Ročník 7, Číslo III., listopad 2012

OPTIMALIZACE NABÍDKY DESTINACÍ V PODMÍNKÁCH REGIONÁLNÍHO MEZINÁRODNÍHO LETIŠTĚ

OPTIMAL DESTINATION OFFER IN TERMS REGIONAL INTERNATIONAL AIRPORT

Dušan Teichmann[1]

Anotace: Celá řada regionálních mezinárodních letišť v současné době řeší problém zavedení minimálně jedné pravidelné letecké linky na významné zahraniční mezinárodní letiště. Tento problém může být formulován jako problém optimalizačního typu, protože v rámci určitých předem definovaných omezení je nutno maximalizovat efekty, které z plánovaných aktivit plynou. Prezentovaný článek si klade za cíl poukázat na možnosti využití metod operační analýzy při řešení tohoto problému. Článek obsahuje čtyři matematické modely, které lze pro návrh destinační mapy použít.

Klíčová slova: optimalizace, letecká doprava, regionální mezinárodní letiště, matematický model.

Summary: Currently a lot of regional international airports deal with problem of operation at least one periodic route to important foreign international airports. This problem can be formulated as the optimization problems since we have to choose the best of solution in terms of previously known the restricted conditions. The presented article aims to show possible application of operational research methods for solving this problem. The article includes four mathematical models usable for the proposal of the optimal destination map.

Key words: optimization, air transport, regional international airport, mathematical model.

ÚVOD – MOTIVACE K ŘEŠENÍ PROBLÉMU

Řada regionálních mezinárodních veřejných letišť (dále jen regionální letiště) společně s jejich zřizovateli, kterými jsou v podmínkách ČR kraje, usiluje v současné době o zřízení minimálně jednoho pravidelného leteckého spojení s některým významným zahraničním mezinárodním letištěm (dále jen tranzitní destinace), odkud existuje nabídka do všech (do velké části) důležitých destinací světa (dále jen cílové destinace). Cílem těchto a podobných snah je neomezovat se při provozu regionálního letiště pouze na sezónní charterové lety, ale zvýšit jeho využití především mimo tuto sezónu tím, že se rozšíří nabídka destinací i o destinace využívané jinými skupinami cestujících – investory, managery, obchodními zástupci apod. Často je také, zejména od politických reprezentací krajů, slyšet při argumentaci související s podporou regionálních mezinárodních letišť, že zavádění pravidelných leteckých linek nemalou měrou přispívá ke zvýšení zájmu zahraničních investorů o daný region a v důsledku toho také ke zvýšení přílivu zahraničních investic

[1] Ing. Dušan Teichmann, Ph.D., VŠB-Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu, 708 33 Ostrava-Poruba, Tel.: +420597324575, Fax: +420597324330, E-mail: dusan.teichmann@vsb.cz

a následnému hospodářskému rozvoji regionu. Některá regionální letiště (závisí především na významu spádového území) si kladou za cíl zřízení pouze jednoho leteckého spojení, ambice jiných bývají vyšší. Stačí připomenout nedávnou minulost, kdy byl pro letiště Ostrava tehdejší krajskou politickou reprezentací odsouhlasen plán, který v letech 2007 – 2010 uvažoval se zahájením provozu až dvanácti mezinárodních linek. Provoz linek měl být realizován v režimu závazku veřejné služby, přičemž k dotaci měl Krajský úřad Moravskoslezského kraje ve svém rozpočtu vyčleněnu částku ve výši 709 mil. Kč, viz také (6).

Ponechme stranou, do jaké míry je výše uvedená politiky prezentovaná argumentace a zájem politických reprezentací krajů dotovat provoz mezinárodního leteckého spojení z krajských rozpočtů relevantní, a uvažujme situaci, kdy se management regionálního letiště rozhoduje, o jaké destinace, resp. provozování leteckých linek na těchto tranzitních destinacích, bude v budoucím období usilovat.

Řešený problém je problémem optimalizačního typu, protože v rámci určitých předem definovaných omezení je nutno maximalizovat efekty, které z plánovaných aktivit plynou. Předložený článek si klade za cíl poukázat na možnosti využití optimalizačních metod při výběru vhodných zahraničních tranzitních destinací, se kterými chce být regionální letiště propojeno pravidelnými leteckými linkami.

