ,
$f_{pqr}$	velikost proudu na trase $r \in R_{pq}$ ,
$F_a$	celkový proud přiřazený na úsek $a \in A$ ,
$t_a$	cestovní čas potřebný pro průjezd úseku $a$ , je funkcí velikosti proudu <sup>3</sup> ,
$t_{pqr}$	čas potřebný na cestu z místa $p$ do místa $q$ při použití trasy $r$ (vzhledem k velikosti proudů přiřazených na jednotlivé úseky trasy $r$ )
$t_{pq}^*$	minimální čas potřebný na cestu z místa $p$ do místa $q$ (vzhledem k velikosti proudů přiřazených na jednotlivé úseky všech tras $r \in R_{pq}$ )

Stavu UE je dosahováno tehdy, pokud pro všechny páry míst  $(p, q)$  platí:

$$f_{pqr} > 0 \quad \Rightarrow \quad t_{pqr} = t_{pq}^* \quad \forall r \in R_{pq}, \quad (1)$$

$$f_{pqr} = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{pqr} \geq t_{pq}^* \quad \forall r \in R_{pq}. \quad (2)$$

Přesněji, při zahrnutí všech podmínek přípustnosti řešení, musí pro UE platit:

<sup>2</sup> Takových tras, které neobsahují cyklus – tj. žádný z úseků není použitý více než jednou.

<sup>3</sup> Používá se některá z funkcí vyjadřujících efekt kongesce – tedy nárůst cestovního času v závislosti na nárůstu velikosti intenzity dopravního proudu, například BPR funkce.

$$f_{pqr}(t_{pqr} - t_{pq}^*) = 0 \quad \forall r \in R_{pq}, \forall (p, q) \in D, \quad (3)$$

$$t_{pqr} - t_{pq}^* \geq 0 \quad \forall r \in R_{pq}, \forall (p, q) \in D, \quad (4)$$

$$\sum_{r \in R_{pq}} f_{pqr} = d_{pq} \quad \forall (p, q) \in D, \quad (5)$$

$$f_{pqr} \geq 0 \quad \forall r \in R_{pq}, \forall (p, q) \in D, \quad (6)$$

$$t_{pq}^* \geq 0 \quad \forall (p, q) \in D. \quad (7)$$

Podmínky (3), (4) jsou pouhým přeformulováním (1), (2), podmínka (5) zajistí přípustnost řešení vzhledem k existující přepravní poptávce, doplněním podmínek (6) a (7) je zajištěna nezápornost všech proudů a cestovních časů.

## 2.2 Matematická formulace TAP

Pokud je dopravní síť  $G(N, A)$  silně souvislá<sup>4</sup>, veškeré prvky  $d_{pq} \in D$  nezáporné, funkce závislosti cestovního času na velikosti intenzity proudu spojitá a nezáporná, je možné formulovat optimalizační TAP korespondující se stavem UE:

$$\min \sum_{a \in A} \int_0^{F_a} t_a(s) ds \quad (8)$$

$$\text{za podm.: } \sum_{r \in R_{pq}} f_{pqr} = d_{pq} \quad \forall (p, q) \in D \quad (9)$$

$$f_{pqr} \geq 0 \quad \forall r \in R_{pq}, \forall (p, q) \in D \quad (10)$$

$$\sum_{(p,q) \in D} \sum_{r \in R_{pq}} \delta_{pqra} f_{pqr} = F_a \quad \forall a \in A \quad (11)$$

$$\delta_{pqra} = \begin{cases} 1 & \text{pokud trasa } r \text{ obsahuje } a \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad \forall r \in R_{pq}, \forall (p, q) \in D, \forall a \in A \quad (12)$$

