ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ DVOUROZMĚROVÉ SOUSTAVY

ROBUST CONTROL OF TWO INPUTS -TWO OUTPUTS SYSTEM

Jiří Macháček[1]

Anotace: Návrh decentralizovaných regulátorů je založen na podmínkách robustní stability a robustní kvality regulačního pochodu. Neurčitost modelu je dána vnitřními interakcemi. Metoda je simulačně ověřena v prostředí MATLAB/Simulink.

Klíčová slova: Decentralizované řízení, robustní řízení, vícerozměrová soustava

Summary: The design of decentralized controllers is based on robust stability and robust performance conditions. Uncertainty is given by inner interactions. The method is tested in MATLAB/Simulink enviroment.

Key words: Decentralized control, robust control, multivariable systems

1. ÚVOD

Jednou z možností, jak řídit vícerozměrovou soustavu s vnitřními interakcemi je decentralizované řízení jednorozměrovými regulátory. Interakce se nepotlačují jako při autonomním řízení, ale berou se v úvahu při nastavování regulátorů. V příspěvku je tento problém řešen za pomoci teorie robustního řízení, kde interakce jsou brány jako neurčitosti modelu. Rozsah neurčitostí je dán rozsahem kritických hodnot, které definují mez stability. Regulátory typu PID jsou navrženy podle frekvenční Zieglerovy-Nicholsovy metody. Odvození a popis metody je provedeno pro soustavu se dvěma vstupy a dvěma výstupy, metoda je ověřena na simulovaném příkladě.

2. METODY DECENTRALIZOVANÉHO ŘÍZENÍ

Soustava se dvěma vstupy a dvěma výstupy (dvourozměrová soustava) má obecnou přenosovou funkci

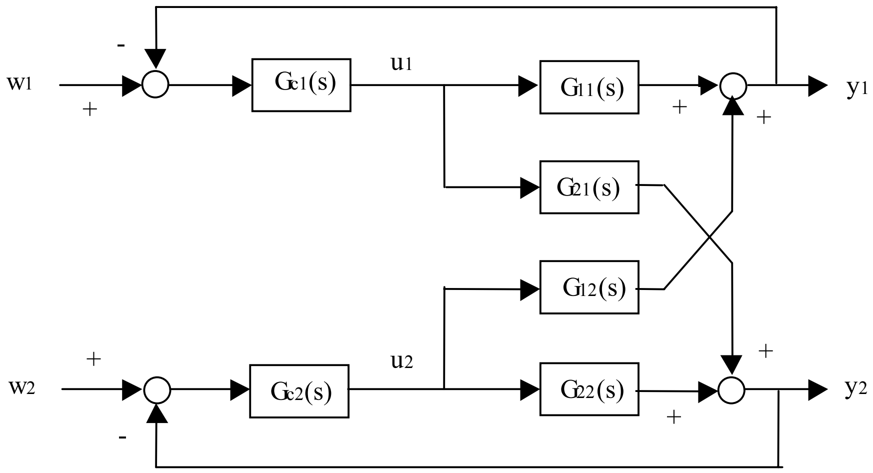
$$\boldsymbol{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Přenosy na vedlejší diagonále vyjádřují míru vzájemného ovlivňování (interakci) mezi obvody a předpokladá se, že nejsou zanedbatelné. Soustava je řízena dvěma regulátory a přenosová funkce je tedy diagonální matice

[1] Doc. Ing. Jiří Macháček, CSc., Univerzita Pardubice, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Katedra řízení procesů, nám. Čs. Legií, 532 10 Pardubice, tel.: +420 466 037 122, e-mail jiri.machacek@upce.cz

$$\boldsymbol{G}_c(s) = \begin{bmatrix} G_{c1}(s) & 0 \\ 0 & G_{c2}(s) \end{bmatrix} \tag{2}$$

Blokové schéma regulačního obvodu je znázorněno na obr. 1.