1. NĚKOLIK ÚVODNÍCH INFORMACÍ Z HLEDISKA MODELOVÁNÍ

Definovaná úloha umožňuje využít k jejímu řešení poměrně dobře propracovanou disciplínu operační analýzy – matematické programování. Hlavní důvody svědčící ve prospěch použití matematického programování jsou dva. V prvé řadě se jedná o typ plánovací úlohy, pro které bylo matematické programování v minulosti primárně vytvořeno. Za druhé, použití matematického programování, resp. jeho odvětví – lineárního programování, není-li sestavený model výpočetně náročný a je-li k dispozici dostatečně hardwarově výkonná výpočetní technika (což v dnešní době u těchto typů úloh nebývá problém), umožňuje nacházet řešení vykazující vlastnost optimality (4).

Klíčovou etapou přípravné fáze celého optimalizačního procesu, je etapa, ve které musí být proveden výběr vhodného optimalizačního kritéria, tj. kritéria, na základě kterého bude posuzována efektivita jednotlivých řešení. Aby bylo možno využívat výhod metod matematického programování, je třeba, aby toto kritérium bylo dobře vyjádřitelné pomocí funkční závislosti – v terminologii matematického programování hovoříme o tzv. účelové funkci.

Při výběru vhodného typu optimalizačního kritéria je klíčový především zájem, který zadavatel optimalizací sleduje. Formulace žádoucího cíle zadavatele však nemusí být vždy tak jednoduchá, jak se na první pohled může zdát. Problém totiž může nastat např. v tom, že ne vždy jsou k dispozici všechna vstupní data, která jsou potřebná pro relevantní kvantifikaci účelové funkce nebo jiného výrazu, který má matematický model obsahovat. Pokud zadavatel nemá možnost dodat řešiteli požadovaná data a řešitel nemá možnost je získat jiným způsobem (např. proto, že potřebná data jednoduše neexistují nebo data, která jsou k dispozici, nejsou pro kvantifikaci zájmu zadavatele dostatečně relevantní), je možno přistoupit k formulaci náhradního optimalizačního kritéria, které s původním kritériem souvisí, resp. určitým způsobem sledovaný zájem zadavatele kopíruje.

2. NÁVRH MATEMATICKÝCH MODELŮ

Matematické modely, které budou za účelem optimalizace nabídky destinací navrženy, je možno rozdělit do dvou skupin – modely použitelné při existenci informací o poptávce po jednotlivých cílových destinacích a modely použitelné při neexistenci informací o poptávce po jednotlivých destinacích. Situacím, ve kterých je poptávka známa, bude věnována podkapitola 2.1, situacím, kdy poptávka známa není, bude věnována podkapitola 2.2. Každá z uvedených podkapitol bude ještě dále členěna do dvou dalších dílčích podkapitol. První z nich bude vždy věnována matematickým modelům, které umožňují provést optimalizaci v případech, kdy se množiny cílových destinací dosažitelné z jednotlivých tranzitních destinací vzájemně nepřekrývají (jsou disjunktní) – z hlediska řešení se bude jednat o jednodušší případ, druhá bude věnována opačným případům, tzn. případům, kdy existuje minimálně jedna cílová destinace dostupná z více tranzitních destinací současně.

2.1 Matematické modely pro případy existence informací o poptávce

2.1.1 Matematický model při disjunktních množinách cílových destinací

Formulujme nejdříve zadání úlohy. Je dáno regionální letiště, ze kterého je uvažováno o provozování maximálně $p \geq 2$ linek ($p \in Z^{+}$, symbol Z^{+} v dalším textu bude značit množinu celých kladných čísel) spojujících přímým spojením toto letiště s významnějšími zahraničními tranzitními destinacemi. Je dána množina tranzitních destinací I a množina cílových destinací J. Pro každou tranzitní destinaci $i \in I$ je známa množina cílových destinací, které jsou prostřednictvím dané tranzitní destinace dostupné, pro každou cílovou destinaci $j \in J$ je známa její poptávka. Úkolem je rozhodnout o výběru maximálně p tranzitních destinací tak, aby se vlivem jejich provozování maximalizoval celkový počet odbavených cestujících na regionálním letišti.