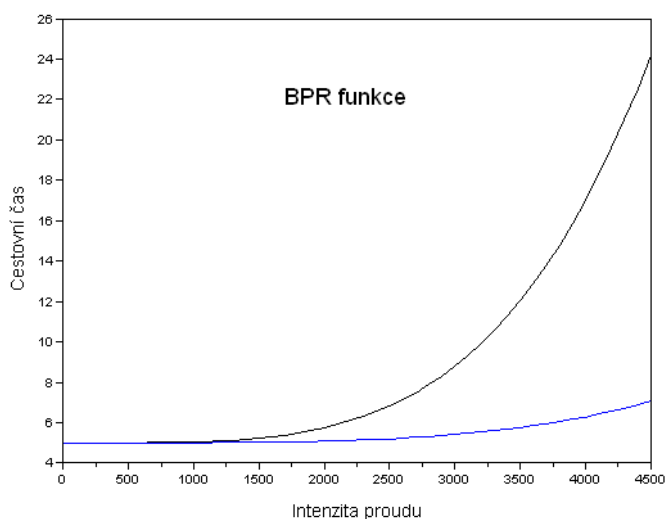
Právě formulovaná optimalizační úloha je pouze jednou z variant TAP, patří mezi ty nejjednodušší. Konkrétně se jedná o úlohu v deterministické síti (deterministic network), s deterministickým chováním uživatelů (deterministic equilibrium), neelastickou přepravní poptávkou (fixed demand) a jediným typem uživatelů (single class).

<sup>4</sup> Pro každý uspořádaný pár  $(p, q)$  existuje alespoň jedna trasa spojující uzel  $p$  s uzlem  $q$ .

### 3. VARIANTY TAP<sup>5</sup>

#### 3.1 Deterministická vs. stochastická dopravní síť

Řada modelů pracuje s nějakou deterministickou funkcí výpočtu cestovního času, která zohledňuje efekt kongesce. Typickým příkladem může být BPR funkce, která je pravděpodobně stále nejpoužívanější, ačkoli má své nedostatky a existují funkce lepších vlastností. Na obr. 1 je znázorněn průběh BPR funkce  $t(f) = t_0 (1 + 0,15 (f/c)^4)$  pro cestovní čas při volném dopravním proudu  $t_0 = 5$  a dvě různé kapacity úseku ( $c = 2000$  resp. 3500 voz/h). Takové modely bývají nazývány modely s deterministickou sítí (Deterministic Network, DN).



Obr. 1 – Průběh BPR funkce

Situace v reálných sítích však bývá odlišná. Z empirických výzkumů vyplývá, že při stejné intenzitě dopravního proudu na daném úseku bývá dosahováno různých cestovních časů. Důvodem je například různé složení vozidel, rozdíly v reakcích řidičů, počasí a klimatické podmínky, vznik nehod dočasně omezujících kapacitu úseku apod. Tyto odchylky bývají malé při nízké intenzitě proudu, ovšem při intenzitě proudu blíží se kapacitě úseku mohou být značné. Proto některé modely pracují i s těmito skutečnostmi a kalkulují cestovní čas na základě vhodného rozdělení pravděpodobnosti. Tyto modely jsou nazývány modely se stochastickou sítí (Stochastic Network, SN).

#### 3.2 Deterministické vs. stochastické ekvilibrium

Ve výše uvedené formulaci TAP, stejně jako ve většině modelů, se předpokládá, že uživatelé znají veškeré informace o situaci na dopravní síti, znají cestovní časy na úsecích sítě (v případě DN) nebo rozdělení pravděpodobnosti cestovních časů (v případě SN). Tento stav se nazývá deterministické ekvilibrium (Deterministic User Equilibrium, DUE).

<sup>5</sup> V textu se předpokládá řešení úlohy dosažení UE; obdobné typy úloh samozřejmě existují i pro SE.

Takový předpoklad je ve skutečnosti nereálný – informovanost cestujících není perfektní a cestovní čas vnímaný uživatelem je často odlišný od skutečného cestovního času (jinými slovy – uživatel chybně vnímá cestovní náklady). Vzniklá odchylka mezi vnímaným a skutečným časem lze modelovat jako náhodná veličina s daným rozdělením pravděpodobnosti (např. normální rozdělení s nulovou střední hodnotou). Díky odchylkám ve vnímání času se cestující dopouští chybných rozhodnutí při volbě trasy. Takový stav se nazývá stochastické ekvilibrium (Stochastic User Equilibrium, SUE). Ukazuje se, že modely založené na SUE mají využití především v dopravních sítích, ve kterých nevzniká mnoho kongescí [2]. V takových sítích jsou odchylky v trasách řidičů daleko znatelnější, než v sítích s vysokým stupněm kongesce.