Obr. 1 - Dvourozměrová soustava s decentralizovaným regulátorem

Z obr. 1 je zřejmé, že pro návrh parametrů prvního regulátoru G_{c1} se musí uvažovat přenosová funkce mezi prvním vstupem a prvním výstupem, která obsahuje i druhou větev obvodu včetně regulátoru G_{c2} (pro $w_2 = 0$):

$$\overline{G}_{11}(s) = G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)G_{c2}(s)}{1 + G_{22}(s)G_{c2}(s)} \tag{3}$$

Totéž platí pro druhý obvod

$$\overline{G}_{22}(s) = G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)G_{c1}(s)}{1 + G_{11}(s)G_{c1}(s)} \tag{4}$$

Rovnice jsou závislé, protože při výpočtu jednoho regulátoru je nutné znát nastavení druhého a nopak.

V praxi se často používají PID regulátory s parametry, navrženými Zieglerovou-Nicholsovou frekvenční metodou [Ziegler, 1942]. Ta je založena na znalosti kritického zesílení r_{0k} a kritické doby kmitu T_k (nebo kritické frekvence ω_k) uzavřeného regulačního obvodu na mezi stability. Parametry regulátoru se počítají ze vztahů:

$$r_0 = 0.6\, r_{0k}, \quad T_i = 0.5\, T_k, \quad T_d = 0.125\, T_k \tag{5}$$

a rovnice regulátoru má tvar

$$G_c(s) = r_0(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \tag{6}$$

Nastavení parametrů regulátorů pro víceměrovou soustavu je složitější. Je-li k dispozici model soustavy, mohou se kritické hodnoty vypočítat, v opačném případě se provádí experiment, nejčastěji pomocí relé ve zpětné vazbě. V obou případech se řeší soustava rovnic pro mez stability, pro dvourozměrovou soustavu

$$\overline{G_1}(i\omega_{k1})\, r_{0k1} = -1 \tag{7}$$

$$\overline{G_2}(i\omega_{k2})\, r_{0k2} = -1\,. \tag{8}$$

Vzhledem k závislosti rovnic se musí řešení provádět iteračně. Existují dva způsoby, jak při iteracích postupovat. Při tzv. sekvenční metodě se nastavování regulátorů provádí postupně v jednotlivých obvodech a opakuje se, dokud se nenajde optimální nastavení. Druhou možností je, že se hledá společná frekvence, na které oba obvody současně rozmitají. Dá se snadno dokázat, že rovnice (7) a (8) jsou potom totožné, takže pro výpočet tří neznámých parametrů ω_k, r_{0k1} a r_{0k2} jsou k dispozici pouze dvě rovnice (reálná a imaginární část rov. (7) nebo (8)). Existuje tedy nekonečně mnoho dvojic kritických zesílení, pro které jsou oba obvody na mezi stability a je třeba volit další podmínku pro jednoznačné řešení. Podrobně je tato problematika včetně teoretického odvození popsána např. v článku [Macháček, 2005].

3 DECENTRALIZOVANÉ ROBUSTNÍ ŘÍZENÍ

Navrhovaná metoda využívá diagonální přenosové funkce $G_{11}(s)$ a $G_{22}(s)$ jako nominalní modely a druhé části rovnic (3) a (4) jako neurčitosti. Velikost neurčitostí závisí na nastavení regulátorů ve opačném obvodu, které ovšem není předem známé. Stanovení mezí parametrů regulátoru je založeno na následující úvaze: Pokud se zvolí druhý způsob iteračního řešení rovnic (7) a (8) se společnou kritickou frekvencí, pohybuje se kritické zesílení v rozsahu od nuly po kritické zesílení samotných obvodů $G_{11}(s)$ a $G_{22}(s)$ a kritická frekvence nabývá zhruba hodnot mezi kritickými frekvencemi samotných obvodů ([Palmor, 1995]).