Řešení úlohy:

V prvé řadě je třeba vypočítat y počty odbavených cestujících d_i v případě provozování linek do tranzitních destinací. Výpočet počtů odbavených cestujících do jednotlivých tranzitních destinací je při disjunktních množinách cílových destinací poměrně jednoduchý. Při jejich výpočtu stačí pro jednotlivé tranzitní destinace sečíst známé hodnoty poptávky po přepravě do jednotlivých cílových destinací dostupných z dané tranzitní destinace. Celkový počet odbavených cestujících tedy vznikne součtem počtů odbavených cestujících, kteří využijí linky provozované do tranzitních destinací.

V dalším postupu se do úlohy zavede bivalentní proměnná modelující rozhodnutí o zařazení konkrétní tranzitní destinace do množiny provozovaných tranzitních destinací. Označme proměnnou modelující tento typ rozhodnutí pro tranzitní destinaci $i \in I$ symbolem z_i. Zvolme identifikaci konkrétních hodnot jednotlivých proměnných následovně. Pokud po ukončení výpočtu $z_i = 1$, bude to znamenat, že tranzitní relace $i \in I$ bude zařazena do množiny provozovaných tranzitních destinací, pokud $z_i = 0$, bude to znamenat opak.

V tomto okamžiku již lze psát matematický model, který bude mít tvar:

$$\max \quad f(z) = \sum_{i \in I} d_i z_i \tag{1}$$

za podmínek

$$\sum_{i \in I} z_i \leq p \tag{2}$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad \text{pro } i \in I \tag{3}$$

Výraz (1) reprezentuje účelovou funkci – celkový počet odbavených cestujících na regionálním letišti. Omezující podmínka (2) zajistí, že při rozhodování o výběru tranzitních destinací do množiny provozovaných tranzitních destinací nebude překročen jejich maximální přípustný počet. Skupina omezujících podmínek (3) vymezuje definiční obory proměnných použitých v modelu.

Pro $p = 1$ je řešení triviální. Optimálním řešením bude výběr té tranzitní destinace, která umožní odbavit maximální počet cestujících.

Úlohu zformulovanou v úvodu této podkapitoly lze řešit i bez využití lineárního programování. Stačí sestavit tabulku, ve které počet řádků bude odpovídat počtu tranzitních destinací a počet sloupců počtu cílových destinací. K tabulce doplníme ještě jeden sloupec – součtový. Na jednotlivá pole sestavené tabulky zapíšeme hodnoty poptávky po přepravě do cílových destinací, jsou-li z dané tranzitní destinace dostupné. Není-li cílová destinace z tranzitní destinace dostupná, napíše se na pozici příslušného prvku hodnota 0. Provedou se řádkové součty, které se dopíší do součtového sloupce. Následně se provede výběr takové p prvkové množiny tranzitních destinací, která umožní maximalizovat hodnotu optimalizačního kritéria (např. při zájmu provozovat linku do dvou tranzitních destinací budou vybrány dvě tranzitní destinace s největšími hodnotami v součtovém sloupci, při zájmu provozovat linky do tří tranzitních destinací vybereme tři tranzitní s největšími hodnotami v součtovém sloupci atd.).

Dosud jsme uvažovali pouze s poptávkou do cílových destinací a zanedbávali jsme poptávku do tranzitních destinací. Je však zřejmé, že se mohou vyskytovat cestující, kteří již z tranzitní destinace navazujícími lety do dalších destinací nepokračují. Pakliže tomu tak je (a zpravidla tomu tak bývá, protože významná zahraniční letiště se nacházejí ve významných městských aglomeracích), je nutno za účelem objektivizace rozhodování samostatnou poptávku do tranzitních destinací při výpočtu také zohlednit. Z hlediska zapracování do výpočtu je situace jednoduchá. V podstatě stačí navýšit hodnotu dosavadních počtů odbavených cestujících o hodnotu samostatné poptávky po přepravě do tranzitních destinací. Celkový počet odbavených cestujících do tranzitní destinace tedy v tomto druhém případě vznikne jako součet počtu odbavených cestujících, pro které je tranzitní destinace cílem jejich cesty a celkového počtu cestujících, kteří z tranzitní destinace pokračují do cílových destinací. Tvar účelové funkce a soustavy omezujících podmínek se nemění. Jediné změny, které nastanou, se projeví v hodnotách koeficientů d_i.