### 3.3 Neelastická vs. elastická přepravní poptávka

V případě neelastické poptávky (fixed demand) se OD matice v daném období nemění. To ale opět neodpovídá reálné situaci, proto byly vytvořeny modely, ve kterých je podíl uskutečněných cest mezi uzly  $p, q$  funkcí minimálních nákladů z východiska do cíle cesty. Tyto náklady pak ovlivňují rozhodnutí uživatele zda cestu uskuteční nebo nikoli – přepravní poptávka je elastická (elastic demand, variable demand). Poptávková funkce tím ovlivňuje nejen celkový počet cest uskutečněných z daného místa, ale také směrové rozdělení proudů, jedná se v podstatě o kombinaci Trip Generation, Trip Distribution a TAP.

### 3.4 Jeden typ vs. více typů uživatelů

Uvažování jediného typu uživatelů v některých typech dopravních systémů nestačí. Ve skutečnosti nemají všichni uživatelé stejné podmínky – v dopravních sítích existují vyhrazené jízdní pruhy, mýtné na zpoplatněných úsecích (ne všichni uživatelé jsou schopni nebo ochotni platit), elektronické informační systémy apod. Tento fakt diferencuje přepravní poptávku do několika tříd, pro každou z těchto tříd lze formulovat vlastní nákladovou funkci. Model s více třídami uživatelů se nazývá Multi-Class (MC), model s jedinou třídou uživatelů pak Single-Class (SC). V MC modelech se přirozeně obvykle vyskytuje více druhů dopravních prostředků (Multi-Mode, MM). Modely, ve kterých náklady jednotlivých tříd nejsou ovlivňovány recipročně (např. přidání dalšího těžkého nákladního vozidla na úsek nemá stejný efekt na osobní automobily jako má přidání dalšího osobního automobilu na tato nákladní vozidla), se nazývají asymetrické [3].

### 3.5 Statický vs. dynamický TAP

Při statickém TAP se předpokládá, že přepravní poptávka a parametry dopravní sítě jsou v čase neměnné. Takové pojetí je adekvátní při dlouhodobém dopravním plánování. Ovšem v řadě případů takové modely nepostačují – při modelování vývoje přepravní poptávky v krátkém časovém období (např. v rámci dne, zejména v městských dopravních sítích) se proto řeší dynamická varianta úlohy TAP. V takovém případě se uvažuje s kolísáním přepravní poptávky v čase (např. přepravní špičky a sedla v rámci dne) a také se změnou parametrů sítě v čase (např. proměnné dopravní značení, změna signálních plánů křižovatek).

Přes existenci některých matematických modelů je dynamický TAP spíše doménou různých simulátorů, a to jak na úrovni makro-, tak i mezo- a mikrosimulace [4].

## 4. NĚKTERÉ METODY POUŽÍVANÉ PRO ŘEŠENÍ TAP

### 4.1 All or Nothing (AON) algoritmus a jeho modifikace

AON je pravděpodobně nejstarší technikou pro řešení TAP. Princip algoritmu AON je triviální – přiřadit veškerý přepravní proud mezi dvěma místy na cestu s nejnižším cestovním časem (při předpokladu volného dopravního proudu). Vyřešení TAP tedy spočívá pouze v nalezení nejkratších cest mezi všemi páry uzlů v OD matici. S omezenou kapacitou úseků a nárůstem cestovního času není vůbec uvažováno – metoda proto poskytuje nereálné výsledky. Používá se především pro rychlý výpočet výchozího řešení, které je dále zlepšováno některým z pokročilejších algoritmů.

V případě použití tzv. iterativního All or Nothing (IAON) algoritmu jsou přepravní proudy jsou rozděleny do sítě pomocí AON algoritmu, následuje výpočet cestovních časů na jednotlivých úsecích při zohlednění velikostí proudů na těchto úsecích. Poté jsou proudy přerozděleny opět pomocí AON algoritmu, ale již ne při předpokladu volného proudu, ale cestovních časů odpovídajících velikosti proudů přiřazených na jednotlivé úseky. Pro získané řešení jsou opět přepočítány cestovní časy, následuje další přerozdělení proudů pomocí AON algoritmu dle cestovních časů. Tento postup je opakován tak dlouho, dokud dochází ke změnám v přepočítaných cestovních časech nebo dokud není dosažen předepsaný počet iterací.

Další modifikací vycházející z AON může být inkrementální algoritmus (IA). Přepravní tok mezi všemi páry uzlů z OD matice je rozdělen na  $k$  stejných částí. První část přepravního proudu je přidělena pomocí AON algoritmu, následuje výpočet aktuálních cestovních časů a každá další část přepravního proudu je postupně přidělována do sítě AON algoritmem podle těchto aktuálních cestovních časů. Ani při použití této techniky obecně není dosaženo stavu korespondujícího s UE.

