Ročník 3., Číslo 5., 2008

# METÓDY UMIESTŇOVANIA VLAKOTVORNÝCH STANÍC METHODS FOR MARSHALING YARD LOCATION PROBLEM

Michal Koháni[1]

*Anotácia: Systém nákladnej železničnej dopravy je dopravným systémom, v ktorom je približne rovnaký počet zdrojov a odosielateľov. Keďže sú toky medzi dvojicami odosielateľ – odberateľ pomerne malé, je efektívne tento tok zásielok od primárneho zdroja k cieľu aspoň na časť trasy zlučovať, čím je možné dosiahnuť značné finančné úspory. Zlučovanie tokov je možné v termináloch – vlakotvorných staniciach. Riešenie úlohy návrhu umiestnenia vlakotvorných staníc v železničnej sieti vedie k riešeniu modelu s kvadratickou účelovou funkciou. Exaktné riešenie takejto úlohy pre reálny rozsah dát nie je možný z dôvodu časovej náročnosti. Je preto nutné hľadať iné možnosti aspoň približného riešenia tejto úlohy.*

*Kľúčové slová: distribučný systém, heuristika, od mnohých k mnohým, exaktná metóda, vlakotvorná stanica*

*Summary: A cargo railway system is a transportation system, which has approximately the same number of primary sources as number of customers. Flows of carriages from primary sources to customers are concentrated in terminals (marshaling yards) to create a bigger flow between them. This model is called „many-to many“ distribution system, belongs to discrete quadratic programmes and the optimal solution can't be founded because of time purposes. For estimating the optimal value can be used the lower bound solution of the model. Estimation of optimal value can be used for comparision of "quality" of solutions obtained by aproximative and heuristics methods.*

*Key words: distribution system, heuristic, many-to-many, exact method, marshaling yard*

## 1. ÚVOD

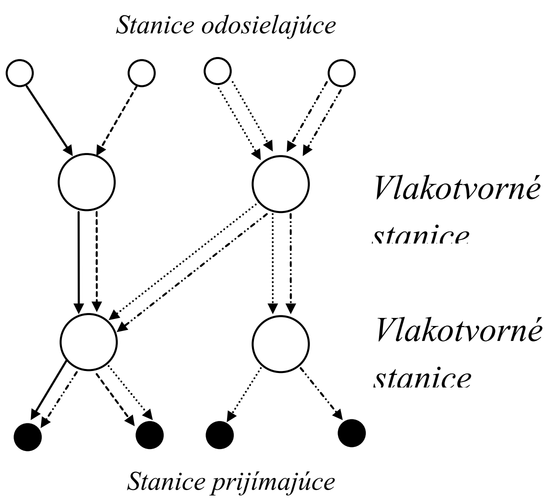
Nákladná železničná doprava je dopravným systémom, v ktorom sa vykonáva preprava vozňových zásielok medzi železničnými stanicami, ktoré majú oprávnenie prijímať a odosielať vozňové zásielky. V tomto systéme je približne rovnaký počet staníc, z ktorých sú vozňové zásielky odosielané, a staníc, ktoré vozňové zásielky prijímajú. Množstvá vozňových zásielok v tomto systéme môžeme popísať pomocou *OD - matice* (Origin Destination Matrix). Túto maticu budeme označovať ako $\boldsymbol{B} = \{b_{sj}\}, s \in S, j \in J$, kde množina $S$ je množina staníc, z ktorých sa zásielky odosielajú a $J$ množina staníc, do ktorých zásielky smerujú. Údaje v *OD - matici* predstavujú ročné množstvo vozňov, ktoré sú prepravované medzi stanicou $s$ a stanicou j.

