Ročník 3., Číslo 5., 2008

NĚKOLIK PŘÍSTUPŮ K IDENTIFIKACI KRITICKY DŮLEŽITÝCH ÚSEKŮ NA DOPRAVNÍ SÍTI
SEVERAL APPROACHES TO IDENTIFICATION OF CRITICAL LINKS IN TRANSPORT NETWORK

Miroslav Slivoně[1]

Anotace: Článek se zabývá identifikací kriticky důležitých úseků z hlediska zranitelnosti dopravní sítě. Stručně popisuje a porovnává tři možné přístupy k hodnocení důležitosti úseků (Bell, Taylor, Jesenius). Tyto přístupy jsou implementovány ve vytvořeném software, jejich práce je ilustrována na modelovém příkladu.

Klíčová slova: spolehlivost dopravní sítě, zranitelnost dopravní sítě

Summary: The objective of this paper is to identify links which are important from the vulnerability point of view. There are briefly described and compared three existing methods suitable to evaluation of importance of links (Bell, Taylor, Jesenius). These approaches are software- implemented, their principle is shown on model example.

Key words: transport network reliability, transport network vulnerability

1. ÚVOD

Dopravní infrastruktura každého státu nebo regionu je ohrožována mnoha potenciálními hrozbami. Tyto hrozby spočívají jak v možnosti vzniku přírodních katastrof (záplavy, vichřice, požáry, zemětřesení), tak v možnosti vzniku válečného konfliktu nebo teroristického útoku.

Jen poměrně malá část z obvykle husté sítě dopravní infrastruktury vyspělých zemí se dá nazvat skutečně kriticky důležitou. Jednoznačné kritérium, které by rozhodlo o příslušnosti určitého dopravního zařízení do sítě kritické dopravní infrastruktury, lze jen velice obtížně definovat; obecně se dá říci, že kriticky důležitá jsou taková dopravní zařízení, jejichž vyřazení z provozu citelně naruší vnitřní bezpečnost a veřejný pořádek, ochranu obyvatelstva, funkčnost státní správy, akceschopnost ozbrojených sil, běh národního hospodářství.

Události ohrožující dopravní infrastrukturu vznikají nahodile a není možné je spolehlivě předvídat, tudíž žádný prvek dopravní infrastruktury nelze v pravém slova smyslu ochránit. Například přírodní katastrofy se budou vyskytovat vždy, dobře připravený teroristický útok bude pravděpodobně úspěšný, dopravním nehodám nelze zcela zabránit. Protože dopravní infrastruktura musí být maximálně přístupná pro jejich uživatele, nelze zcela zamezit tomu, aby byla neustále vystavena riziku vzniku mimořádné události.

[1] Ing. Miroslav Slivoně, Univerzita Pardubice, DFJP, Katedra technologie a řízení dopravy, Studentská 95, 532 10 Pardubice, tel. +420 466 036 198, e-mail: Miroslav.Slivone@upce.cz

Ačkoli je tedy ochrana kritické dopravní infrastruktury v podstatě nedosažitelný cíl, lze alespoň učinit taková opatření, která by toto riziko alespoň snižovala a efektivně redukovala případné následky.

Základním a nutným předpokladem pro realizaci takových opatření je správná identifikace kriticky důležitých míst na dopravní síti. Tato identifikace by měla být provedena na základě kvantifikovaných, objektivních postupů.

2. KONCEPT ZRANITELNOSTI DOPRAVNÍ SÍTĚ

Zranitelnost dopravní sítě je jedním ze základních indikátorů spolehlivosti dopravní sítě, význam ostatních ukazatelů je shrnutý například v [1].

Zkoumání zranitelnosti dopravní sítě se zaměřuje na následky selhání místa na dopravní síti bez ohledu na pravděpodobnost tohoto selhání. Neuvažování pravděpodobnosti selhání má svoje opodstatnění – existují hrozby, které lze předvídat jen velice těžko (válečný konflikt, sabotáž, teroristický útok). V některých případech může být pravděpodobnost selhání určitého místa velice nízká a vliv tohoto selhání na výkonnost dopravní sítě jako celku zanedbatelný (uvažovaná dopravní síť tedy nemá z hlediska spolehlivosti závady), ale nepříznivý dopad pouze na určitou část dopravní sítě může být značný. Selhání jednoho nebo několika málo míst na dopravní síti může za nepříznivých okolností zapříčinit úplné odříznutí některého dopravního uzlu nebo oblasti od okolí.

D’Este a Taylor definují zranitelnost takto: Uzel je zranitelný, pokud selhání (resp. degradace většího rozsahu) relativně malého počtu úseků podstatně omezí dosažitelnost tohoto uzlu [2].

Pod pojmem dosažitelnost se rozumí možnost dosažení dané lokace s vynaložením přijatelných nákladů (tzn. peněz, ujeté vzdálenosti, času, úsilí apod.). Rozeznává se dosažitelnost relativní a integrální. Relativní dosažitelnost popisuje stupeň spojení mezi dvojicí daných míst (např. dosažitelnost havarijního střediska z daného místa). Relativní dosažitelnost A_{ij} mezi dvěma body i a j je tedy dána jako $A_{ij} = C_{ij}$, kde C_{ij} je separace (vzdálenost, čas, náklady) mezi dvěma body. Integrální dosažitelnost popisuje propojení mezi daným bodem a všemi ostatními body (službami, aktivitami) v rámci regionu nebo celé sítě. Vypočítá se jako suma relativních dosažitelností místa i přes všechny body j: $AI_i = \sum_j A_{ij}$.

Koncept zranitelnosti je tedy možné aplikovat na spojení mezi dvojicí míst na dopravní síti, na dostupnost z určitého místa do jiných částí dopravní sítě, případně do sítě jako celku.