### 4.2 Algoritmy pro výpočet DUE

Pravděpodobně nejpobulárnější metodou pro výpočet problému DUE formulovaného pomocí výrazů (8) – (12) je Frank-Wolfe (FW) algoritmus. Původně je určen na řešení problémů konvexního kvadratického programování, v podstatě je však využitelný pro řešení jakéhokoli optimalizačního problému s pseudokonvexní, spojitě diferencovatelnou účelovou funkcí a neprázdnou množinou konvexních omezujících podmínek.

Princip FW algoritmu je následující: Vychází se z libovolného přípustného řešení (typicky určeného pomocí AON). Pomocí tohoto řešení a gradientu funkce (8) je získán předpis odpovídající tangenciální aproximaci účelové funkce a je řešena úloha lineárního programování. Následuje řešení tzv. *line search* problému – hledání posunutí, které minimalizuje účelovou funkci (8), jejíž argument je získán pomocí současného řešení a řešení úlohy lineárního programování. Takto je získáno nové řešení, které podstupuje test

konvergence a v případě pozitivního výsledku další iterace algoritmu. Podrobný popis FW algoritmu je uveden například v [1].

Ačkoli FW algoritmus stále patří mezi nejpoužívanější, existují metody, které jej překonávají jak v rychlosti výpočtu, tak v kvalitě řešení. Mezi nejefektivnější patří metoda označovaná jako Disaggregated Simplicial Decomposition (DSD) [5]. Často používaná je také tzv. Method of Successive Averages (MSA) [1].

### 4.3 Algoritmy pro stochastický TAP a výpočet SUE

Běžně se používají dva způsoby vyjádření nedokonalé informovanosti cestujících a vznikající chyby ve vnímání cestovních nákladů: modely probit a logit.

V případě modelu probit je odchylka modelována normálním rozdělením pravděpodobnosti. Analytické řešení TAP s využitím modelu probit není obecně možné, běžně se však tento model používá v různých simulačních modelech.

V modelu logit je chyba ve vnímání nákladů modelována pomocí Gumbelova rozdělení pravděpodobnosti. Přepravní tok  $d_{pq}$  je přidělován na jednotlivé trasy  $r \in R_{pq}$  v závislosti na čase  $t_r$  potřebném na překonání trasy  $r$  podle následujícího předpisu:

$$f_{pqr} = d_{pq} \frac{e^{-\mu t_r}}{\sum_{l \in R_{pq}} e^{-\mu t_l}} \quad \forall r \in R_{pq}, \forall (p, q) \in D \quad (13)$$

Parametr  $\mu$  odráží velikost chyby ve vnímání nákladů. Ze (13) je patrné, že pro velké hodnoty  $\mu$  je chyba malá a uživatelé se budou soustředit na trasy s minimálními náklady. Pro  $\mu \rightarrow \infty$  dokonce nebude existovat žádná chyba ve vnímání nákladů. Naopak pro malé hodnoty  $\mu \rightarrow 0$  budou uživatelé zcela invariantní vůči nákladům a na každou trasu  $r \in R_{pq}$  bude přidělena stejná část přepravního toku. Ze vztahu (13) dále vyplývá, že pro libovolnou hodnotu  $\mu$  bude nějaká část toku vždy přidělena na všechny trasy  $r \in R_{pq}$ .

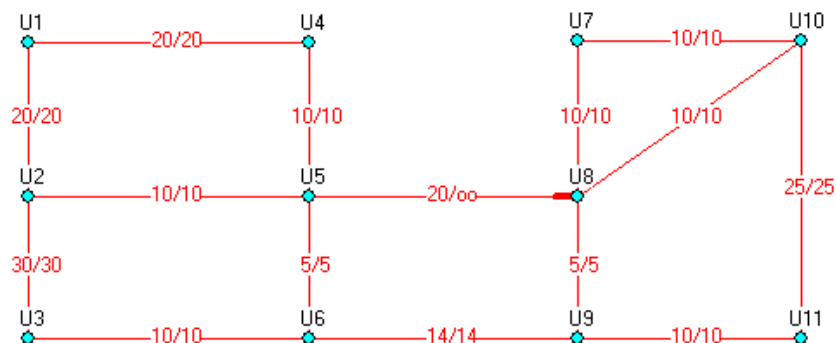
Jednou z prvních aplikací modelu logit je tzv. Dialův algoritmus [6], přiřazující tok na akceptovatelné cesty. Podmínkou pro akceptovatelnost cesty je to, že použití každého úseku na cestě musí mít za následek nárůst vzdálenosti od počátku cesty, případně (přísnější formulace akceptovatelnosti) ještě pokles vzdálenosti k cíli cesty. Pro běh algoritmu není potřeba explicitně vyjádřit všechny akceptovatelné cesty mezi  $(p, q)$  existující v dané síti.

