

ŘÍZENÍ SOUSTAVY SE DVĚMI VSTUPY A JEDNÍM VÝSTUPEM

TWO INPUTS – ONE OUTPUT (TISO) PROCESS CONTROL

Daniel Honc, František Dušek¹

Anotace: Článek je věnován problematice řízení soustavy se dvěma vstupy a jedním výstupem pomocí zpětnovazebního regulátoru a statického kompenzátoru. U takovéto soustavy lze žádané hodnoty výstupu dosáhnout obecně libovolnou kombinací vstupů. Kompenzátor přepočítává akční veličinu regulátoru na vstupy soustavy tak, aby bylo dosaženo žádané hodnoty na výstupu soustavy a současně se vstupy v ustáleném stavu blížily k žádaným hodnotám vstupů (optimálně z pohledu kvadratického kritéria). Navrhovaná metoda dovoluje řídit soustavy s větším počtem vstupů než je počet výstupů soustavy standardními metodami a navíc umožňuje například optimalizovat náklady na řízení v ustáleném stavu.

Klíčová slova: řízení, statický kompenzátor, optimalizace

Summary: Paper deals with feedback control of two inputs – single output (TISO) process with static compensator. For such a process it is possible to get desired output with arbitrary combination of the inputs. Compensator recalculates manipulated variable from the controller into the process inputs so the set-point is reached and the process inputs are as close as possible to desired values at the same time (optimal from the quadratic criterion point of view). Proposed method allows us to control processes with more inputs than outputs by standard methods and moreover e.g. optimize steady-state control costs.

Key words: process control, static compensator, optimization

1. ÚVOD

Vícerozměrové soustavy lze řídit pomocí vícerozměrových regulátorů nebo pomocí takzvaného decentralizovaného řízení - nezávislých jednoduchých regulačních obvodů [3], [6]. Pro potlačení vnitřních vazeb je často použit kompenzátor [5], [7]. V obou případech potřebujeme znát dynamický model řízeného systému. Pokud máme k dispozici pouze informaci o zesílení soustavy, lze pro čtvercové systémy vypočítat statický kompenzátor jako inverzi matice zesílení [4]. Tuto metodu jsme zobecnili i pro nečtvercové soustavy [1], [2]. V článku je ukázáno řešení pro nejjednodušší případ – pro soustavu se dvěma vstupy a jedním výstupem (výstup regulátoru je potřeba převést na dva akční členy). Příkladem takovéto soustavy může být řízení teploty

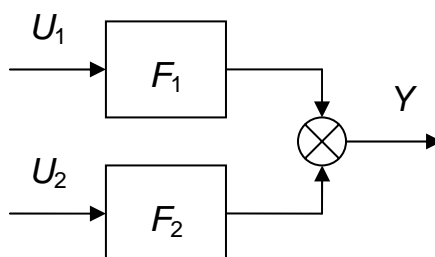
¹ Ing. Daniel Honc, Ph.D., doc. František Dušek, CSc., Univerzita Pardubice, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra řízení procesů, nám. Čs. legií 565, 532 10 Pardubice, tel.: +420 466 037 107, fax +420 466 037 068, e-mail: daniel.honc@upce.cz

systemu s topným a chladicím okruhem. Běžně používanou metodou je takzvaný „Split Range“, kdy např. pokud je výstup regulátoru menší než 50 %, dochází pouze k otvírání ventilu okruhu chlazení a ventil okruhu topení je uzavřený a naopak. Pokud je výstup regulátoru větší než 50 %, pouze topíme a nechladíme. V takovém případě je často pouze na základě zkušeností nebo metodou pokusů-omylů potřeba navrhnout logiku řízení.

Za určité situace může být žádoucí použití obou akčních veličin najednou nebo může být známa optimální kombinace vstupů v ustáleném stavu - například z ekonomického pohledu. V příspěvku je ukázán návrh statického kompenzátoru, který převádí problém řízení soustavy se dvěma vstupy a jedním výstupem na systém s jedním vstupem a jedním výstupem, tak aby bylo možné použít standardní regulátor a formulovat dodatečný požadavek řízení – žádané hodnoty vstupů.

2. NÁVRH KOMPENZÁTORU

Soustava se dvěma vstupy a jedním výstupem má následující blokové schéma, kde F_1 a F_2 jsou přenosy jednotlivých vstupů na výstup soustavy.



Obr. 1 - Blokové schéma TISO soustavy

$$\text{Pro ustálený stav platí } y = Z_1 u_1 + Z_2 u_2 \quad (1)$$

kde Z_1 a Z_2 jsou zesílení vstupů na výstup soustavy.