Zatím neexistuje všeobecně uznávaný způsob, jak přiřadit prvkům dopravní sítě hodnotu, která vyjadřuje míru jejich důležitosti, míru negativních následků vzniklých jejich selháním. Některé z existujících přístupů jsou v tomto článku představeny, analyzovány a navzájem porovnány.

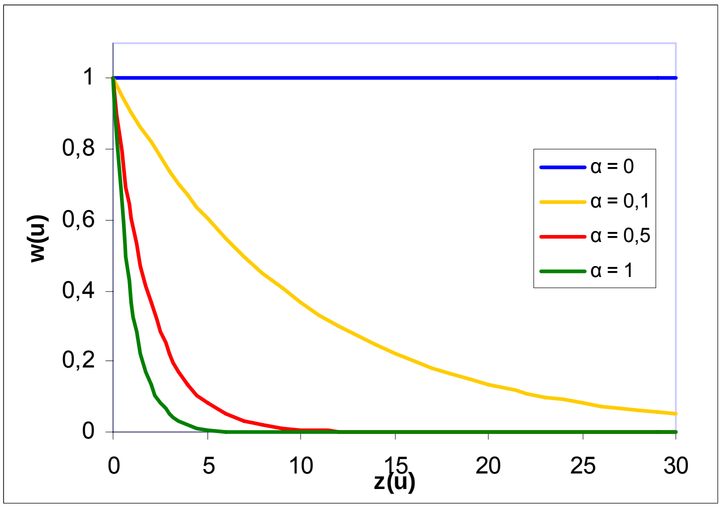
2.1. Přístupy založené na pravděpodobnosti použití úseku

Tyto přístupy vycházejí z předpokladu, že cestující volí některou z cest mezi dvěma místy na základě porovnání užitku plynoucího z použití této cesty s užitkem plynoucím z použití alternativních cest. Pravděpodobnost použití cesty tedy bude záviset na jejím relativním užitku. Měrou užitku může být cestovní čas nebo vhodným způsobem generalizované náklady. Pravděpodobnost volby konkrétní trasy pak lze vypočítat pomocí modelu logit.

Tato úvaha může být vztažena i na jednotlivé úseky dopravní sítě: pravděpodobnost použití daného úseku závisí na poměru celkového užitku z cest procházejících tímto úsekem ku celkovému užitku z cest procházejících alternativními úseky. Tedy pokud je pravděpodobnost použití úseku malá, existují alternativní cesty, které jsou kvalitativně podobné nebo lepší (tj. s podobnými nebo nižšími náklady na průchod). Pokud je ale pravděpodobnost použití úseku velká, pak jsou cesty vedoucí alternativními úseky kvalitativně horší (tj. s vyššími náklady). Dá se tedy předpokládat, že selhání úseku s vysokou pravděpodobností použití bude mít nepříznivé následky z hlediska dosažitelnosti příslušných uzlů.

Při výpočtu pravděpodobností použití jednotlivých úseků a cest lze využít Dialův algoritmus [3] - postup, který je založen na modelu logit a bývá používán pro nalezení traffic assignmentu. Dialův algoritmus má narozdíl od některých jiných postupů tu vlastnost, že pro jeho práci není potřeba explicitně vyjádřit všechny akceptovatelné cesty existující v dané síti. V Dialově interpretaci je podmínkou pro akceptovatelnost cesty to, že použití každého úseku na cestě musí mít za následek nárůst vzdálenosti od počátku cesty, případně (přísnější formulace akceptovatelnosti) ještě pokles vzdálenosti k cíli cesty.

Váhy jednotlivých úseků jsou počítány podle předpisu $w(u) = e^{-\alpha\, z(u)}$, kde z(u) je vyjádření nákladů na průchod úsekem a $\alpha \geq 0$ je parametr odrážející citlivost cestujících na rostoucí náklady (klesající užitek) cesty. Význam parametru α ilustruje obr. 1.



Zdroj: Autor

Obr. 1 – Průběh funkce $w(u) = e^{-\alpha\, z(u)}$ při různých hodnotách α

Oba dva dále prezentované algoritmy vycházejí z původní Dialovy metody a principu výpočtu pravděpodobností použití úseků na základě modelu logit.

2.1.1. Bellův algoritmus – Bell 1995

M.G.H. Bell uveřejnil v [4] dvě alternativy k Dialovu algoritmu. První z nich lze využít pouze v síti s konečným počtem cest, tedy v síti, která neobsahuje kružnici nebo cyklus. Druhý, zajímavější postup, lze shrnout následovně:

Krok 1 – sestava váhové matice W
    pro všechny uzly *i*
        pro všechny uzly *j* různé od *i*
            pokud existuje úsek z *i* do *j*
                pak $w_{ij} := e^{-\alpha c_{ij}}$
            jinak $w_{ij} := 0$,

kde c_{ij} jsou náklady na průchod úsekem *ij*
    α je parametr > 0

Provedením kroku W^2 by vznikla nová váhová matice obsahující váhy $w_{ij}^{/}$ všech cest mezi všemi páry uzlů i a j skládajících se právě ze dvou úseků:

(Krok W^2 – výpočet matice W^2)
    pro všechny uzly *i*
        pro všechny uzly *j* různé od *i*
            $w_{ij}^{/} := 0$ // inicializace hodnot $w_{ij}^{/}$
            pro všechny uzly *k* různé od *i* a zároveň různé od *j*
                $w_{ij}^{/} := w_{ij}^{/} + w_{ik} * w_{kj}$

Provedením kroku W^3 by vznikla nová váhová matice obsahující váhy $w_{ij}^{//}$ všech cest mezi všemi páry uzlů *i* a *j* skládajících se právě ze tří úseků:

(Krok W^3 – výpočet matice W^3)
    pro všechny uzly *i*
        pro všechny uzly *j* různé od *i*
            $w_{ij}^{//} := 0$ // inicializace hodnot $w_{ij}^{//}$
            pro všechny uzly *k* různé od *i* a zároveň různé od *j*
                $w_{ij}^{//} := w_{ij}^{//} + w_{ik}^{/} * w_{kj}$

Požadovaná váhová matice U, obsahující součet vah všech cest mezi jednotlivými dvojicemi vrcholů *i* a *j* pak vznikne jako $U = W + W^2 + W^3 + W^4 + ...$

Pokud pro $n \to \infty$ matice W^n konverguje k nulové matici, platí, že (I je jednotková matice):

$$U = W + W^2 + W^3 + W^4 + ... = (I - W)^{-1} - I$$

Druhý krok algoritmu pak může vypadat takto:

Krok 2 – sestava matice U

$U := (I - W)^{-1} - I$

Poté, co je zkonstruována matice U, lze poměry p_{ij}^{rs}, v jakých budou na cestě mezi konkrétní dvojicí uzlů *i* a *j* použity úseky *u* s krajními uzly *r* a *s*, využít Van Vlietovu formuli (5), tj:

$$p_{rs}^{ij} = \frac{u_{ir} w_{rs} u_{sj}}{u_{ij}}.$$

2.1.2. Metoda výpočtu podmíněných pravděpodobností – Taylor 1979

Autorem metody je M.A.P Taylor [2], popsána byla například také v [6]. Předmětem zkoumání je identifikace zranitelných úseků z pohledu relativní dosažitelnosti uzlu *j* z uzlu *i*. Každému (orientovanému) úseku *u* mezi uzly *r* a *s* tedy může být při znalosti kritéria akceptovatelnosti cesty jednoznačně přiřazena hodnota $g(u)$ podle následujícího předpisu:

$g(u) = e^{-\alpha z(u)}$ pokud *u* leží na akceptovatelné cestě z *i* do *j*,

$g(u) = 0$ v ostatních případech,

kde $z(u) \geq 0$ je rozdíl mezi cestovními náklady vyvolanými použitím úseku *u* pro cestu z *r* do *j* a náklady vyvolanými použitím minimální cesty mezi *r* a *j*, α je parametr odrážející citlivost uživatelů dopravy na vzrůst cestovních nákladů.

Kritérium pro akceptovatelnou cestu může být následující: Akceptovatelná cesta bude taková cesta, ve které pro každý následující uzel platí, že jeho vzdálenost od cíle je menší než vzdálenost předcházejícího uzlu od cíle.

Pokud $d(r, j)$ budou minimální náklady na cestu z uzlu *r* od cíle cesty *j* a $d(s, j)$ minimální náklady na cestu z uzlu *s* od cíle cesty *j*, pak úsek *u* nesplňuje podmínku pro akceptovatelnou cestu, pokud $d(r, j) < d(s, j)$. Rozdíl nákladů $z(u)$ je roven: $z(u) = d(s, j) + c(u) - d(r, j)$, kde $c(u)$ jsou náklady na průchod úsekem *u*. Pokud se úsek *u* nachází na minimální cestě mezi *i* a *j*, pak $z(u) = 0$, protože platí, že $d(r, j) = d(s, j) + c(u)$.

Součin hodnot $g(u)$ pro všechny úseky zařazené do konkrétní cesty z uzlu *i* do uzlu *j* pak může posloužit přímo pro výpočet pravděpodobnosti použití této cesty. Následně se pravděpodobnost, že úsek *u* bude použitý pro cestu mezi uzlem *i* a uzlem *j*, vypočítá jako suma pravděpodobností použití všech cest mezi *i* a j, které tento úsek *u* obsahují. Tato myšlenka je konceptuálně jednoduchá, ale následný výpočet obtížně proveditelný, protože by bylo potřeba vyhledat všechny akceptovatelné cesty mezi uzly *i* a *j*.

Nicméně podmíněná pravděpodobnost využití úseku *u* na cestě mezi *i* a *j* za podmínky, že cesta bude procházet uzlem *r* $P\{u, (i, j) / r\}$může být spočítána pomocí efektivního rekurzivního algoritmu, aniž by bylo potřeba určit všechny akceptovatelné cesty. Tato podmíněná pravděpodobnost bude rekurzivně vypočtena pomocí váhové funkce úseku $w(u)$:

$$w(u) = g(u) \qquad \text{pokud } s = j \text{ (cílový uzel)}$$

$$w(u) = g(u) \cdot \sum_{h \in \beta(s)} w(h) \qquad \text{pro ostatní } s$$

kde $\sum_{h \in \beta(s)} w(h)$ je součet váhových funkcí všech úseků h, které mohou být použity k opuštění uzlu s.

Pro výpočet P$\{u, (i, j) / r\}$pak platí: $$P\{u,(i,j) \mid r\} = \frac{w(u)}{\sum_{h \in \beta(r)} w(h)}$$

Hodnoty funkce $w(u)$ lze počítat rekurzivně při posunování polohy uzlu s od uzlu j v topologickém pořadí (podle zvyšující se hodnoty $d(s, j)$). Vypočtené pravděpodobnosti $P\{u, (i, j) / r\}$ pro jednotlivé úseky u mohou být využity jako indikátory významu úseků z hlediska zranitelnosti dopravní sítě.

2.2. Přístupy založené na vyjádření následků selhání úseku za daného rozložení přepravní poptávky v síti

V tomto případě je použito odlišné strategie pro identifikaci kritických úseků. Do úvahy vstupuje rozložení přepravní poptávky v síti dané OD maticí. Jedním z takových postupů je následující metoda.