Z Dialova algoritmu vychází také tzv. Bellův algoritmus [7], kde není potřeba formulovat kritérium akceptovatelnosti cesty – pracuje tak se všemi cestami mezi  $(p, q)$ . Nedokáže si však poradit s hodnotami  $\mu = 0$  a je neefektivní ve velkých sítích, protože pro jeho běh je zapotřebí počítat inverzní matice o rozměru daném počtem uzlů sítě. Aplikaci Bellova algoritmu lze nalézt například v [8].

Jak Dialův, tak Bellův algoritmus neuvažují s nárůstem cestovních časů v závislosti na růstu intenzity dopravního proudu a v podstatě tak není dosahováno SUE. Pro nalezení SUE se používají především různé simulační modely a také modifikace výše zmíněné metody MSA, a to jak na základě modelu logit, tak probit.

## 5. ŘEŠENÍ TAP NA MODELOVÉ SÍTI

Pro ilustraci toho, jak jednotlivé přístupy a metody pracují, bude využita jednoduchá modelová síť z obr. 2. Kromě úseku U5–U8 jsou všechny úseky neorientované (průchodné v obou směrech), ohodnocení hran vyjadřuje náklady na průchod hranou a je uvedeno ve tvaru cestovní čas  $t_0$  směrem tam / směrem zpět; směr tam je určen indexy vrcholů – od vrcholu s nižším indexem k vrcholu s vyšším indexem.



Obr.2 – Modelová dopravní síť

V OD matici je uvažováno se 4 prvky (tab. 1). Kapacity  $c_a$  budou pro všechny úseky stejné, rovny hodnotě 100. Závislost nárůstu cestovního času v závislosti na intenzitě dopravního proudu budou modelovány pomocí BPR funkce ve tvaru:

$$t_a = t_0 \left[ 1 + 0,15 \cdot \left( \frac{F_a}{c_a} \right)^4 \right]. \quad (14)$$

Tab. 1 – OD matice

$p$	$q$	$d_{pq}$
U1	U10	200
U2	U10	150
U10	U1	200
U10	U2	150

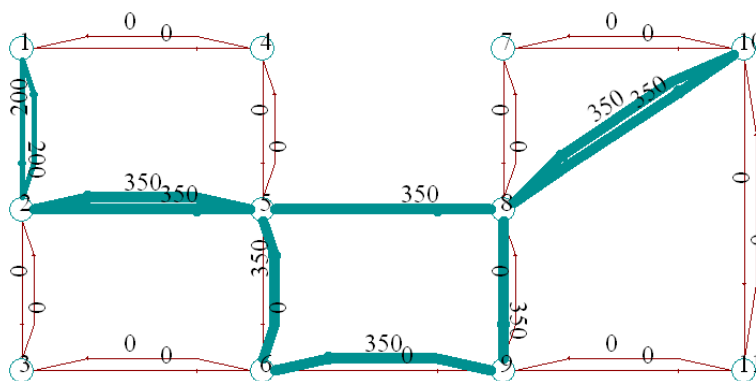
Pro řešení TAP v modelové síti bude využito prostředí pro numerické výpočty ScicosLab [9] a jeho toolbox CiudadSim [10, 11], který je vyvíjen francouzským národním výzkumným institutem INRIA. Veškeré grafické výstupy pocházejí z toolboxu Graph – červeně jsou znázorněny nevyužité úseky, světle modře pak úseky využívané, přičemž popisek odpovídá velikosti přiřazeného dopravního proudu.