Požadovaného výstupu můžeme dosáhnout nekonečným množstvím různých kombinací vstupů. Můžeme tedy specifikovat další dodatečný požadavek řízení – například, aby se vstupy soustavy (akční zásahy) co nejméně lišily od žádaných hodnot vstupů u_{w1} a u_{w2} . Jedná se tedy o optimalizační problém – minimalizace rozdílu vektorů za existence omezení. Pokud zvolíme za kritérium sumu kvadrátů odchylek s váhami m_1 a m_2 , můžeme úlohu zapsat jako

$$\min_{u_1, u_2} J(u_1, u_2) = m_1 (u_1 - u_{w1})^2 + m_2 (u_2 - u_{w2})^2, \text{ omezení } y = Z_1 u_1 + Z_2 u_2 \quad (2)$$

Jedná se o minimalizaci s vázaným extrémem, kterou lze řešit pomocí Lagrangeových multiplikátorů s kritériem ve tvaru

$$\min_{u_1, u_2, \lambda} J(u_1, u_2, \lambda) = m_1(u_1 - u_{w1})^2 + m_2(u_2 - u_{w2})^2 + \lambda(Z_1 u_1 + Z_2 u_2 - y) \quad (3)$$

Vypočítáme parciální derivace, položíme je rovny nule a vyřešíme vzniklou soustavu lineárních rovnic

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(u_1, u_2, \lambda)}{\partial u_1} &= 2m_1(u_1 - u_{w1}) + \lambda Z_1 = 0 \\ \frac{\partial J(u_1, u_2, \lambda)}{\partial u_2} &= 2m_2(u_2 - u_{w2}) + \lambda Z_2 = 0 \\ \frac{\partial J(u_1, u_2, \lambda)}{\partial \lambda} &= Z_1 u_1 + Z_2 u_2 - y = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Soustavu rovnic lze zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & \frac{Z_1}{2} \\ 0 & m_2 & \frac{Z_2}{2} \\ Z_1 & Z_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 u_{w1} \\ m_2 u_{w2} \\ y \end{bmatrix} \quad (5)$$

Její řešení je

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \lambda \end{bmatrix} = \frac{1}{m_1 Z_2^2 + m_2 Z_1^2} \begin{bmatrix} m_1 Z_2^2 & -m_2 Z_1 Z_2 & m_2 Z_1 \\ -m_1 Z_1 Z_2 & m_2 Z_1^2 & m_1 Z_2 \\ 2m_2 Z_1 & 2m_1 Z_2 & -2m_1 m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{w1} \\ u_{w2} \\ y \end{bmatrix} \quad (6)$$

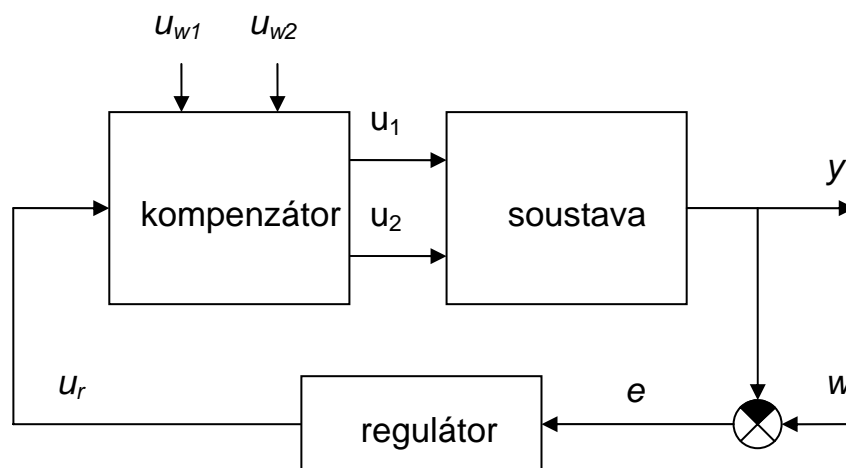
Z pohledu řízení nás zajímají pouze vstupy soustavy (vynecháme řádek pro λ)

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m_1 Z_2^2 + m_2 Z_1^2} \begin{bmatrix} m_1 Z_2^2 & -m_2 Z_1 Z_2 & m_2 Z_1 \\ -m_1 Z_1 Z_2 & m_2 Z_1^2 & m_1 Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{w1} \\ u_{w2} \\ y \end{bmatrix} \quad (7)$$

Z výše uvedené rovnice můžeme vypočítat vstupy soustavy, které se budou blížit k požadovaným hodnotám a zajistí v ustáleném stavu výstup y .