2.1.2 Matematický model při překrývajících se množinách cílových destinací

Opět nejdříve zformulujeme problém. Je dáno regionální letiště, ze kterého je uvažováno o provozování maximálně $p \geq 2$ linek $\left(p \in Z^{+}\right)$, které umožňují spojit toto letiště s významnými zahraničními tranzitními letišti. Je dána množina tranzitních destinací I a množina cílových destinací J. Pro každou tranzitní destinaci je známa množina cílových destinací, které jsou z dané tranzitní destinace dostupné a počet cestujících, kteří mají o cestování z regionálního letiště do cílové destinace zájem. Úkolem je rozhodnout o výběru maximálně p tranzitních destinací tak, aby se vlivem jejich provozování maximalizoval celkový počet odbavených cestujících z regionálního letiště.

Řešení úlohy:

Kdybychom pro zadání uvedené v podkapitole 2.1.2 použili model uvedený v podkapitole 2.1.1, došlo by v případě výběru více než jedné z tranzitních destinací, ze kterých jsou dostupné stejné cílové destinace, k tomu, že by se počty cestujících odbavených do těchto cílových destinací nežádoucím způsobem načítaly, což by způsobilo zkreslení hodnoty účelové funkce. Je proto nutné vytvořit jiný model, který nebude takováto zkreslení připouštět. Při řešení budeme proto postupovat odchylně od předchozího případu.

Nejdříve se pro každou cílovou destinaci $j \in J$ vytvoří množina tranzitních destinací I_j, ze kterých je daná cílová destinace dostupná. V dalším postupu se do úlohy zavedou dvě skupiny bivalentních proměnných – skupina bivalentních proměnných modelujících rozhodnutí o zařazení konkrétní tranzitní destinace do množiny provozovaných tranzitních destinací a skupina bivalentních proměnných modelujících rozhodnutí o dostupnosti cílové destinace z regionálního letiště přes tranzitní destinaci.

Označme proměnnou modelující rozhodnutí o zařazení konkrétní tranzitní destinace $i \in I$ do množiny provozovaných tranzitních destinací opět symbolem z_i a proměnnou modelující dostupnost cílové destinace $j \in J$ z regionálního letiště přes tranzitní destinaci symbolem y_j. Zvolme identifikaci konkrétních hodnot jednotlivých proměnných opět následovně. Pokud po vyřešení úlohy bude platit $z_i = 1$, bude to znamenat, že letecké spojení na tranzitní destinace $i \in I$ bude provozováno, pokud bude platit $z_i = 0$, bude to znamenat opak. Dále, pokud po vyřešení úlohy bude platit $y_j = 1$, bude to znamenat, že cílová destinace $j \in J$ bude z regionálního letiště dostupná, pokud bude platit $y_j = 0$, bude to znamenat opak.

V tomto okamžiku již lze psát matematický model, který bude mít tvar:

$$\max \quad f(z) = \sum_{j \in J} d_j y_j \tag{4}$$

za podmínek

$$\sum_{i \in I} z_i \leq p \tag{5}$$

$$y_j \leq \sum_{i \in I_j} z_i \qquad \text{pro } j \in J \tag{6}$$

$$y_j \in \{0,1\} \qquad \text{pro } j \in J \tag{7}$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad \text{pro } i \in I \qquad (8)$$

Symbol d_j reprezentuje poptávku po přepravě do cílové destinace $j \in J$. Výraz (4) reprezentuje účelovou funkci – celkový počet cestujících odbavených z regionálního letiště. Omezující podmínka (5) zajistí, že při rozhodování o výběru tranzitních destinací do množiny provozovaných tranzitních destinací nebude překročen jejich maximální přípustný počet. Skupina omezujících podmínek (6) zajistí požadované vazby mezi jednotlivými skupinami proměnných a skupiny omezujících podmínek (7) a (8) vymezují definiční obory proměnných, které jsou v modelu použity. Dodejme ještě podrobnější komentář k mechanismu činnosti omezujících podmínek ve skupině (6). Omezující podmínky pracují tak, že když bude cílová destinace určena jako dostupná, potom příslušná tranzitní destinace nebo některá z tranzitních destinací, ze kterých je cílová destinace dostupná, se započítá do limitu provozovaných tranzitních destinací p. K tomuto jevu však nedojde, pokud žádná z tranzitních destinací, ze kterých je cílová destinace dostupná, není zařazena do množiny provozovaných tranzitních destinací.

