PREDIKCE BUDOUCÍHO CHOVÁNÍ DYNAMICKÉHO SYSTÉMU

PREDICTION OF THE DYNAMIC SYSTEM FUTURE BEHAVIOUR

Jaroslava Králová, Daniel Honc[1]

Anotace: Článek je zaměřen na problematiku prediktivního řízení. Konkrétně se jedná o predikci budoucího chování dynamické soustavy. K odhadu budoucího chování potřebujeme znát model soustavy. Ten je možný získat dvěmi způsoby – matematicko-fyzikální analýzou nebo experimentální identifikací. Predikční schopnosti jednotlivých modelů jsou ověřeny na laboratorním zařízení (na hydraulicko-pneumatické soustavě).

Klíčová slova: predikce, dynamický model systému

Summary: The paper is aimed on predictive control problematic, particularly on the prediction of the dynamic system future behaviour. We need to know a dynamic model of the process to predict the future behaviour of the system. We have two possibilities how create the model – by use of mathematic-physical analysis or experimental identification. Predictive abilities of obtained models are verified on laboratory plant (on hydraulic-pneumatic system).

Key words: prediction, dynamic model of process

1. ÚVOD

Prediktivní řízení (z angličtiny Model Predictive Control MPC) využívá model procesu k výpočtu budoucího akčního zásahu z pohledu minimalizace účelové funkce na konečném horizontu řízení [1].

Abychom mohli předvídat budoucí chování systému, musíme znát jeho dynamický model. Ten lze získat sestavením bilančních rovnic nebo lze použít naměřená data a provést experimentální identifikaci. Oba způsoby vedoucí k vytvoření modelu systému mají své výhody i nevýhody. Cílem je analyzovat proces tvorby modelů a posoudit jejich predikční schopnosti pro konkrétní laboratorní zařízení (pro hydraulicko-pneumatickou soustavu).

[1] Ing. Jaroslava Králová, Ing. Daniel Honc, Ph. D.,Univerzita Pardubice, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra řízení procesů, nám. Čs. legií 565, 532 10 Pardubice, e-mail: st9964@student.upce.cz

2. PREDIKCE BUDOUCÍHO CHOVÁNÍ SOUSTAVY

Mějme systém popsaný následující diferenční rovnicí

$$\begin{aligned} y(k)+a_1 y(k-1)+\cdots+a_n y(k-n) = b_1 u(k-1)+b_2 u(k-2)+\cdots+b_n u(k-n)+e(k)+ \\ +c_1 e(k-1)+c_2 e(k-2)+\cdots+c_{nc} e(k-nc) \end{aligned} \tag{1}$$

kde y je výstup soustavy, u je vstup soustavy a e je bílý šum s nulovou střední hodnotou.

Predikce budoucího chování systému – výstup soustavy na konečném horizontu **Y**=[$y(k+1)$; $y(k+2)$; … ; $y(k+N)$] je funkcí měřeného výstupu a jeho historie, historie vstupů, aktuálního a budoucích vstupů. Maticově je možné vyjádřit tuto závislost ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N) \end{bmatrix} = \mathbf{E}\cdot \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-n+1) \end{bmatrix} + \mathbf{F}\cdot \begin{bmatrix} u(k-1) \\ u(k-2) \\ \vdots \\ u(k-n+1) \end{bmatrix} + \mathbf{G}\cdot \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+N-1) \end{bmatrix} + \mathbf{H}\cdot \begin{bmatrix} e(k) \\ e(k-1) \\ \vdots \\ e(k-nc+1) \end{bmatrix} \tag{2}$$

kde matice **E**, **F**, **G** a **H** je nutné napočítat z modelu procesu.

Pro lineární systémy lze odezvu rozdělit na dvě části – na volnou a vnucenou odezvu. Volná odezva je odezva soustavy za předpokladu, že vstupní veličina se v budoucnosti nemění (zůstane na hodnotě z minulého intervalu vzorkování). Vnucená odezva je odezva na budoucí vstupní signál – uvažovaný jako změny od hodnot vstupů pro volnou odezvu.