Pro dva regulační obvody dvourozměrové soustavy je možné definovat následující přenosové funkce: Přenosovou funkci otevřeného regulačního obvodu

$$L_m(s) = \overline{G}_{mm}(s) G_{cm}(s) \qquad m = 1, 2 \tag{9}$$

citlivostní funkci

$$S_m(s) = \frac{1}{1 + \overline{G}_{mm}(s) G_{cm}(s)} \qquad m = 1, 2 \tag{10}$$

a doplňkovou citlivostní funkci (přenos řízení)

$$T_m(s) = \frac{\overline{G}_{mm}(s)G_{cm}(s)}{1+\overline{G}_{mm}(s)G_{cm}(s)} \qquad m = 1, 2 \tag{11}$$

Nepřesnosti modelů se nechají popsat ve shodě s rovnicemi (3) a (4) aditivní neurčitostí [Doyle, 1990]:

$$\overline{G}_{mm}(s) = G_{mm}(s) + \Delta_m(s)W_m(s) \qquad m = 1, 2 \tag{12}$$

kde $\overline{G}(s)$ je skutečný přenos, $G(s)$ je nominální model, $W(s)$ je váhová přenosová funkce a $\Delta(s)$ je proměnná stabilní přenosová funkce, která splňuje podmínku

$$\left\|\Delta(s)\right\|_\infty \leq 1 \tag{13}$$

Amplitudová frekvenční charakteristika (FCH) váhové funkce je potom z rov. (12) rovna (pro $\Delta(s) = 1$)

$$\left|W_m(i\omega)\right| = \left|\overline{G}_{mm}(i\omega) - G_{mm}(i\omega)\right| \qquad \forall\omega \qquad m = 1, 2 \tag{14}$$

Kvalita řízení se nechá vyjádřit tvarem amplitudové FCH citlivostní funkce. Jako horní mez amplitudové FCH citlivostní funkce se volí převrácená hodnota amplitudové FCH zvoleného váhovacího filtru $\left|W_p(s)\right|$:

$$\left|S_m(i\omega)\right| < \frac{1}{\left|W_{pm}(i\omega)\right|} \qquad \forall\omega \qquad m = 1, 2 \tag{15}$$

Přenosová funkce filtru $W_p(s)$ se obvykle volí v jednoduchém tvaru [Skogestat, 1997]

$$W_p(s) = \frac{\dfrac{s}{M} + \omega_B}{s + \omega_B A} \tag{16}$$

kde pro $1/W_p(s)$ platí, že A je zesílení na nízkých frekvencích, M na vysokých frekvencích a ω_B je frekvence, na které je hodnota zesílení poprvé rovna 1 při postupu od nižších frekvencí.

Podmínka pro robustní kvalitu řízení a robustní stabilitu je aditivní neurčitost rovna

$$\left|W_{pm}(i\omega)S_m(i\omega)\right| + \left|W_m(i\omega)S_m(i\omega)G_{cm}(i\omega)\right| < 1 \qquad \forall\omega \qquad m = 1, 2 \tag{17}$$

Parametry regulátorů musí být navrženy optimalizační metodou tak, aby tato podmínka byla splněna.

4. SIMULOVANÝ PŘÍKLAD

Výše uvedená metoda byla aplikována na simulační model dvourozměrové soustavy s přenosovou funkcí

$$\boldsymbol{G}(s) = \frac{1}{(0{,}1s+1)(0{,}2s+1)^2}\begin{bmatrix} \dfrac{0{,}5}{(0{,}1s+1)} & -1 \\ 1 & \dfrac{2{,}4}{(0{,}5s+1)} \end{bmatrix} \tag{18}$$

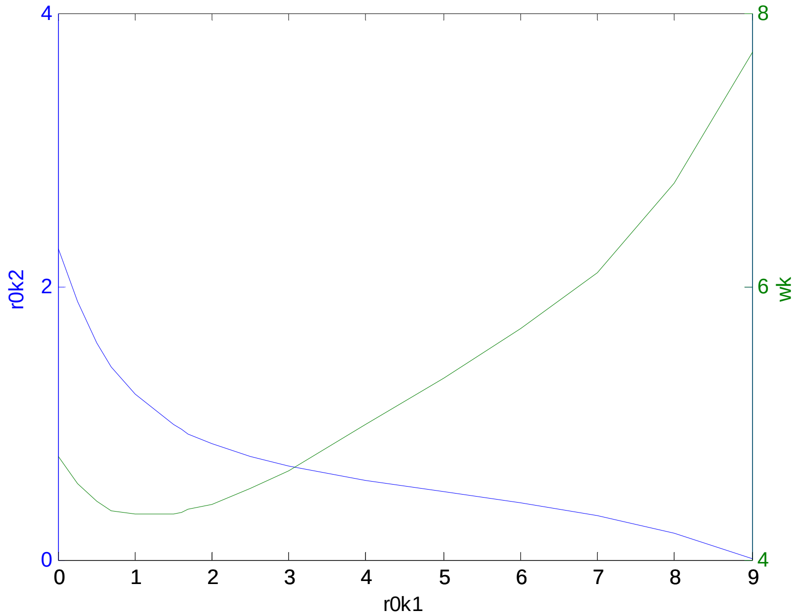
Simulace byla provedena v prostředí MATLAB/Simulink za předpokladu, že model soustavy je známý.