[1] Ing. Michal Koháni, Katedra dopravných sietí, Fakulta riadenia a informatiky, Žilinská univerzita v Žiline, Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina, tel.: +421/41/5134019, e-mail: kohani@frdsa.fri.uniza.sk

V tomto systéme sú jednotkové náklady na prepravovaný vozeň nižšie, ak je súčasne prepravovaný väčší počet vozňov. Vzniká tu ekonomicky zdôvodnená potreba zlučovať aspoň na časť cesty od odosielateľskej stanice k prijímajúcej stanici **toky** od rôznych odosielateľov k rôznym príjemcom. Toto zlučovanie tokov nutne vyžaduje vlakotvorné stanice - terminály, v ktorých bude prevádzané vytváranie väčších skupín vozňov, ktoré budú prepravované medzi terminálmi priamo alebo naopak, kde sa budú rozdeľovať do menších skupín, v ktorých sa príslušné vozne dostanú k svojim príjemcom. Naviac môžeme uvažovať všeobecnú situáciu, keď odosielateľ je súčasne aj príjemcom. Tu potom prestávame rozlišovať odosielateľa a príjemcu a zavádzame množinu objektov $J' = J \cup S$, pre ktoré *OD* matice $\boldsymbol{B}$ koeficientom $b_{sj}$ udáva ročný počet vozňov odosielaných z objektu $s$ do objektu $j$. Úloha rozmiestnenia vlakotvorných staníc je špeciálnym prípadom úlohy návrhu systému „od mnohých k mnohým" (*Obr.1*)

V tomto prípade môžu vznikať dve rôzne úlohy podľa jednoznačnosti alebo nejednoznačnosti priradenia objektu vlakotvornej stanici. Rozlišujeme tu systém, v ktorom je stanica (odosielateľ/príjemca) priradený jedinej vlakotvornej stanici - terminálu a jeho prostredníctvom príjemca dostáva vozňové zásielky od všetkých ostatných objektov a rovnako aj odosielateľ odosiela prostredníctvom tohto terminálu vozňové zásielky všetkým ostatným objektom tak, ako je ukázané na obrázku 1. Tento systém sa nazýva **systém s jednoznačným priradením.**

Druhým prípadom je systém, v ktorom stanica môže dostávať vozňové zásielky pochádzajúce od rôznych odberateľov prostredníctvom rôznych vlakotvorných staníc - terminálov. Tento systém sa nazýva **systém s nejednoznačným priradením.**




Zdroj: Autor

Obr. 1 - Systém nákladnej železničnej dopravy

## 2. MATEMATICKÝ MODEL ÚLOHY ROZMIESTNENIA VLAKOTVORNÝCH STANÍC

V modeli tejto úlohy budeme mať lineárnu odhadovú funkciu s jednotkovými nákladmi $e_0$ na prepravu jedného vozňa na vzdialenosť jedného kilometra manipulačným vlakom, ktorá bude slúžiť pre popis nákladov pre presun od objektu (zdroja) k terminálu, ako aj pre presun od terminálu k objektu (zákazníkovi). Na prepravu jedného vozňa na vzdialenosť jedného kilometra priebežným nákladným vlakom uvažujeme jednotkové náklady $e_1$, ktoré budeme uvažovať pri presune vozňov medzi terminálmi. Symbolom $I$ ($I=1,..,m$) označíme množinu možných umiestnení vlakotvorných staníc - terminálov s odhadnutými ročnými fixnými nákladmi $f_i$ na udržanie vlakotvornej stanice v mieste $i \in I$ a s jednotkovými náklady $g_i$ na spracovanie jedného vozňa vo vlakotvornej stanici - termináli. Úlohou je priradiť každý odosielajúci resp. prijímací objekt systému práve jednému terminálu tak, aby celkové ročné relevantné náklady systému boli minimálne.

Pri formulácii úlohy matematického programovania zavedieme nasledovné označenie premenných. Symbolom $y_i \in \{0, 1\}$ pre $i \in I$ označíme bivalentné premenné modelujúce rozhodnutie, či v mieste (ne)bude vybudovaná vlakotvorná stanica - terminál. Premenné $z_{ij} \in \{0, 1\}$ pre $i \in I$ a $j \in J'$ budú modelovať, či objekt $j$ (ne)bude priradený vlakotvornej stanici v mieste $i$.