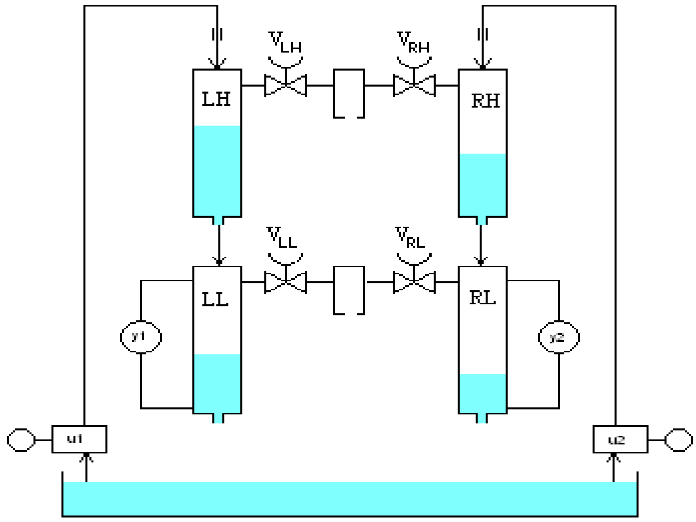
Schopnost predikovat budoucí výstup soustavy je posuzována pro konkrétní laboratorní zařízení hydraulicko-pneumatickou soustavu.

3. HYDRAULICKO–PNEUMATICKÁ SOUSTAVA (HPS)

3.1. Popis zařízení

Model je kombinací hydraulických a pneumatických prvků [2]. Pneumatické obvody tvoří vazbu, kterou se dva hydraulické obvody navzájem ovlivňují.

Základní částí modelu jsou čtyři hydraulické nádrže, tvořené dvěmi dvojicemi nádrží umístěných nad sebou (viz obrázek 1). Výška nádob je stejná, průřez pravých nádob je menší. V obou větvích je voda ze zásobní nádrže čerpána do horní nádoby a clonou ve dně protéká do dolní nádoby. Odtud voda clonou vytéká zpět do zásobní nádrže. Hladiny v dolních nádobách se měří snímači rozdílu tlaku s rozsahem 0 až 3 kPa a výstupním signálem v rozsahu 0-10 V. Ovládací signál čerpadel je napětí v rozsahu 0-10 V.



Obr. 1 - Schéma hydraulicko-pneumatické soustavy

3.2. Matematicko - fyzikální model HPS

Pneumatické objemy jsou v našem konkrétním případě otevřené, čímž je vazba mezi oběmi sekcemi zrušena a soustava má dynamiku prakticky druhého řádu. Experimenty jsou provedeny na pravé části soustavy.

Je uvažována zvlášť statická charakteristika čerpadla, dynamická charakteristika nádrží a statická charakteristika čidla tlaku.

U charakteristiky čerpadla je použit matematický tvar, který dobře aproximuje reálné chování

$$Q = r(u - u_0)^s \tag{3}$$

kde Q je objemový průtok (m^3/s), u je vstupní napětí ovládací jednotky (V), u_0 je napětí, při kterém začne kapalina přitékat do horní nádrže (V), r a s jsou parametry.

Dynamická charakteristika nádrží je popsána bilančními rovnicemi, které vychází z bilance hmoty a energie (Bernoulliho, Toricelliho rovnice).

$$Q = Q_1 + F_1 \frac{dh_1}{dt} = \alpha_1 f_1 \sqrt{2gh_1} + F_1 \frac{dh_1}{dt} \tag{4}$$

$$Q_1 = Q_2 + F_2 \frac{dh_2}{dt} = \alpha_2 f_2 \sqrt{2gh_2} + F_2 \frac{dh_2}{dt} \tag{5}$$

kde Q vstupní objemový průtok do horní nádrže (m^3/s), Q_1 je výstupní objemový průtok z horní nádrže (m^3/s), Q_2 je výstupní objemový průtok z dolní nádrže (m^3/s), F_1, F_2 jsou průřezy nádrží (m^2), f_1, f_2 jsou průřezy clonek (m^2), α_1, α_2 jsou výtokové koeficienty, h_1 je výška hladiny v horní nádrži (m), h_2 je výška hladiny v dolní nádrži (m).