2.2.1. Metoda výpočtu důležitosti úseku v dopravní síti – Jesenius 2004

Autorem metody je E. Jesenius, popsána je například v [7]. Nechť je V množina všech uzlů uvažované dopravní sítě a E množina všech jejích úseků. Směřování proudů na dopravní síti mezi uzly i a j je dáno formou OD matice, její prvky f_{ij} vyjadřují velikost přepravního proudu mezi dvojicí uzlů. Pokud v důsledku úplného selhání úseku u dojde pro všechny dvojice uzlů i a j, se kterými je uvažováno v OD matici, pouze ke zvýšení cestovních nákladů o konečnou hodnotu a každá dvojice uzlů i a j zůstane dostupná, bude takový úsek nazýván nc-úsek (z anglického non cut). Množina všech nc-úseků uvažované dopravní sítě bude označena jako E^{nc}. Počet uzlů, se kterými je uvažováno v OD matici (tj. uzly i, pro které je alespoň jedna hodnota f_{ij} nebo $f_{ji} \geq 0$), je označen jako n^{OD}.

Předpokládá se, že cestující se po dopravní síti pohybují výhradně po nejkratší cestě. Minimální cestovní náklady na přesun z uzlu i do uzlu j v případě, že úsek u bude zcela vyřazen z provozu, budou značeny jako $c_{ij}^{(u)}$; náklady na přesun mezi stejnou dvojicí uzlů v původní, neporušené síti budou značeny jako $c_{ij}^{(0)}$.

Důsledkem úplného selhání úseku u může dojít k situaci, že některé dvojice uzlů budou nedostupné. Z tohoto důvodu se zavádí koncept neuspokojeného přepravního proudu $x_{ij}^{(u)}$, který je definován takto:

$$x_{ij}^{(u)} = \begin{cases} f_{ij} & pokud\ c_{ij}^{(u)} = \infty \\ 0 & pokud\ c_{ij}^{(u)} < \infty \end{cases},$$

kde f_{ij} je velikost přepravního proudu mezi uzly i a j.

Důležitost úseku u vzhledem k rozložení přepravních proudů lze vypočítat jako:

$$I^{OD}(u) = \frac{\sum_i \sum_{j \neq i} f_{ij} (c_{ij}^{(u)} - c_{ij}^{(0)})}{\sum_i \sum_{j \neq i} f_{ij}}, \qquad u \in E^{nc}$$

Ukazatel $I^{OD}(u)$ vyjadřuje pro jednotlivé úseky u celkové navýšení cestovních nákladů pro všechny přepravy z OD matice oproti minimálním nákladům při selhání úseku u.

Globální důležitost úseku u lze vypočítat jako:

$$I^{glob}(u) = \frac{1}{n^{OD}(n^{OD} - 1)} \sum_i \sum_{j \neq i} (c_{ij}^{(u)} - c_{ij}^{(0)}), \qquad u \in E^{nc}$$

Ukazatel $I^{glob}(u)$ vyjadřuje pro jednotlivé úseky u celkové navýšení cestovních nákladů v případě, že se z každého uzlu i do každého uzlu j uskuteční právě jedna přeprava (tj. každé $f_{ij} = 1$) oproti minimálním nákladům při selhání úseku u.

Důležitost úseku u vzhledem k velikosti neuspokojeného přepravního proudu lze vypočítat jako:

$$I^{X}(u) = \frac{\sum_i \sum_{j \neq i} x_{ij}^{(u)}}{\sum_i \sum_{j \neq i} x_{ij}}, \qquad u \in E$$

Ukazatel $I^{X}(u)$ vyjadřuje pro jednotlivé úseky u celkový počet nerealizovatelných přeprav při selhání úseku u.

2.3. Porovnání uvedených metod

Společnou výhodou metod založených na pravděpodobnostech použití úseků je možnost konfigurovat chování cestujícího volbou hodnoty parametru α. Pokud bude hodnota α blízká nule, budou se cestující pohybovat po celém spektru existujících cest, vyšší hodnoty α budou znamenat větší citlivost na cestovní náklady a cestující se budou soustředit na krátké cesty.

Bellův postup je matematicky elegantní, ale má několik nevýhod:

- hodnota α musí být větší než nula, tj. metodu nelze použít pro případ, že trasy cestujících jsou zcela invariantní vůči nákladům (matice I-W bude singulární a nelze sestavit inverzní matici),

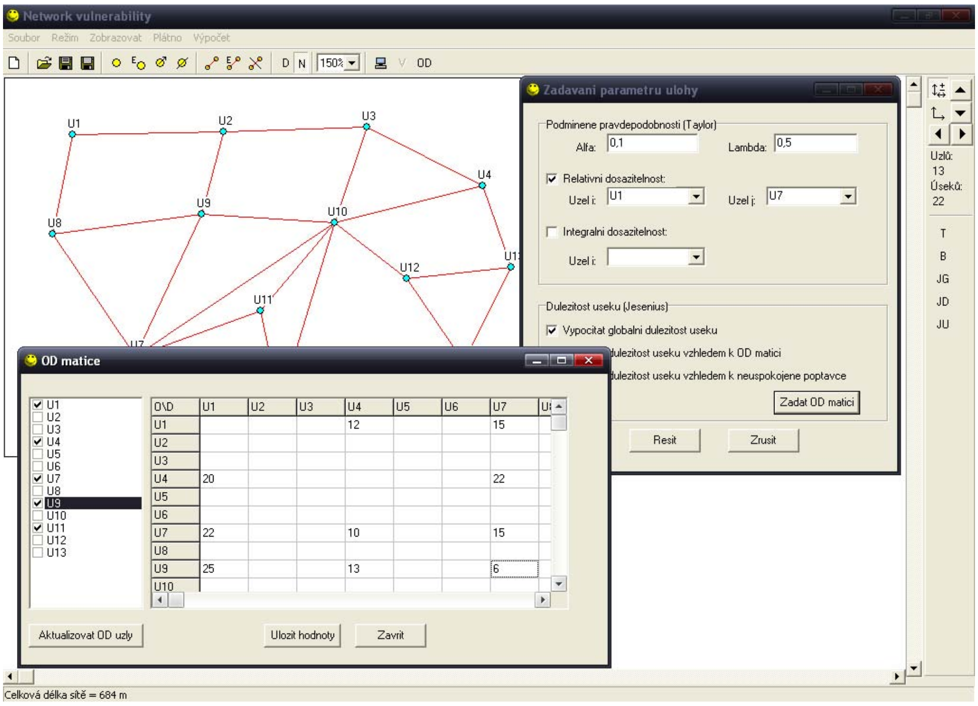
- výpočet inverzní matice je pro sítě s velkým počtem uzlů náročný,
- matice W^n nemusí ve všech sítích pro rostoucí n konvergovat k nulové matici (tj. postup s využitím výpočtu inverzní matice není univerzálně použitelný).