Úlohu potom môžeme formulovať nasledovne:

$$minimalizujte \sum_{i\in I} f_i y_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J'}(e_0 d_{ij} + g_i)(\sum_{s\in J'} b_{js} + \sum_{s\in J'} b_{sj}) z_{ij} +$$

$$+\sum_{i\in I}\sum_{k\in I} e_1 d_{ik} \sum_{j\in J'}\sum_{s\in J'} b_{sj} z_{ij} z_{ks} \qquad (1)$$

$$za\ podmienok \sum_{i\in I} z_{ij} = 1 \qquad pre\ j \in J' \qquad (2)$$

$$z_{ij} \le y_i \ pre\ i \in I, j \in J' \qquad (3)$$

$$y_i \in \{0, 1\} \qquad pre\ i \in I \qquad (4)$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\} \qquad pre\ i \in I, j \in J' \qquad (5)$$

## 3. METÓDY RIEŠENIA

Keďže sa jedná o úlohu kvadratického programovania, nie je exaktné riešenie takéhoto typu optimalizačného problému pre reálny rozsah riešených úloh možné najmä z časového hľadiska. Preto je nutné matematický model úlohy upraviť a na úpravu modelu môžeme použiť viacero metód.

### 3.1. Exaktné metódy

Tieto metódy sú založené na úprave matematického modelu úlohy. Súčin premenných v účelovej funkcii je vo väčšine prípadov nahradený pomocou substitúcie novou premennou a pridaním nových doplňujúcich podmienok, aby ostali zachovaná integrita modelu. Takto upravený model je už lineárny, takže na jeho riešenie môžeme použiť niektorý z už existujúcich sofistikovaných nástrojov. Úprava modelu do lineárneho tvaru by vyzerala nasledovne (Pre zjednodušenie zápisu je použitá substitúcia $m_{ijks} = e_1 d_{ik} b_{sj}$):

$$minimalizujte \sum_{i=1}^{m} f_i y_i + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(e_0 d_{ij} + g_i)(\sum_{s=1}^{n} b_{js} + \sum_{s=1}^{n} b_{sj}) z_{ij} +$$

$$+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} m_{ijij} z_{ij} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{\substack{j=1 \\ (i<m)\vee(j<n)}}^{n} \sum_{k=i}^{m} \sum_{\substack{s=1 \\ (k>i)\vee(s>j)}}^{m} (m_{ijks} + m_{ksij}) w_{ijks} \quad (6)$$

*za podmienok*

$\sum_{i \in I} z_{ij} = 1$ *pre* $j \in J'$ (7)

$z_{ij} \le y_i$ *pre* $i=1..m, j=1..n$ (8)

$w_{ijks} \le z_{ij}$ *pre* $i=1..m, j=1..n, k=1..m, s=1..n, (i<k)or(j<s)$ (9)

$w_{ijks} \le z_{ks}$ *pre* $i=1..m, j=1..n, k=1..m, s=1..n, (i<k)or(j<s)$ (10)

$z_{ij} + z_{ks} \le w_{ijks} + 1$ *pre* $i=1..m, j=1..n, k=1..m, s=1..n, (i<k)or(j<s)$ (11)

$y_i \in \{0, 1\}$ *pre* $i=1..m$ (12)

$z_{ij} \in \{0, 1\}$ *pre* $i=1..m, j=1..n$ (13)

$w_{ijks} \ge 0$ *pre* $i=1..m, j=1..n, k=1..m, s=1..n, (i<k)or(j<s)$ (14)

Riešenie úloh takýmto spôsobom ale zlyháva pri úlohách reálneho rozsahu, keďže tieto nástroje väčšinou nie sú schopné riešiť modely s takým veľkým množstvom podmienok.

## 3.2. Linearizačné metódy

Linearizačné metódy sú založené na úprave účelovej funkcie matematického modelu. Pomocou tejto úpravy nadobudne model tvar kapacitne neobmedzenej lokačnej úlohy:

*Minimalizujte* $f(y,z) = \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} z_{ij}$ (15)

*za podmienok* $\sum_{i \in I} z_{ij} = 1$ *pre* $i \in I$ (16)

$z_{ij} \le y_i$ *pre* $i \in I, j \in J$ (17)

$y_i \in \{0, 1\}$ *pre* $i \in I$ (18)

$z_{ij} \in \{0, 1\}$ *pre* $i \in I, j \in J$ (19)

kde koeficienty $f_i$ a $c_{ij}$ sú nezáporné reálne čísla pre možné umiestnenia $i \in I$ a zákazníkov $j \in J$.