Statická charakteristika čidla tlaku je lineární

$$y = kh + q \tag{6}$$

kde y je výstupní napětí čidel tlaku (V), h je výška hladiny (m), k a q jsou parametry.

Predikční rovnice jsou počítány z lineárních rovnic, proto je nutné nelineární model linearizovat pomocí odchylkového tvaru a Laplaceovy transformace. Jestliže si jednotlivé rovnice vyjádříme ve formě přenosu, potom celkový obrazový přenos mezi vstupním napětím čerpadla a výstupním napětím čidla tlaku je ve tvaru:

$$F(p)=\frac{\Delta y(p)}{\Delta u(p)}=\frac{k\cdot Z_Q\cdot Z_1\cdot Z_2}{(\tau_1 p+1)(\tau_2 p+1)}=\frac{Z}{(\tau_1 p+1)(\tau_2 p+1)} \tag{7}$$

kde $Z_Q = r\cdot s\cdot (u-u_0)^{s-1}$, $Z_1=\frac{2h_1}{Q}$, $Z_2=\frac{h_2}{h_1}$, $\tau_1=\frac{2h_1F_1}{Q}$, $\tau_2=\frac{2h_2F_2}{Q}$.

Číselně vyjádřený přenos soustavy pro hodnoty parametrů určených z experimentálních dat má tvar

$$F(p)=\frac{1{,}36}{(25{,}8p+1)(25{,}8p+1)}=\frac{1{,}36}{665{,}2p^2+51{,}58p+1} \tag{8}$$

3.3. Model HPS získaný z experimentální identifikace

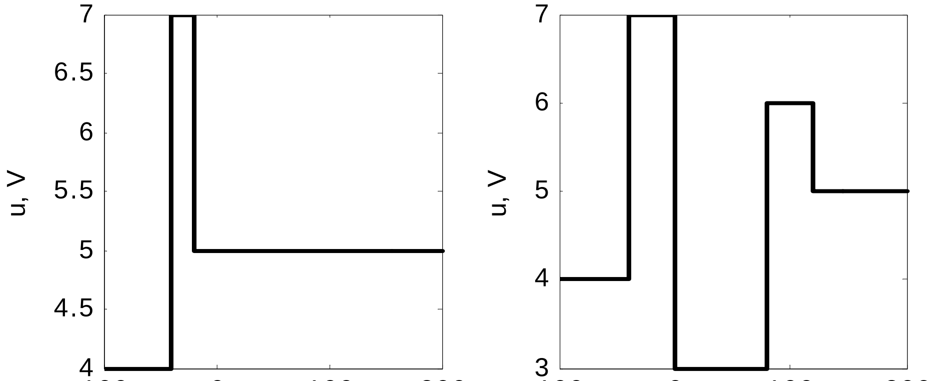
K identifikaci je použita metoda nejmenších čtverců [3]. Jedná se o základní metodu pro odhad parametrů diferenční rovnice. Touto metodou se hledají takové parametry diskrétního přenosu soustavy, aby suma kvadrátů odchylek mezi naměřenými výstupy a vypočítanými jednokrokovými odhady byla co nejmenší.