3. UZAVŘENÝ REGULAČNÍ OBVOD

Rovnici (7) můžeme chápat jako určitý typ kompenzátoru, který modifikuje soustavu se dvěma vstupy a jedním výstupem na soustavu s jedním vstupem a jedním výstupem. Pokud budeme požadovat jednotkové zesílení kompenzované soustavy, musí v ustáleném stavu platit $y = u_r$, kde u_r je výstup regulátoru. Schéma uzavřeného regulačního obvodu - soustavy, kompenzátoru a regulátoru je na obr. 2.



Obr. 2 - Uzavřený regulační obvod

Kompenzátor lze zapsat ve tvaru

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{m_1 Z_2^2 + m_2 Z_1^2} \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 Z_2^2 & -m_2 Z_1 Z_2 \\ -m_1 Z_1 Z_2 & m_2 Z_1^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \cdot \begin{bmatrix} u_{w1} \\ u_{w2} \end{bmatrix} + \frac{1}{m_1 Z_2^2 + m_2 Z_1^2} \underbrace{\begin{bmatrix} m_2 Z_1 \\ m_1 Z_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \cdot u_r = \\ &= \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} u_{w1} \\ u_{w2} \end{bmatrix} + \mathbf{S} \cdot u_r \end{aligned} \quad (8)$$

kde matice \mathbf{R} a vektor \mathbf{S} jsou vypočítány na základě znalosti zesílení soustavy a váhových koeficientů.

Výstup soustavy je v ustáleném stavu nezávislý na požadovaných hodnotách vstupů a přenos kompenzované soustavy má jednotkové zesílení

$$\begin{aligned} y = [Z_1 \quad Z_2] \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} &= \frac{[Z_1 \quad Z_2]}{m_1 Z_2^2 + m_2 Z_1^2} \begin{bmatrix} m_1 Z_2^2 & -m_2 Z_1 Z_2 \\ -m_1 Z_1 Z_2 & m_2 Z_1^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{w1} \\ u_{w2} \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{[Z_1 \quad Z_2]}{m_1 Z_2^2 + m_2 Z_1^2} \begin{bmatrix} m_2 Z_1 \\ m_1 Z_2 \end{bmatrix} \cdot u_r = [0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} u_{w1} \\ u_{w2} \end{bmatrix} + u_r \end{aligned} \quad (9)$$

4. PŘÍKLAD

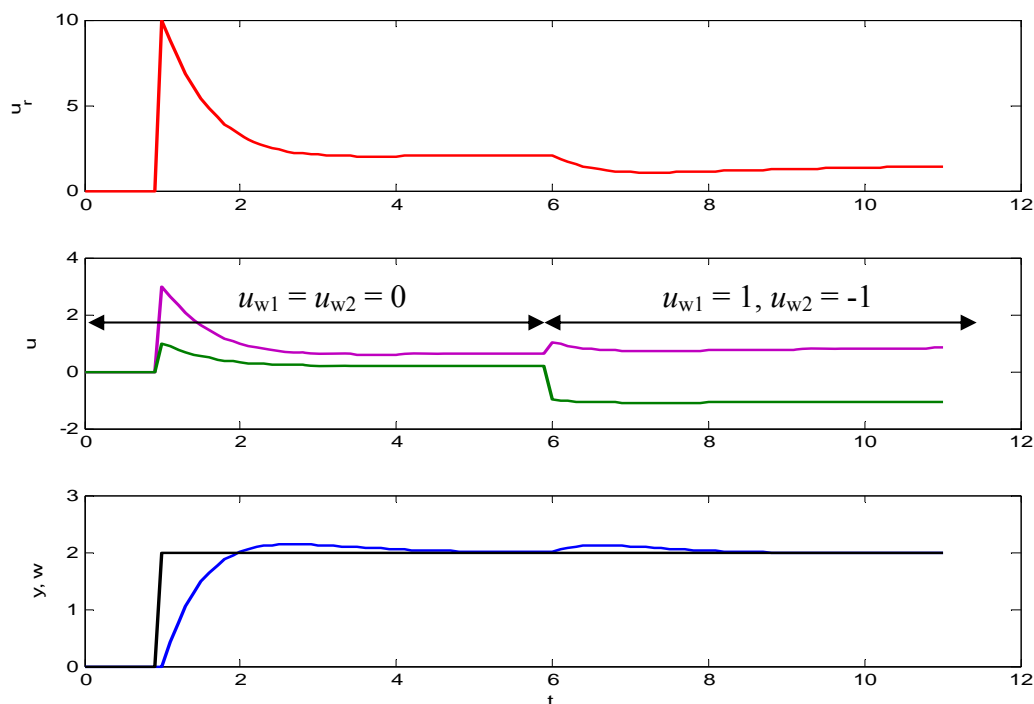
Přenosy regulované soustavy jsou $F_1 = \frac{3}{2p+1}$ a $F_2 = \frac{1}{10p+1}$.