Taylorův postup je z výpočetního hlediska efektivní i pro poměrně velké instance úloh a dokáže pracovat s nulovou hodnotou parametru α. Jeho slabinou je nutnost formulace kritéria pro akceptovatelnou cestu, což v obecné dopravní síti není právě jednoduché. Formulace uvedená v popisu metody je použitelná pro nepříliš husté dopravní sítě na úrovni regionu nebo státu; ale například na dopravní sítě typické pro městské aglomerace se nehodí.

Předností Jeseniova přístupu je zohlednění velikosti rozložení přepravních proudů při hodnocení důležitosti úseku. Při volbě náhradní trasy se však cestující rozhodují zásadně pro cestu s nejmenšími náklady.

3. SOFTWAROVÁ REALIZACE

Všechny tři uvedené metody byly převedeny do softwarové podoby. Program byl vytvořen v Borland Delphi 6 a jeho prostředí tvoří editor dopravní sítě, editor OD matice a okno zadávání parametrů řešené úlohy (viz obr.2).



Zdroj: Autor

Obr. 2 – Ukázka prostředí vytvořeného programu

3.1. Poznámka k implementaci Bellova algoritmu

V podstatě jediným problémem při realizaci Bellova algoritmu je výpočet inverzní matice. Klasická Gaussova metoda či výpočet pomocí determinantů jsou poměrně pomalé postupy pro použití s maticí větších rozměrů. Vytvořený program používá knihovny VecLib a MFstd programu OptiVec 5, který je napsán v Assembleru a pro práci s maticemi a vektory používá vektorové funkce. Proto je 2 až 3-krát rychlejší než program zkompilovaný z vyššího programovacího jazyka a pracující s maticemi pomocí cyklů. Výpočet inverzní matice implementovaný v MFstd je založen na LU rozkladu matice.

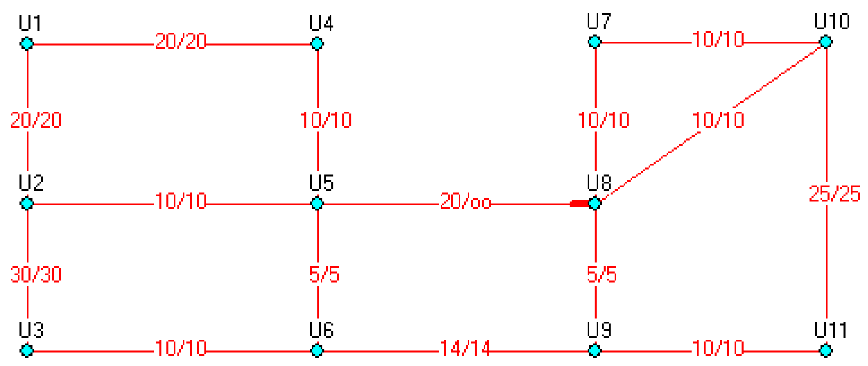
3.2. Poznámka k implementaci Taylorova algoritmu

Při výpočtu váhových funkcí $w(u)$ je potřeba vědět, zda je u na akceptovatelné cestě či nikoli. O některých úsecích je možné okamžitě rozhodnout, že nesplňují podmínku pro akceptovatelnou cestu. To, že tuto podmínku splňují, však ještě neznamená, že jimi nějaká akceptovatelná cesta skutečně může procházet. Protože se váhové funkce počítají rekurzivně, tedy od koncového uzlu uvažované cesty, není při výpočtu $w(u)$ patrné, zda počátečním uzlem úseku u vůbec může procházet nějaká akceptovatelná cesta. Tento problém však lze elegantně vyřešit i bez hledání existence takových cest: Sestojí se náhradní graf, ze kterého jsou vyloučeny hrany, které nesplňují podmínku pro akceptovatelnou cestu z uzlu i do uzlu j. Pro tento graf se následně vypočítá náhradní distanční matice. Pokud existuje nějaká akceptovatelná cesta vedoucí z uzlu i do počátečního uzlu úseku u, pak se na odpovídají pozici v náhradní distanční matici musí nacházet hodnota různá od ∞.

4. ŘEŠENÍ MODELOVÉHO PŘÍKLADU

Pro ilustraci toho, jak jednotlivé metody pracují, bude využita jednoduchá modelová síť z obr. 3. Kromě úseku U5–U8 jsou všechny úseky neorientované (průchodné v obou směrech), ohodnocení hran vyjadřuje náklady na průchod hranou a je uvedeno ve tvaru náklady na průchod směrem tam / náklady na průchod směrem zpět; směr tam je určen indexy vrcholů – od vrcholu s nižším indexem k vrcholu s vyšším indexem.

Sledována bude relativní dosažitelnost uzlu U10 z uzlu U1. Mezi těmito uzly existují dvě rovnocenné minimální cesty: U1–U4–U5–U8–U10 resp. U1–U2–U5–U8–U10.