Jsou identifikovány diskrétní modely (parametry diskrétních přenosů) pro různé intervaly vzorkování. Diskrétní přenos soustavy pro nejdelší zvolený interval vzorkování 20 s má tvar

$$F(z)=\frac{0{,}2215z+0{,}1589}{z^2-0{,}9737z+0{,}2487} \tag{9}$$

4. PREDIKCE BUDOUCÍHO CHOVÁNÍ HPS

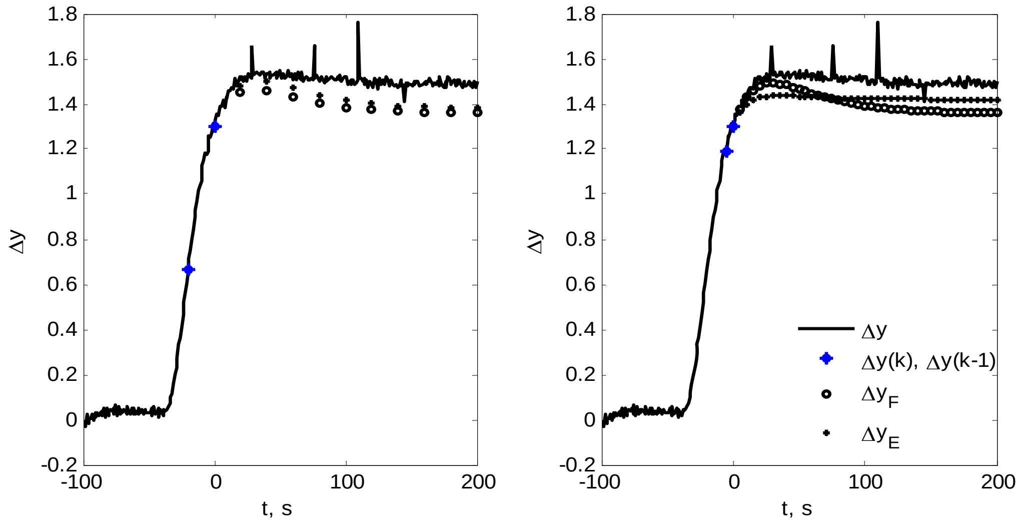
Na reálném zařízení jsou provedeny dva experimenty – pro dva různé vstupní signály. Vstupní signály jsou vykresleny na obrázku 2 – vlevo vstupní signál pro volnou odezvu při nenulovém koncovém vstupu, vpravo vstupní signál pro volnou a vnucenou odezvu soustavy.



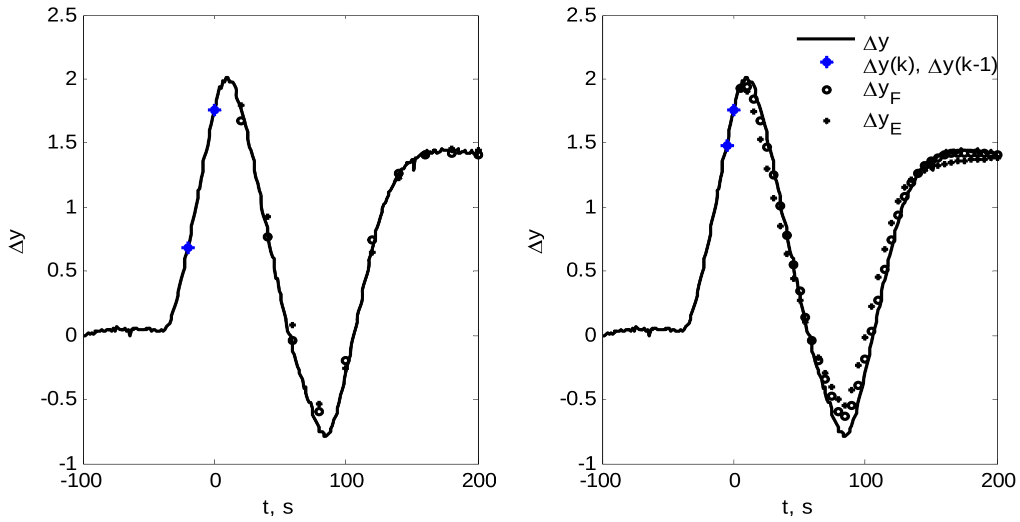
Obr. 2 - Vstupní signály pro predikci odezvy soustavy

V čase 0 s je vypočítána vícekroková predikce pro modely získané z matematicko-fyzikální analýzy i modely získané z experimentální identifikace pro různé intervaly vzorkování. Predikce jsou porovnávány s naměřenými průběhy výstupu soustavy.