Za účelem snazšího zápisu skupiny omezujících podmínek (6) do optimalizačního software ji lze nahradit skupinou omezujících podmínek (9)

$$y_j \le \sum_{i \in I} a_{ij} z_i \qquad \text{pro } j \in J \qquad (9)$$

kde

a_{ij} je prvek incidenční matice. Pokud je cílová destinace $j \in J$ dostupná z tranzitní destinace $i \in I$, bude platit $a_{ij} = 1$, v opačném případě $a_{ij} = 0$.

Analogicky jako v předchozím případě, je-li $p = 1$, je řešení triviální. Optimálním řešením bude výběr tranzitní destinace, umožňující odbavit maximální počet cestujících na regionálním letišti.

V podkapitole 2.1.2 byl dosud opět uvažován stav, kdy se při optimalizaci zohledňovaly pouze počty odbavených cestujících do cílových destinací, a samostatná poptávka do tranzitních destinací byla zanedbána. Je-li při optimalizaci smysluplné se samostatnou poptávkou do tranzitních destinací uvažovat, je zapotřebí matematické modely (4) – (8) nebo (4), (5) a (7) - (9) dále upravit. Označme pro tento případ symbolem t_i samostatnou poptávku do tranzitní destinace $i \in I$. V uvedených modelech se změní účelové funkce, které budou nově mít tvar (10):

$$\max \quad f(z) = \sum_{j \in J} d_j y_j + \sum_{i \in I} t_i z_i \qquad (10)$$

Skupiny omezujících podmínek (5) – (8) nebo (5) a (7) - (9) zůstanou beze změn.

2.2 Matematické modely pro případy neexistence informací o poptávce

Při neznámé poptávce mezi regionálním letištěm a cílovými destinacemi je zřejmé, že není možné volit za optimalizační kritérium celkový počet cestujících odbavených z regionálního letiště. Pro potřeby optimalizačního výpočtu tedy musí být voleno náhradní optimalizační kritérium, které bude zájem zadavatele vhodným způsobem substituovat. Takovým náhradním kritériem může být např. celkový počet cílových destinací, které budou z regionálního letiště dostupné. Cílem optimalizace potom bude maximalizovat počet dostupných cílových destinací.

2.2.1 Matematický model při disjunktních množinách cílových destinací

Formulujme opět nejdříve zadání úlohy. Je dáno regionální letiště, ze kterého je uvažováno o provozování maximálně $p \geq 2$ linek $\left(p \in Z^{+}\right)$, které umožňují spojit toto letiště s významnějšími tranzitními destinacemi. Je dána množina tranzitních destinací I a množina cílových destinací J. Pro každou tranzitní destinaci $i \in I$ je znám počet cílových destinací r_i, které jsou z dané tranzitní destinace dostupné. Úkolem je rozhodnout o výběru maximálně p tranzitních destinací tak, aby se vlivem jejich provozování maximalizoval celkový počet cílových destinací dostupných z regionálního letiště.

Řešení úlohy:

Při řešení se do úlohy zavede skupina bivalentních proměnných modelujících rozhodnutí o zařazení tranzitní destinace do množiny provozovaných destinací. Označme proměnnou modelující tento typ rozhodnutí pro tranzitní destinaci $i \in I$ symbolem z_i. Zvolme opět identifikaci konkrétních hodnot jednotlivých proměnných následovně. Pokud $z_i = 1$, bude to znamenat, že tranzitní destinace $i \in I$ bude zařazena do množiny provozovaných tranzitních destinací, pokud $z_i = 0$, bude to znamenat opak.