### 5.1 AON algoritmus a jeho modifikace

Jak je patrné z obr. 3, v případě použití prostého AON je veškerý tok soustředěn na cesty s nejnižším cestovním časem  $t_0$ . Například přepravní poptávka z uzlu U1 do uzlu U10 bude veškerá směřována na trasu U1-U2-U5-U8-U10, kde součet časů  $t_0$  odpovídá

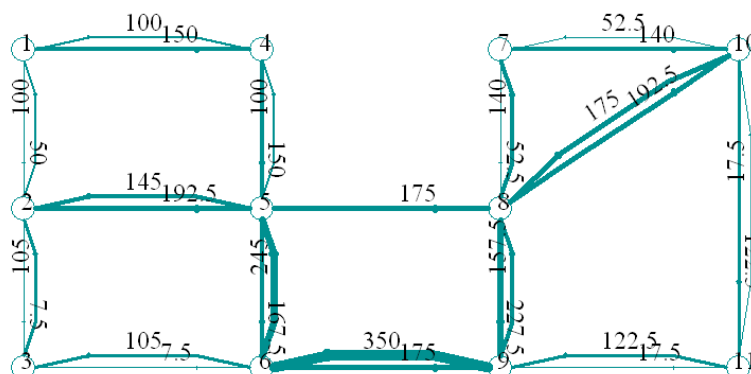


hodnotě 60. Nicméně celkový cestovní čas bude po dosažení do vztahu (14) značně vysoký ( $68 + 235 + 470 + 235 = 1\ 008$ ).



Obr.3 – Řešení nalezené pomocí AON

Inkrementální AON algoritmus (IA) zde funguje ztelně lépe. Díky rozložení přepravní poptávky do širšího spektra cest je na trase U1-U2-U5-U8-U10 dosahováno daleko nižšího cestovního času ( $20,2 + 30,4 + 48,1 + 30,6 = 129,3$ ). Na jedné z dalších tras U1-U4-U5-U6-U9-U11-U10, kde součet časů  $t_0$  odpovídá hodnotě 89, je dosahováno podobného cestovního času ( $132,3$ ). Z rozdílu cestovních časů je patrné, že není dosaženo stavu UE.



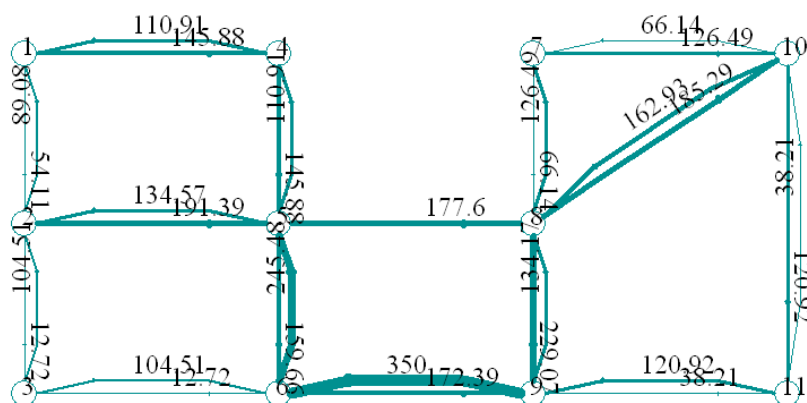
Obr.4 – Řešení nalezené pomocí IA

## 5.2 Algoritmy pro výpočet DUE

Výpočet TAP při dosažení DUE byl na modelové síti postupně proveden algoritmy FW, DSD a MSA. Na jednoduché modelové síti poskytují všechny algoritmy velice podobná řešení. V tab.2 jsou porovnány hodnoty účelové funkce (8) a výpočtové časy (P IV 3,2 GHz, 1 GB RAM).

Tab. 2 – Porovnání DUE metod na modelové síti (11 uzlů, 29 úseků, 4 OD dvojice)

Algoritmus	Počet iterací	Hodnota ÚF	Čas výpočtu [s]
FW	19	$7,5758 \cdot 10^4$	0,06
DSD	5	$7,5702 \cdot 10^4$	0,16
WSA	19	$7,5851 \cdot 10^4$	0,03



Obr.5 – Řešení nalezené pomocí DSD

Nejlepšího výsledku je dosaženo pomocí DSD algoritmu. V tab. 3 je uveden výčet všech úseků použitých pro cesty z U1 do U10 (včetně cestovního času  $t_a$  dosahovaného na úseku  $a$ , celkového proudu  $F_a$  a proudu  $f_a^{U1-U10}$ , který odpovídá přepravní poptávce pouze z uzlu U1 do uzlu U10) a využívaných tras z U1 do U10 (trasy A až J). Na všech těchto trasách je dosahováno stejného cestovního času 127,9 (případná odchylka vzniká zaokrouhlováním časů  $t_a$ ).