Ve všech následujících obrázcích má naměřený výstupní signál označení y. Hodnota $y(k)$ je výchozím bodem pro predikci – hodnota v čase 0 s. Protože se jedná o soustavu druhého řádu, je pro predikci nutné mít informaci o hodnotě $y(k\text{-}1)$ – o hodnotě výstupního signálu o jeden interval vzorkování zpět. Výstupní signál predikovaný z modelu získaného matematicko-fyzikální analýzou má označení y_F a výstupní signál predikovaný z modelu získaného experimentální identifikací označení y_E. Symbol Δ značí, že se jedná o odchylky od prvního ustáleného stavu.



Obr. 3 - Naměřená odezva a predikce volné odezvy soustavy



Obr. 4 - Naměřená odezva a predikce volné a vnucené odezvy soustavy

Na obrázku 3 je predikce volné odezvy soustavy při nenulovém koncovém vstupu – nalevo pro nejdelší zvolený interval vzorkování (T_s=20 s) a napravo pro nejkratší zvolený interval vzorkování (T_s=5 s).

Na obrázku 4 je vykreslena predikce volné a vnucené odezvy soustavy opět pro interval vzorkování 20 a 5 s.

5. ZÁVĚR

Schopnost predikce budoucího chování soustavy je posuzována na laboratorním zařízením – hydraulicko-pneumatické soustavě. K tomu, aby mohl být odhadován budoucí výstup soustavy je nutné znát její model. Jsou provedeny 2 experimenty následně použité při predikci budoucího chování soustavy. U prvního experimentu je vstupem modelu součet impulzu a skoku – výsledkem je signál, který se nevrací na nulovou hodnotu. Tímto experimentem ověřujeme dynamiku i zesílení jednotlivých modelů. V tomto případě lépe predikují odezvu soustavy modely získané z experimentální identifikace.

Vstupní veličinou ve druhém experimentu je sekvence několika skokových změn(viz obr. 2 – graf vpravo). Snahou je, nasimulovat tímto průběhem chování, které by mohlo být výsledkem regulačního pochodu. Na tomto experimentu je ukázána predikce volné i vnucené odezvy soustavy. Lepších výsledků bylo dosaženo pomocí diskrétních modelů určených z matematicko-fyzikální analýzy.

Predikční schopnosti obou typů modelů jsou srovnatelné. Získané modely mohou být použity v prediktivních regulátorech pro řízení výšky hladiny v dolní nádrži hydraulicko-pneumatické soustavy pomocí ovládacího napětí čerpadla.

Práce byly provedeny za podpory výzkumného záměru MSM 0021627505 – Řízení, optimalizace a diagnostika složitých systémů.

POUŽITÁ LITERATURA:

[1] ROSSITER, J. A. *Model – based predictive control a practical approach*. Florida: CRC Press LLC, 2003. 318 s. ISBN 0-8493-1291-4.

[2] MACHÁČEK, J., HONC, D., DUŠEK, F. Výukový laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy. *AUTOMA*, 2005, č. 8-9, s. 108-109

[3] DRÁBEK, O., MACHÁČEK, J. *Experimentální identifikace*. Skriptum, Vysoká škola chemicko-technologická v Pardubicích, Pardubice, 1987. 275 s.

Recenzent: doc. Ing. František Dušek, CSc.
Univerzita Pardubice, FEI, Katedra řízení procesů