Úlohu v takomto tvare už vieme vyriešiť pomerne jednoducho, keďže máme k dispozícii účinné exaktné algoritmy schopné vysporiadať sa s rozsiahlymi úlohami v krátkom čase. Medzi ne patrí aj algoritmus založený na metóde vetiev a hraníc, ktorý exaktne rieši úlohu lineárneho programovania s lineárnou účelovou funkciou. Navrhol ho Erlenkotter v práci [2] a jeho modifikovaná verzia nazvaná *BBDual* bola implementovaná na Katedre dopravných sietí Fakulty riadenia a informatiky [1].

Vzhľadom na to, že pri linearizačných metódach nemáme presné riešenie, musíme určiť „presnosť riešenia". Na to nám budú slúžiť metódy na určenie **dolného odhadu riešenia**, prípadne presné výsledky, ktoré dosiahneme použitím metód exaktných pre úlohy menšieho rozsahu [7].

Dolný odhad riešenia úloh je taktiež založený na úprave účelovej funkcie pôvodného modelu na tvar úlohy lineárneho programovania. Následne sa takto upravená úloha vypočíta pomocou už spomínaných metód, ktoré máme k dispozícii.

Metóda linearizácie účelovej funkcie, ktorá bola zvolená pre dosiahnutie **hornej hranice riešenia**, je založená na odhadnutí vzťahu vzdialeností $\boldsymbol{d_{is}}$ a $\boldsymbol{d_{ik}}$ v tvare $d_{ik} = \alpha d_{is}$. Týmto spôsobom sa nám podarí upraviť kvadratický člen účelovej funkcie odhadom, ktorý nezávisí na indexe $k$ a účelová funkcia už bude lineárna a bude možné úlohu riešiť exaktne. V tomto prípade bola úloha opäť upravená na kapacitne neobmedzenú umiestňovaciu úlohu a na jej riešenie bol použitý algoritmus *BBDual*. Keďže pomocou tohto algoritmu dostaneme nepresnú hodnotu riešenia úlohy, samotné riešenie (zostava vybraných terminálov a priradenia zákazníkov) bolo dosadené do pôvodnej účelovej funkcie a jej hodnota bola výsledkom danej úlohy.

Existuje viacero odhadov, ktorých presnosť je rôzna. Táto metóda sa dá použiť aj pre už existujúce systémy a tiež aj pre návrh nových systémov. V tejto časti boli skúmané 4 rôzne odhady: *MMAlpha, MMBeta, MMBeta_i a MMBeta_is*[8].

## 3.3. Heuristické metódy

Ďalším zo spôsobov, ktorým je možné riešiť návrh distribučného systému „od mnohých k mnohým“, je riešenie úlohy pomocou vhodnej heuristickej metódy. Vo väčšine prípadov sa pri riešení tohto typu úloh používajú najmä známe heuristiky a metaheuristiky, napr. *Tabu Search, Simulated Annealing, GRASP* a *genetický algoritmus*.

Pomocou heuristickej metódy SUPRA je možné vylepšiť už nájdené riešenie danej úlohy získané niektorou z linearizačných metód. Metóda SUPRA je jednou z metód, ktoré sú použiteľné pre zlepšenie hodnoty hornej hranice účelovej funkcie určením nastavenia vybraných koeficientov. Vstupom do tejto metódy je riešená úloha $\boldsymbol{a}$ a počiatočné nastavenie vektora parametrov $\boldsymbol{p}^0$ z $|I|$ rozmerného priestoru, resp. jeho časti $P$, ktorého nastavenia potrebujeme zistiť. Hodnota účelovej funkcie úlohy $\boldsymbol{a}$ je závislá na nastavení parametrov $\boldsymbol{p}$, teda $F(\mathbf{p})=g(\mathbf{p},\boldsymbol{a})$. Samotný optimalizačný riešiaci proces môžeme teda zapísať nasledovne:

*Minimalizuj* $F(\mathbf{p})$

*Za podmienok* $\mathbf{p} \in P$

V samotnej metóde sa prechod medzi pôvodným nastavením parametrov $\boldsymbol{p}^k$ a novým nastavením parametrov $\boldsymbol{p}^{k+1}$ realizuje v $|I|$-rozmernom priestore parametrov v smere najväčšieho zisteného poklesu hodnoty účelovej funkcie $F(p)$ v okolí bodu $\boldsymbol{p}^k$. Výsledkom riešiaceho procesu bude nastavenie parametrov $\boldsymbol{p}$.