Kritické hodnoty přenosů v přímých větvích $G_{11}(s)$ a $G_{22}(s)$ jsou následující:

$r_{0k1} = 9{,}001 \qquad \omega_{k1} = 7{,}703\ s^{-1}$

$r_{0k2} = 2{,}278 \qquad \omega_{k2} = 4{,}768\ s^{-1}$

Kombinace kritických zesílení, které vedou na rozmitání soustavy na jedné frekvenci, je znázorněna na obr. 2.

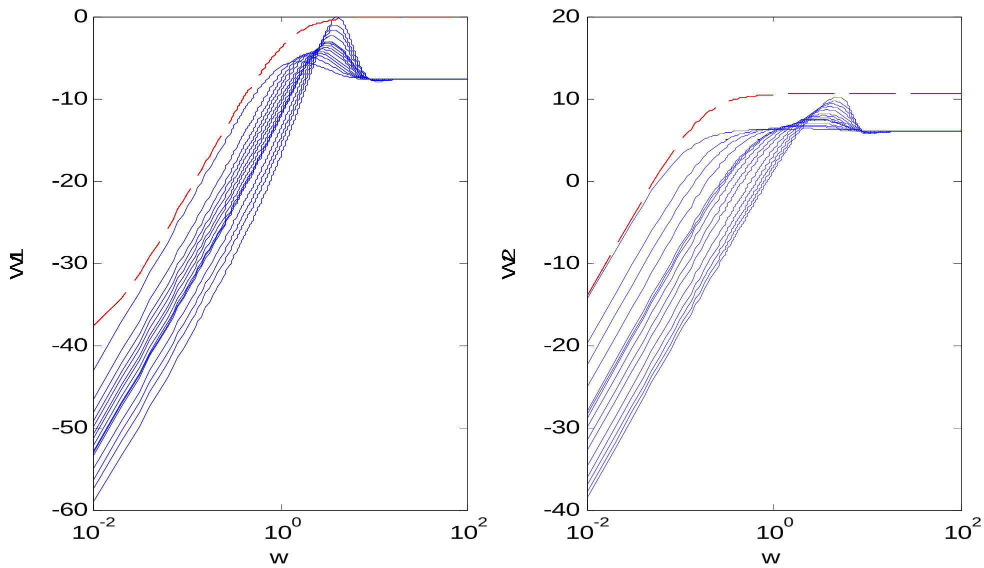


Obr. 2 - Závislost kritických hodnot pro soustavu (18)

Kritické hodnoty se mohou pohybovat v rozsazích:

$r_{0k1} = 0$ až $9{,}001 \qquad r_{0k2} = 0$ až $2{,}278 \qquad \omega_k = 4.333$ až $7{,}703\ s^{-1}$

K odstranění stejnosměrné složky neurčitostí byly nominální hodnoty přenosů $G_{11}(s)$ a $G_{22}(s)$ násobeny číslem 1,834. Průběhy aditivních neurčitostí, počítaných podle rov.(14) pro zvolené rozsahy kritických hodnot, jsou znázorněny na obr. 3. Aproximační přenosy (16) byly