Matematický model bude mít tvar:

$$\max \quad f(z) = \sum_{i \in I} r_i z_i \tag{11}$$

za podmínek

$$\sum_{i \in I} z_i \leq p \tag{12}$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad \text{pro } i \in I \tag{13}$$

Výraz (11) reprezentuje účelovou funkci – celkový počet cílových destinací dostupných z regionálního letiště. Omezující podmínka (12) zajistí, že při rozhodování o výběru tranzitních destinací nebude překročen jejich maximální přípustný počet. Skupina omezujících podmínek (13) vymezuje definiční obory proměnných použitých v modelu.

Pro $p = 1$ je řešení opět triviální. Optimálním řešením bude výběr té tranzitní destinace, která umožní „zdostupnit“ maximální počet cílových destinací.

Analogicky jako v případě známé poptávky, lze úlohu zformulovanou v úvodu této podkapitoly řešit i bez využití lineárního programování. Stačí sestavit podobnou tabulku jako v první variantě úlohy se znalostí poptávky (podkapitole 2.1.1). Její struktura bude v podstatě stejná, jediný rozdíl, který se vyskytne, spočívá v náhradě hodnot poptávky po přepravě do cílových destinací hodnotami 0 a 1. V případech, kdy je cílová destinace z tranzitní destinace dostupná, napíše se místo poptávky po přepravě do cílové destinace na příslušnou pozici v tabulce hodnota 1, v opačných případech se na příslušnou pozici napíše hodnota 0.

2.2.2 *Matematický model při překrývajících se množinách cílových destinací*

Opět nejdříve zformulujeme problém. Je dáno regionální letiště, ze kterého je uvažováno o provozování maximálně $p \geq 2$ linek $\left(p \in Z^{+}\right)$, které umožňují spojit toto letiště s významnějšími tranzitními destinacemi. Je dána množina tranzitních destinací I a množina cílových destinací J. Pro každou tranzitní destinaci je známa množina cílových destinací, které jsou prostřednictvím dané tranzitní destinace dostupné. Úkolem je rozhodnout o výběru maximálně p tranzitních destinací tak, aby se vlivem jejich provozování maximalizoval celkový počet cílových destinací dostupných z regionálního letiště.

Řešení úlohy:

Kdybychom pro řešení této situace použili model uvedený v podkapitole 2.2.1, došlo by opět v případě výběru většího počtu tranzitních destinací, ze kterých jsou současně dostupné některé cílové destinace, k tomu, že by se počty dostupných destinací nežádoucím způsobem načítaly, což by způsobilo zkreslení hodnoty účelové funkce.

Analogicky jako v případě varianty tohoto typu úlohy, kdy je poptávka známa, se nejdříve se pro každou cílovou destinaci $j \in J$ vytvoří množina tranzitních destinací I_j, ze kterých je daná cílová destinace dostupná. V dalším postupu se zavedou dvě skupiny bivalentních proměnných – skupina bivalentních proměnných modelujících rozhodnutí o zařazení konkrétní tranzitní destinace do množiny provozovaných tranzitních destinací a skupina bivalentních proměnných modelujících rozhodnutí o dostupnosti cílové destinace. Označme proměnnou modelující rozhodnutí o zařazení konkrétní tranzitní destinace $i \in I$ do množiny provozovaných tranzitních destinací opět symbolem z_i a proměnnou modelující dostupnost cílové destinace $j \in J$ z regionálního letiště přes tranzitní destinaci symbolem y_j. Zvolme opět identifikaci konkrétních hodnot jednotlivých proměnných následovně. Pokud po vyřešení úlohy bude platit $z_i = 1$, bude to znamenat, že letecké spojení do tranzitní destinace $i \in I$ bude provozováno, pokud bude platit $z_i = 0$, bude to znamenat opak. Dále, pokud po vyřešení úlohy bude platit $y_j = 1$ bude to znamenat, že cílová destinace $j \in J$ bude z regionálního letiště dostupná, pokud bude platit $y_j = 0$, bude to znamenat opak.