Celý riešiaci proces sa opakuje až dovtedy, kým nie je dosiahnutá niektorá z podmienok zastavenia. Prvá z nich je dosiahnutá po vykonaní $\boldsymbol{N}$ základných krokov algoritmu, druhá podmienka kontroluje počet krokov od posledného zlepšenia hodnoty účelovej funkcie.

Úlohou $\boldsymbol{a}$, ktorá v rámci iteračného procesu určuje hodnotu aktuálneho riešenia, bude niektorá z upravených úloh *MMAlpha*, *MMBeta*, *MMBeta_i* alebo *MMBeta_is*. Sústavou parametrov, ktorá bude v iteračnom procese optimalizovaná, bude potom sústava parametrov $\beta_i$ alebo $\beta_{is}$, prípadne odhady $\alpha$, alebo $\beta$.

# 4. NUMERICKÉ EXPERIMENTY A VÝSLEDKY

## 4.1. Testovacie dáta

Metódy boli overené na údajoch zo slovenskej nákladnej železničnej dopravy. Sada bola označená ako *ZSR_500*. Táto sada úloh je určená na testovanie všetkých metód na úlohe reálneho rozsahu, aby bolo možné otestovať rýchlosť a kvalitu riešenia úloh rôznymi metódami. V tejto sade je vytvorených 500 úloh, ktoré sa líšia fixnými nákladmi $f_i$ (5 variantov), variabilnými nákladmi $g_i$ (2 varianty) a rozmerom (50 rôznych rozmerov) s maximálnym rozmerom 50 možných terminálov a 500 zákazníkov.

## 4.2. Porovnanie metód

Numerické experimenty boli vykonané na sieti *ZSR_500*. Algoritmy boli naprogramované v prostredí Delphi 7 a testované na počítači s procesorom Intel Core 2 Duo, 3 GHz a 3,5 GB RAM.

Pre porovnanie jednotlivých metód bol vybrané metódy *MM_Beta_i* a *MM_Beta_is* ako linearizačné metódy, ktoré priniesli najpresnejšie výsledky.

Z heuristických metód bola testovaná metóda SUPRA, kde ako parametre, ktoré boli v heuristickom procese nastavované, boli použité parametre $\beta_i$.

Pre dosiahnuté výsledky bol vypočítaný rozdiel medzi dosiahnutou hodnotou a dolnou hranicou podľa vzťahu:

$$Gap = \frac{hodn.úč.fcie(približná\ metóda) - hodn.úč.fcie(do\ln á\ hranica)}{hodn.úč.fcie(do\ln á\ hranica)}$$

Riešené úlohy v sade *ZSR_500* boli rozdelené do piatich skupín po 100 úloh. V každej skupine je počet možných umiestnení terminálov rovnaký (10, 20, 30, 40, alebo 50). V každej skupine sa úlohy líšia počtom zákazníkov (10 varianty), fixnými nákladmi $f_i$ (5 variantov) a variabilnými nákladmi $g_i$ (2 varianty).

V tabuľke 1 je uvedené porovnanie priemernej presnosti jednotlivých metód vyjadrenej ako priemer zo všetkých hodnôt *Gap* dosiahnutých v danej skupine úloh. Každý riadok predsavuje jednu skupinu úloh a v stĺpci je uvedená metóda riešenia.

V tabuľke 2 je porovnaný priemerný výpočtový čas pri jednotlivých metódach vyjadrený ako priemer výpočtových časov dosiahnutých v danej skupine úloh. Každý riadok predsavuje jednu skupinu úloh a v stĺpci je uvedená metóda riešenia.