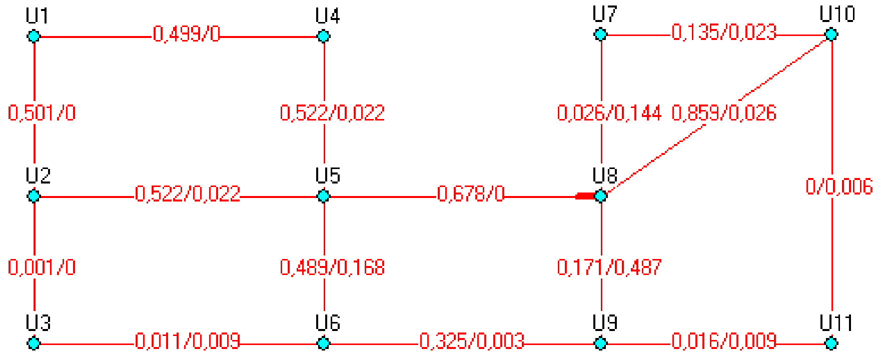


Zdroj: Autor

Obr. 3 – Modelová dopravní síť

4.1. Bellův algoritmus

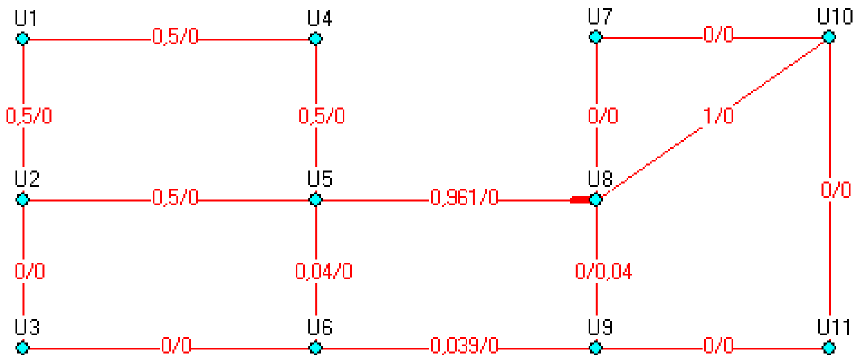
Hodnota parametru α bude rovna 0,2 resp. 0,8. Koeficient p_{ij}^{rs} zde nevyjadřuje přímo pravděpodobnosti použití úseků, ale proporcionální rozdíly mezi těmito pravděpodobnostmi (tj. v některých případech může dosahovat hodnoty větší než 1).



Zdroj: Autor

Obr. 4 – Hodnoty $p_{1,10}^{rs}$ pro α = 0,2

Při poměrně malé hodnotě α = 0,2 se cestující pohybují po celém spektru existujících cest. Z příkladu je patrné, že ne každý úsek na minimální cestě musí být nutně zranitelný. Úseky U1–U4, U1-U2, U4–U5, U2-U5 nemají příliš vysokou hodnotu koeficientu *p*. Je to z toho důvodu, že v této síti je dostatečná redundance v počtu alternativních cest. Dále stojí za zmínku poměrně vysoká hodnota koeficientů na U5-U6-U9-U8, ačkoli použití těchto úseků znamená poměrně citelný nárůst nákladů; dokonce i hodnoty na U2-U3-U6, U9-U11-U10 a U8-U7-U10 jsou větší než nula. To je důsledkem nízké hodnoty parametru α a tudíž malou citlivostí cestujících na zvyšující se náklady. Nejdůležitější úseky z hlediska relativní dosažitelnosti U10 z U1 jsou evidentně úseky U8-U10 a U5-U8, které cestující využívají nejčastěji.



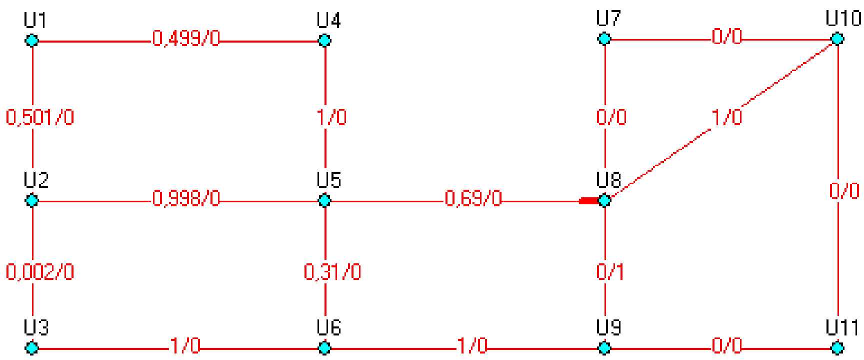
Zdroj: Autor

Obr. 5 – Hodnoty $p_{1,10}^{rs}$ pro α = 0,8

Po zvýšení α na hodnotu 0,8 se cestující soustředí především na nejkratší cesty a cesty nákladově jim blízké. Hodnoty koeficientů na U5-U6-U9-U8 citelně poklesly, na U2-U3-U6, U9-U11-U10 a U8-U7-U10 jsou prakticky nulové (resp. velice blízké nule). Význam kriticky důležitých úseků U8-U10 a U5-U8 adekvátně vzrostl.

4.2. Taylorův algoritmus

Hodnota parametru α bude opět rovna 0,2 resp. 0,8. Hodnoty P{*u*, (*i*, j) / *r*} vyjadřují pravděpodobnosti použití úseků na cestě z *i* do *j* (zde z U1 do U10) za podmínky, že byl použit počáteční uzel tohoto úseku. Ne každá vysoká hodnota pravděpodobnosti musí proto znamenat, že úsek je kriticky důležitý; může v podstatě znamenat jen to, že cesta, do které je úsek zařazen, bude použita s nenulovou pravděpodobností; vysoké pravděpodobnosti bylo dosaženo proto, že počáteční uzel tohoto úseku lze opustit jen malým počtem úseků. Je proto třeba se zabývat i pravděpodobností použití cest, do kterých je tento úsek zařazen. Jejich počet bude díky formulovanému kritériu akceptovatelnosti cesty konečný.