Tab. 3 – Rozdělení přepravní poptávky z U1 do U10 pomocí DSD algoritmu

Úsek	$t_a$	$F_a$	$f_a^{U1-U10}$	Trasy $r \in \{A, \dots, J\}$										
				A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1-2	20,26	54,1	54,1	1	1	1	1	1						
2-3	30	12,7	2,3			1	1	1						
1-4	33,59	145,9	145,9						1	1	1	1	1	
2-5	30,13	191,4	51,8	1	1									
3-6	10	12,7	2,3			1	1	1						
4-5	16,8	145,9	145,9						1	1	1	1	1	
5-6	9,88	159,7	145,9						1	1	1			
5-8	49,85	177,6	51,8	1	1							1	1	
6-9	32,55	172,4	148,2			1	1	1	1	1	1			
7-10	13,84	126,5	121,4		1		1			1				1
8-10	27,68	185,3	54,1	1		1			1			1		
9-11	10,03	38,2	24,5					1			1			
8-7	13,84	126,5	121,4		1		1			1				1
9-8	7,43	134,2	123,7			1	1		1	1				
11-10	25,08	38,2	24,5					1			1			
<b>Součet <math>t_a \in r</math></b>				<b>127,9</b>										

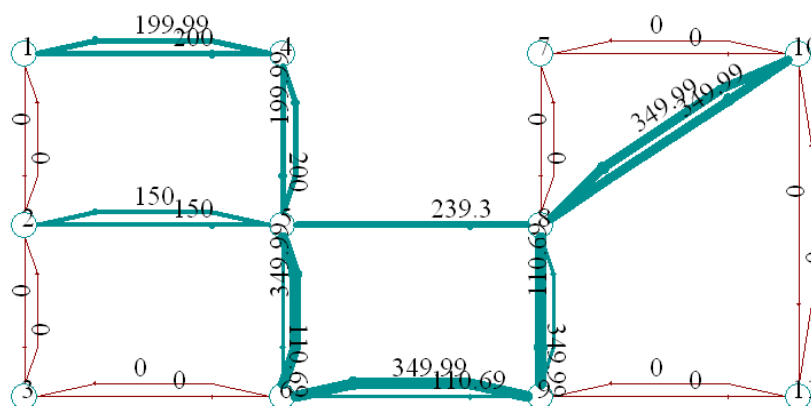
DSD algoritmus obecně poskytuje velice kvalitní řešení v přijatelném čase, a to i na dopravních sítích reálné velikosti. V tab. 4 jsou porovnány hodnoty účelové funkce, výpočtové časy (P IV 3,2 GHz, 1 GB RAM) a spotřebu paměti na modelové síti známé jako Chicago Network, která obsahuje 546 uzlů, 2 176 úseků a 93 135 OD dvojic. Čas výpočtu byl omezen na 80 s.

Tab. 4 – Porovnání DUE metod na síti "Chicago Network"

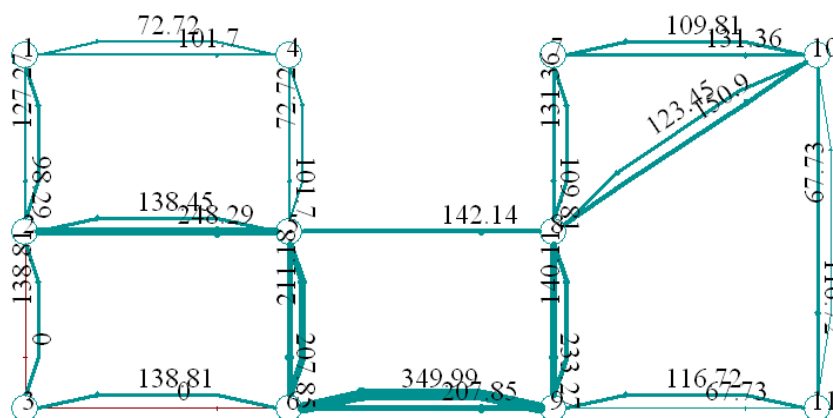
Algoritmus	Počet iterací	Hodnota ÚF	Čas výpočtu [s]
FW	31	$1.6754 \cdot 10^7$	78,2
DSD	4	$1.6749 \cdot 10^7$	76,1
WSA	37	$1.6781 \cdot 10^7$	78,4