Tab. 1 - Porovnanie priemerných hodnôt Gap

| | *MM_beta_i* | *MM_beta_is* | *SUPRA* |
|---|---|---|---|
| 10 možných terminálov | ***13,51%*** | ***13,52%*** | ***12,83%*** |
| 20 možných terminálov | ***19,30%*** | ***19,33%*** | ***18,36%*** |
| 30 možných terminálov | ***22,50%*** | ***22,50%*** | ***21,27%*** |
| 40 možných terminálov | ***22,69%*** | ***22,66%*** | ***21,34%*** |
| 50 možných terminálov | ***23,09%*** | ***23,07%*** | ***21,71%*** |

Tab. 2 - Porovnanie priemerných výpočtových časov (*min:sek*)

| | *MM_beta_I* | *MM_beta_is* | *SUPRA* |
|---|---|---|---|
| 10 možných terminálov | ***00:00*** | ***00:00*** | ***00:14*** |
| 20 možných terminálov | ***00:00*** | ***00:00*** | ***00:14*** |
| 30 možných terminálov | ***00:00*** | ***00:00*** | ***00:14*** |
| 40 možných terminálov | ***00:00*** | ***00:00*** | ***00:15*** |
| 50 možných terminálov | ***00:00*** | ***00:00*** | ***00:15*** |

## 5. ZÁVER

Riešením tejto úlohy v praxi pomocou nástrojov na podporu rozhodovania môžeme dosiahnuť značné úspory finančných prostriedkov, keďže sa jedná o úlohu strategického rozhodovania a dôsledky rozhodnutí pri návrhu tohto systému budú spojené s týmto systémom dlhý čas.

Z dosiahnutých výsledkov, ktoré sú uvedené v tabuľke 1, je zrejmé, že presnosť linearizačných a heuristických metód je približne rovnaká. O niečo presnejšie výsledky dostaneme pomocou metódy SUPRA, ale aj toto malé zlepšenie riešenia je postihnuté zvýšením výpočtového času, ktorý je v priemere síce nízky pre daný rozsah úlohy, ale pre úlohy maximálneho rozsahu v sade *ZSR_500* bol maximálny dosiahnutý čas približne 3 minúty. Preto je predpoklad, že so zvyšovaním rozsahu úlohy bude výrazne rásť aj výpočtový čas.

*Tento príspevok vznikol s podporou výskumného projektu VEGA 1/3775/06.*

## POUŽITÁ LITERATURA

[1] Buzna, Ľ. „Návrh štruktúry distribučného systému pomocou spojitej aproximácie a diskrétneho programovania“, dizertačná práca, FRI ŽU, Žilina, 2003.

[2] Erlenkotter, D. „A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location“, Operations Research, volume 26, No.6, November-December 1978, s. 992-1009.

[3] Gábrišová, L. „Limits of the multiplier adjustment approach to capacitated location problem“, 2005 In: Komunikácie - vedecké listy Žilinskej univerzity - Roč. 7, č. 4 (2005), pp. 52-55.

[4] Janáček, J., Koháni, M. „Exact Solving of the Many-To-Many Distribution System Design Problem“, Journal of Information, Control and Management Systems, FRI ŽU, Žilina, 2005.

[5] Janáček, J., Koháni, M. The Algorithm Supra for Marshalling Yard System Optimization, Eurnex-Žel 2007 conference, Žilina, June 2007.

[6] Janáček a kol. „Správa o riešení pilotného projektu úlohy 5.3 „Programové riešenie pre optimalizáciu riadenia prepravnej práce“, Fakulta riadenia a informatiky ŽU, Žilina, 2001.

[7] Koháni, M. "Lower Bound for the "Many-to-Many" Distribution System Desing Problem", Journal of Information, Control and Management Systems, Volume 4, No.2/1, Fakulta riadenia a informatiky, Žilinská univerzita, Žilina, 2006, p. 135-142.
[8] Koháni, M. "Improving of the Upper Bound for "Many-to-Many" Distribution System Desing", zborník 15. medzinárodnej konferencie MMEI 2007 Herľany, UPJŠ Košice, 3.-7.6.2007, str. 135-142.
[9] Márton, P. „Vlakotvorba a vlakotvorné stanice na Slovensku – súčasnosť" Horizonty dopravy, ročník XIII., č. 1/2005, s. 41-43.

Recenzent: prof. Ing. Vlastislav Mojžíš, CSc.
Univerzita Pardubice, DFJP, Katedra technologie a řízení dopravy