Zdroj: Autor

Obr. 6 – Hodnoty P{*u*, (1, 10) / *r*} pro α = 0,2

Pravděpodobnosti použití akceptovatelných cest (součin P{*u*, (*i*, *j*) / *r*} jednotlivých úseků):

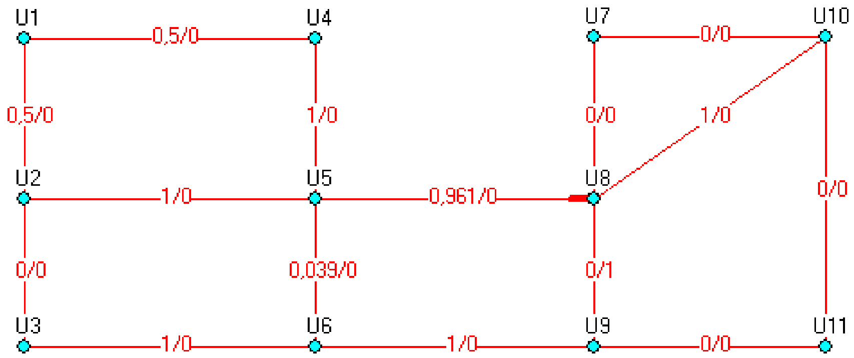
P{U1–U4–U5–U8–U10} = 0,339
P{U1–U4–U5–U6-U9-U8–U10} = 0,153
P{U1–U2–U5–U8–U10} = 0,345
P{U1–U2–U5–U6–U9-U8-U10} = 0,155
P{U1–U2–U3–U6–U9-U8-U10} = 0,001

Pravděpodobnosti (nepodmíněné), že úsek u bude použitý pro cestu mezi uzlem *i* a uzlem *j* lze vypočítat jako sumu pravděpodobností použití všech cest mezi *i* a *j*, které tento úsek *u* obsahují:

P{U1-U2, (U1, U10)} = 0,501
P{U1-U4, (U1, U10)} = 0,492
P{U2-U3, (U1, U10)} = 0,001

P{U2-U5, (U1, U10)} = 0,5
P{U3-U6, (U1, U10)} = 0,001
P{U4-U5, (U1, U10)} = 0,492
P{U5-U6, (U1, U10)} = 0,308
P{U5-U8, (U1, U10)} = 0,684
P{U6-U9, (U1, U10)} = 0,309
P{U8-U10, (U1, U10)} = 1
P{U9-U8, (U1, U10)} = 0,309

Úsek U8-U10 je součástí každé akceptovatelné cesty, při daném kritériu akceptovatelnosti cesty se jedná o skutečně kriticky důležitý úsek. Další z úseků, který má vysokou pravděpodobnost použití, je úsek U5-U8, stejně jako v případě použití Bellova algoritmu.



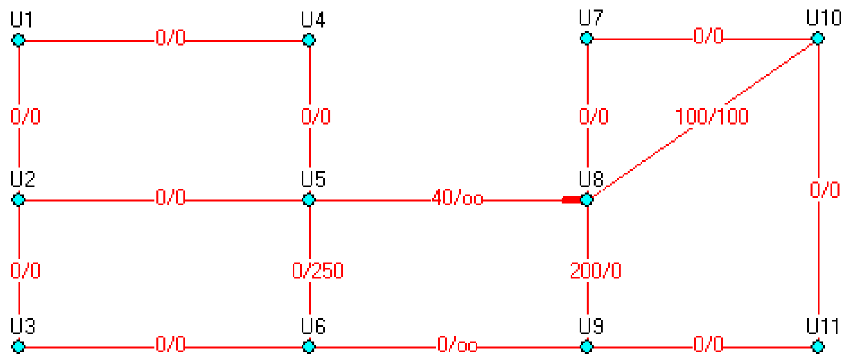
Zdroj: Autor

Obr. 7 – Hodnoty P{*u*, (1, 10) / *r*} pro α = 0,8

Při zvýšení hodnoty α na 0,8 se projevil stejný efekt jako u Bellova algortimu – cestující se soustředí především na nejkratší cesty. Pravděpodobnost použití úseku U2-U3 klesla téměř na nulu, pravděpodobnost pro U5-U6 také výrazně poklesla.

4.3. Jeseniův přístup

Chování cestujících není možné konfigurovat pomocí parametru α, důležitost jednotlivých úseků je ovlivněna rozložením přepravní poptávky v síti. Pro dodržení kontinuity s modelovým příkladem a relativní dosažitelností uzlů U1 a U10 budou do OD matice zařazeny pouze uzly U1 a U10, počet přeprav (velikost přepravního toku) bude v obou směrech roven deseti ($f_{ij} = f_{ji} = 10$).

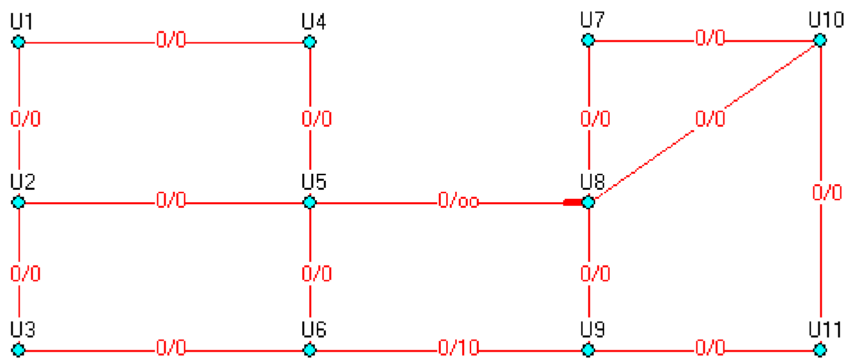


Zdroj: Autor

Obr. 8 – Hodnoty $I^{OD}(u)$ při $f_{1,\,10} = f_{10,\,1} = 10$

Hodnoty $I^{OD}(u)$ vyjadřují celkové navýšení přepravních nákladů při daném rozložení přepravní poptávky a selhání jednotlivých úseků. Při výpadku úseku U5-U8 se zvýší náklady na cestu z U1 do U10 o 4 jednotky, náklady všech cestujících se zvýší o 4*10=40 jednotek, podobně při výpadku úseku U8-U10 o 100 jednotek. Při sledování relativní dosažitelnosti U10 z U1 jsou ve středu pozornosti opět úseky U8-U10 a U5-U8.