V tomto okamžiku již lze psát matematický model, který bude mít tvar:

$$\max \quad f(y) = \sum_{j \in J} y_j \tag{14}$$

za podmínek

$$\sum_{i \in I} z_i \leq p \tag{15}$$

$$y_j \leq \sum_{i \in I_j} z_i \qquad \text{pro } j \in J \tag{16}$$

$$y_j \in \{0,1\} \qquad \text{pro } j \in J \tag{17}$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad \text{pro } i \in I \tag{18}$$

Výraz (14) reprezentuje účelovou funkci – celkový počet dostupných cílových destinací. Soustava omezujících podmínek (15) – (17) má stejný význam jako v případě modelu s podmínkami (5) – (8). Za účelem vhodnějšího zápisu skupiny omezujících podmínek (16) do optimalizačního software ji opět můžeme opět nahradit skupinou podmínek (9).

Analogicky jako v předchozím případě, je-li $p=1$, je řešení triviální. Optimálním řešením bude výběr té tranzitní destinace, která umožní „zdostupnit“ maximální počet cílových destinací. Celkový počet dostupných destinací z regionálního letiště však bude ve skutečnosti vyšší a vznikne jako součet počtu dostupných cílových destinací a provozovaných tranzitních destinací (kterých bude maximálně p).

3. VÝPOČETNÍ EXPERIMENTY

3.1 Experimentální ověření funkčnosti modelu

Experimentální ověření funkčnosti matematických modelů bylo prověřeno prostřednictvím několika výpočetních experimentů, na tomto místě uvedeme pouze jeden z nich, a to pro případ, kdy není známa poptávka do cílových destinací, a vyskytují se cílové destinace, které jsou dostupné z více tranzitních destinací. V podstatě se tedy bude jednat o typ zadání popsaného v podkapitole 2.2.2 (varianta modelu bez započítání tranzitních destinací jako samostatných cílových destinací). Experimenty byly provedeny na modelovém příkladu, kdy bylo uvažováno o výběru tří z pěti tranzitních destinací, a počet cílových destinací byl 60 – prostřednictvím každé tranzitní destinace bylo uvažováno s dostupností 12 cílových destinací.

Abychom se vyhnuli rozsáhlému zadávání vstupních hodnot, bude uvažováno, že cílové destinace č. 1 - 12 budou dostupné prostřednictvím tranzitní destinace č. 1, cílové destinace č. 13 – 24 budou dostupné prostřednictvím tranzitní destinace č. 2, cílové destinace č. 25 – 36 budou dostupné prostřednictvím tranzitní destinace č. 3, cílové destinace č. 37 – 48 budou dostupné prostřednictvím tranzitní destinace č. 4 a cílové destinace č. 49 – 60 budou dostupné prostřednictvím tranzitní destinace č. 5. V rámci uvedených 60-ti cílových destinací se dále budou vyskytovat cílové destinace dostupné prostřednictvím více tranzitních destinací, jejich výčet včetně definovaných dostupností je uveden v tab. 1.

Tab. 1 Výčet cílových destinací dostupných z více tranzitních destinací

Číslo cílové destinace	Dostupnost z tranzitní destinace	Číslo cílové destinace	Dostupnost z tranzitní destinace
2	1,3,5	31	2,3,5
6	1,2	43	1,3,4
8	1,4	47	3,4,5
16	2,3,4	55	2,3,5
17	2,5	56	1,2,3,5
24	2,5	58	4,5
30	1,3,5	60	1,2,5

Zdroj: Autor

Matematický model úlohy navržený podle obecné varianty modelu uvedené v podkapitole 2.2.2 bude mít tvar:

$$\max \quad f(y) = \sum_{j=1}^{60} y_j$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^{5} z_i \leq 3$$

$$y_j \leq \sum_{i \in I_j} z_i \qquad \text{pro } j = 1,\ldots,60$$

$$y_j \in \{0,1\} \qquad \text{pro } j = 1,\ldots,60$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad \text{pro } i = 1,\ldots,5$$

Pro názornost uvedeme několik příkladů strukturálních podmínek zařazených v obecném modelu ve skupině podmínek (16). Celkem je v modelu 60 podmínek tohoto typu.