### 5.3 Algoritmy pro stochastický TAP

Zde jako příklad poslouží Dialův algoritmus. Výpočet byl proveden pro dvě různé hodnoty parametru  $\mu$ . Na obr. 6 je znázorněno řešení pro velkou hodnotu parametru stochasticity ( $\mu = 8$ ), které se podobá řešením získanému pomocí algoritmu AON (součet časů  $t_0$  na úsecích U1-U4-U5 a U1-U2-U5 je shodný). Na obr. 7 je pak naznačeno řešení pro malou hodnotu parametru ( $\mu = 0,01$ ), kde se uživatelé pohybují po daleko širším spektru cest. S nárůstem cestovních časů v závislosti na růstu intenzity dopravního proudu není uvažováno.



Obr.6 – Řešení nalezené pomocí Dialova algoritmu (logit,  $\mu = 8$ )



Obr.7 – Řešení nalezené pomocí Dialova algoritmu (logit,  $\mu = 0,01$ )

## 6. ZÁVĚR

Smyslem článku je představit Traffic Assignment problém v jeho mnoha variantách. Modelování přepravní poptávky je v poslední době věnována velká pozornost a problematika se stále vyvíjí. Jsou představovány nové analytické i simulační modely a metody; díky rostoucí výpočetní síle počítačů je možné řešit úlohy reálných rozměrů. Některé z v minulosti řešených úloh (Anaheim, Barcelona, Berlin, Chicago, Philadelphia aj.) včetně výsledků řešení a použitých dat čtenář nalezne na webových stránkách [12]. Přesto lze tvrdit, že praktických aplikací existuje velice málo. Jednou z hlavních příčin je jistě obtížné získávání kvalitních vstupních dat, především pak směřování přepravních proudů (OD matice).

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] PATRIKSSON, M. *The Traffic Assignment Problem: Models and Methods*. Utrecht: VSP, 1994.
- [2] VAN VLIET, D. *Road Assignment - I: Principles and Parameters of Model Formulation*. Transportation Research, 10, 1976.
- [3] TOINT, P., WYNTER, L. *Asymmetric Multiclass Traffic Assignment: A Coherent Formulation*. Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Exeter: Pergamon, 1996.
- [4] MANSOUREH, J. *A Review of Dynamic Traffic Assignment Computer Packages*. Journal of the Transportation Research Forum, 46, 2007.
- [5] LARSSON, P., PATRIKSSON, M. *Simplicial Decomposition with Disaggregated Representation for the Traffic Assignment Problem*. Transportation Science, 26, 1992.
- [6] DIAL, R. B. *A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates the need for path enumeration*, Transportation Research, 5, 1971.
- [7] BELL, M. G. H. *Alternatives to Dial's logit assignment algorithm*. Transportation Research, 29 B, 1995.
- [8] SLIVONĚ, M. *Několik přístupů k identifikaci kriticky důležitých úseků na dopravní síti*. Perner's Contacts, 3, 2008, ISSN 1801-674X.
- [9] SCICOSLAB. [online] Dostupné z: <<http://www.scicoslab.org/>>
- [10] LOTITO, P., MANCINELLI, E., QUADRAT, J. P., WYNTER, L. *The Single Class Traffic Assignment Toolbox of Scilab: Ciudadsim*. [online] Dostupné z: <<http://www-roc.inria.fr/metalau/ciudadsim/>>
- [11] CIUDADSIM. [online] Dostupné z: <<http://www-roc.inria.fr/metalau/ciudadsim/>>
- [12] TRANSPORTATION NETWORK TEST PROBLEMS. [online] Dostupné z: <<http://www.bgu.ac.il/~bargera/tntp/>>

Článek vznikl za podpory Institucionálního výzkumu MSM 0021627505 „Teorie dopravních systémů“ Univerzity Pardubice.

Recenzenti: doc. Ing. Pavel Drdla, Ph.D.

Univerzita Pardubice, DFJP, Katedra technologie a řízení

doc. Ing. Rudolf Kampf, Ph.D.

Univerzita Pardubice, DFJP, Katedra dopravního managementu, marketingu a logistiky