Zesílení soustavy jsou $Z_1 = 3$, $Z_2 = 1$ a váhové koeficienty pro kritérium jsou zvoleny jednotkové $m_1 = m_2 = 1$ (odchylky obou vstupů od žádaných hodnot jsou penalizovány stejnou vahou).

Kompenzátor vypočítaný z rovnice (8) má tvar

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0,1 & -0,3 \\ -0,3 & 0,9 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \cdot \begin{bmatrix} u_{w1} \\ u_{w2} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \cdot u_r \quad (10)$$

Byl odsimulován regulační pochod s PID regulátorem (s konstantami $r_0 = 5$, $T_i = 1$ a $T_d = 0$). V čase 1 s byla skokem změněna žádaná hodnota výstupu soustavy z 0 na 2. Žádané hodnoty vstupů byly nejprve nulové. V čase 6 s byly skokem změněny na $u_{w1} = 1$ a $u_{w2} = -1$. Míru přiblížení k požadovaným hodnotám vstupů lze ovlivňovat volbou váhových koeficientů m_1 a m_2 . Pokud odpovídají žádané hodnoty vstupů a zesílení soustavy žádané hodnotě výstupu, dojde k jejich přesnému nastavení. Jinak se skutečné vstupy k žádaným hodnotám blíží v závislosti na volbě váhových koeficientů - lepšího přiblížení k požadovanému vstupu lze dosáhnout na úkor ostatních vstupů.



Obr. 3 - Regulační pochod

5. ZÁVĚR

Standardní metody návrhu regulátoru obvykle požadují stejný počet vstupů a výstupů soustavy. Pokud máme k dispozici více akčních veličin, jsou často některé akční veličiny uvažovány jako konstantní vstupy, případně je na základě zkušeností navržena logika řízení, tak aby bylo možné použít standardní regulátory.

Cílem bylo navrhnout teoretickou metodu vycházející z modelu soustavy, tak aby mohl být celý návrh řízení proveden automaticky pouze na základě voleb žádaných vstupů v ustáleném stavu a penalizačních koeficientů. Obecná metoda byla pro jednoduchost demonstrována pro soustavu se dvěma vstupy a jedním výstupem. Spojením kompenzátoru a původní soustavy vznikne soustava se stejným počtem vstupů jako výstupů, kterou lze řídit standardními regulátory. Volbou žádaných hodnot vstupů lze docílit požadovaného chování soustavy v ustáleném stavu – například minimalizovat provozní náklady.

Příspěvek vznikl za podpory Institucionálního výzkumu MSM 0021627505 „Teorie dopravních systémů“ Univerzity Pardubice.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] F. Dušek, D. Honc, Static compensator for non-square MIMO systems. In *8th International Scientific-Technical Conference Process Control 2008*, Kouty nad Desnou, Czech Republic, June 9 - 12 2008. University of Pardubice, Pardubice, 2008, p. 13 + CD ROM. ISBN 978-80-7395-077-4
- [2] F. Dušek, D. Honc, Transformace soustav s různým počtem vstupů a výstupů pro decentralizované řízení. *Automatizace*, 2008, č. 7-8, p. 458 – 462. ISSN 0005-125X
- [3] G.C. Goodwin, S.F. Graebe, M.E. Salgado, *Control System Design*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.
- [4] J. Lee, D.H. Kim, T.F. Edgar, Static decouplers for control of multivariable processes, *AIChE J.* 51 (10), 2005, p. 2712–2720.
- [5] W.L. Luyben, Distillation Decoupling. *AIChE Journal*, 1970, vol. 16, p. 198-203.
- [6] S. Skogestad, I. Postlethwaite, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, second ed., Wiley, Chichester, 2005.
- [7] M. Waller, J.B. Waller, K.V. Waller, Decoupling Revisited. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 2003, 42, p. 4575-4577.

Recenzent: doc. Ing. František Dušek, CSc.
Univerzita Pardubice, FEI, Katedra řízení procesů