$y_1 \leq z_1$	$y_{13} \leq z_2$	....	$y_{49} \leq z_5$
$y_2 \leq z_1 + z_3 + z_5$	$y_{14} \leq z_2$	....	$y_{50} \leq z_5$
....			
$y_{12} \leq z_1$	$y_{24} \leq z_2 + z_5$	....	$y_{60} \leq z_1 + z_2 + z_5$

Výpočetní experimenty probíhaly v optimalizačním software XPESS, podrobné návody jak transformovat sestavené modely do textu programu MOSEL, se kterým optimalizační software pracuje, je možno najít v publikacích (2) nebo (5). Po transformaci matematického modelu do textu programu, kontrole syntaktické správnosti a realizaci řešení, byly získány následující výsledky. K provozování byly určeny tři tranzitní destinace – tranzitní destinace č. 2, 3 a 4. Hodnota účelové funkce – celkový počet dostupných cílových destinací je 43. To tedy znamená, že prostřednictvím množiny přímých leteckých spojení provozovaných do tranzitních destinací 2, 3 a 4 bude s jedním přestupem zajištěna dostupnost 43 cílových destinací (do tohoto počtu nejsou započítány tři tranzitní destinace).

Výpočetní experimenty probíhaly na PC s procesorem INTEL® Core™2 Duo CPU E8400 a následujícími parametry: 3,00 GHz, 3,25 GB RAM. Výpočetní doba potřebná pro vyřešení úlohy 5x60 byla zanedbatelná, ve výsledné zprávě hodnotící průběh experimentu byla u výpočetní doby uvedena hodnota 0,1 s.

3.2 Řešitelnost sestavených modelů

S ohledem na skutečnost, že v zadané úloze je počet všech omezujících podmínek, tj. včetně obligatorních, 126 a počet proměnných je 65, je tato úloha dobře řešitelná i v demoverzi SW, která je pro akademické účely volně dostupná. I když se v navržených modelech používají pouze bivalentní proměnné, nedá se očekávat, že by mohly nastat zásadnější problémy s řešitelností těchto typů modelů, protože počty omezujících podmínek a proměnných se s rostoucí velikostí modelu zvyšují proporcionálně. Jediné omezení, které tak může řešitelovy ambice narušit, je, že řešitel nemá k dispozici postačující verzi příslušného programového produktu.

ZÁVĚR

Předložený článek se zabývá problémem, který je v současnosti klíčový pro mnohá regionální mezinárodní letiště, která zvažují o zavedení minimálně jedné pravidelné mezinárodní letecké linky. Ukazuje způsob řešení, který umožňuje řešit tento problém s garancí nalezení optimálního řešení. Článek obsahuje čtyři modely, které se liší vstupními údaji a způsobem dostupnosti cílových destinací z tranzitních destinací. Po úvahách vedoucích k sestavě jednotlivých typů modelů následuje ukázkový příklad, který umožňuje poměrně jednoduše zkontrolovat správnou funkčnost modelu.

V budoucím období bude věnována pozornost formulace modelů v podmínkách neurčitosti, např. s využitím fuzzy lineárního programování, viz také (2) nebo (3).

Článek vznikl v souvislosti s řešením grantového projektu SP2012/113 „Vývoj nových metod pro plánování a řízení dopravních procesů“

POUŽITÁ LITERATURA

(1) HAVRDA, J. Matematické programování. Praha: SNTL, 1972. 162 s.

(2) INUIGUCHI, M., RAMÍK, J. Possibility linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem. Fuzzy Sets and Systems 111(1/2000), s. 3–28

(3) JANÁČEK, J. a kolektiv. Navrhovanie územne rozľahlých obslužných systémov. Žilina: Žilinská univerzita v Žiline, 2010. 404 s. ISBN 978-80-554-0219-2.

(4) TEODOROVIĆ, D., VUKADINOVIĆ, K. Traffic Control and Transport Planning: A Fuzzy Sets and Neural Networks Approach. Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 1998. 383 s. ISBN 0-7923-8380-X.

(5) TEICHMANN, D., IVAN, M., GROSSO, A. Modely pro řešení rozhodovacích úloh v logistice I. Acta logistica Moravica, 2011, roč. 1, č. 2, s. 56 – 68, ISSN 1804-8315.

(6) XPRESS-MP Manual “Getting Started”. Dash Associates, Blisworth, UK, 2005, p. 105.

(7) Z Mošnova se stává metropolitní letiště, Hospodářské noviny 5.12.2007, dostupné z http://hn.ihned.cz/c1-22552480-z-mosnova-se-stava-metropolitni-letiste.