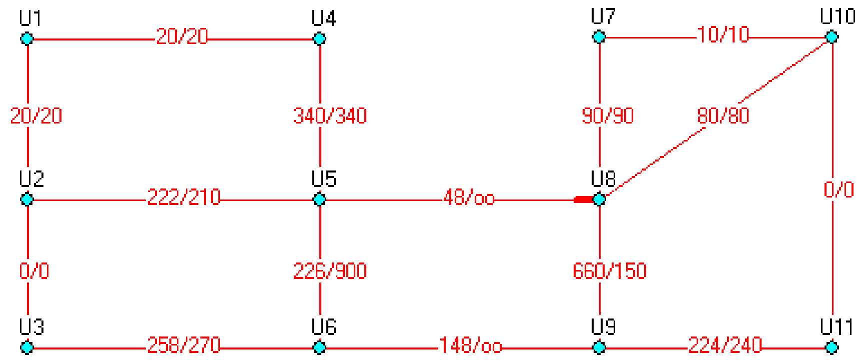
Pro cestu z U10 do U1 se při výpadku úseku U10-U8 zvýší náklady o 100 jednotek, při výpadku U8-U9 od 200 jednotek, při výpadku U6-U5 od 250 jednotek a při výpadku úseku U9-U6 nebude uzel U1 z uzlu U10 dostupný (tomu odpovídá hodnota ∞).



Zdroj: Autor

Obr. 8 – Hodnoty $I^X(u)$

Hodnota I^X pro úsek U9-U6 odpovídá velikosti neuspokojené přepravní poptávky při výpadku tohoto úseku.



Zdroj: Autor

Obr. 10 – Hodnoty $I^{glob}(u)$

Hodnoty $I^{glob}(u)$ jsou obdobným ukazatelem jako $I^{OD}(u)$; jedná se o speciální případ, kdy velikosti všech přeprav v OD matici budou rovny 1.

5. ZÁVĚR

Každý z použitých přístupů má své výhody a své nedostatky, navzájem se vhodně doplňují a jsou použitelné pro odhalování kriticky důležitých míst na dopravní síti zejména v nepříliš hustých dopravních sítích s nedostatkem přijatelných alternativních cest.

Nevýhodou konceptu zranitelnosti je, že neumí pracovat s omezenými kapacitami úseků, což může být problém v případě existence akceptovatelných objízdných tras s nedostatečnou kapacitou. K tomuto účelu je vhodné kombinovat ukazatel zranitelnosti sítě s ukazatelem tzv. kapacitní spolehlivosti (capacity reliability), který je spojen s pravděpodobností, že dopravní síť může vyhovět určité poptávce po dopravě při zachování požadované kvality služeb [1, 8, 9].

Příspěvek vznikl za podpory Institucionálního výzkumu MSM 0021627505 „Teorie dopravních systémů" Univerzity Pardubice.

POUŽITÁ LITERATURA

[1] SLIVONĚ, M. Posuzování spolehlivosti a zranitelnosti dopravních sítí. In 4th International Scientific Conference „Challenges in Transport and Communication", Univerzita Pardubice (2006), ISBN 80-7194-880-2.

[2] D'Este, G. M. D., TAYLOR, M. A. P. Network Vulnerability: An Approach to Reliability Analysis at the Level of National Strategic Transport Networks, In Proceedings of the 1st International Symposium on Transport Network Reliability, Oxford (2003), ISBN 0-08-044109-2.

[3] DIAL, R. B. A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates the need for path enumerationm, Transporatation Research, 5 (1971).

[4] BELL, M.G.H. Alternatives to Dial's logit assignment algorithm. Transportation Research, 29B (1995), ISSN 0191-2615.

[5] VAN VLIET, D. Selected node-pair analysis in Dial's assignment algorithm. Transportation research, 15B (1981), ISSN 0191-2615.

[6] SLIVONĚ, M. Zranitelnost dopravní sítě, identifikace slabých míst na dopravní síti. In Sborník 1. ročníku konference s mezinárodní účastí Dopravní systémy 05' Rozvoj,optimalizace a řízení dopravních systémů, Univerzita Pardubice (2005), ISBN 80-7194-805-5

[7] JESENIUS, E., PETERSEN, T., MATTSSON, L.G. Importance and Exposure in Road Network Vulnerability Analysis. Transportation Research Part A: Policy and Practice (2006).

[8] YANG HAI, LO KA KAN, TANG WILSON H. Travel Time Versus Capacity Reliability of a Road Network. In Reliability of Transport Networks, Research Studies Press Ltd. (2000), ISBN 0-86380-260-5.

[9] MOJŽÍŠ, V., SLIVONĚ, M. Determination of Capacity Reliability of a Road Transport Network. In 4th International Scientific Conference „Challenges in Transport and Communication", Univerzita Pardubice (2006), ISBN 80-7194-880-2.

Recenzent: doc. Ing. Tatina Molková, Ph.D.
Univerzita Pardubice, DFJP, Katedra technologie a řízení dopravy