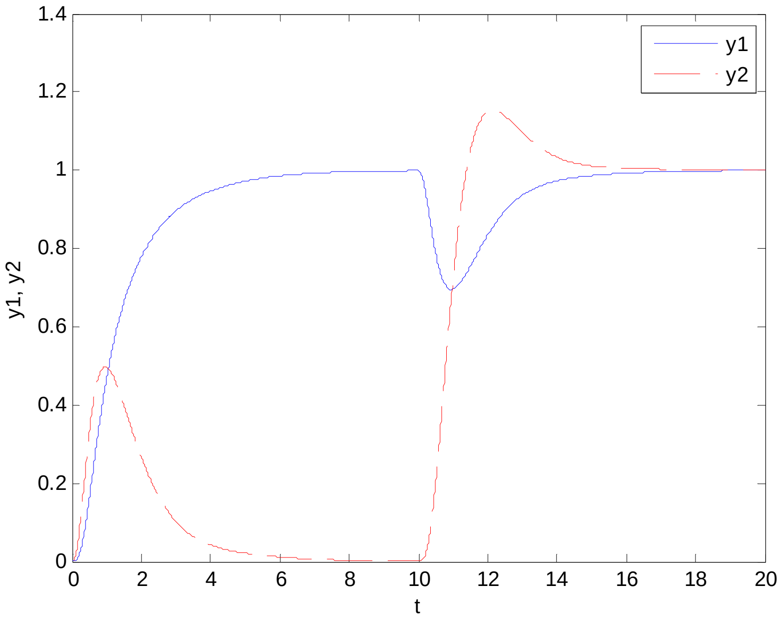
navrženy s parametry: $A_1 = A_2 = 0{,}01$; $M_1 = 1$; $M_2 = 3{,}4$; $\omega_{B1} = 1{,}2\ s^{-1}$; $\omega_{B2} = 0{,}05\ s^{-1}$ a jejich FCH jsou na obr. 3 znázorněny čárkovaně.

Obr. 3 - Frekvenční charakteristiky neurčitostí a jejich aproximace

Optimalizací byly nalezeny následující hodnoty parametrů regulátorů:

$r_{01} = 0{,}48$ $\quad r_{02} = 0.3$ $\quad T_{i1} = T_{i2} = 0{,}65\ s$ $\quad T_{d1} = T_{d2} = 0{,}16\ s$.

Regulační pochody jsou znázorněny na obr. 4. Jsou to odezvy na jednotkovou skokovou změnu w_1 v čase 0 s a stejnou změnu w_2 v čase 10 s.



Obr. 4 - Časové průběhy regulačních pochodů.

5. ZÁVĚR

Nová metoda decentralizovaného řízení, založená na poznatcích z teorie robustního řízení, byla navržena a s úspěchem odzkoušena na simulovaném příkladě dvourozměrové soustavy. Výsledné regulační pochody jsou lepší, než u klasických metod decentralizovaného řízení (viz např. [Palmor, 1995]).

Příspěvek vznikl za podpory Institucionálního výzkumu MSM 0021627505 „Teorie dopravních systémů“ Univerzity Pardubice.

POUŽITÁ LITERATURA

[1] DOYLE, J.; FRANCIS, B.; TANNENBAUM, A. 1990. *Feedback Control Theory.* Macmillan Publishing, 1990.

[2] MACHÁČEK, J. 2005. Decentralized Control. Unified Approach and Comparison Methods. *Scientific Papers of the University of Pardubice, Series A, Faculty of Chemical Technology,* 11, 221-237.

[3] PALMOR, Z. J.; HALEVI, Y.; KRASNEY, N. 1995. Automatic tuning of decentralized PID controllers for TITO processes. *Automatica,* 1995, 31, 1001-1010.

[4] SKOGESTAD, S., POSTLETHWAITE, I. 1997. *Multivariable Feedback Control – Analysis and Design*, J. Wiley & Sons Chichester, New Youkr, Brisbane, Toronto, Singapore, 1997.

[5] ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. 1942. Optimum Settings for Automatic Controllers. *Trans. ASME*, 1942*,* 65, 433-444.

Recenzent: doc. Ing. František Dušek, CSc.
Univerzita Pardubice, FEI, Katedra řízení procesů