MATEMATICKÝ MODEL STANOVENÍ PŘEPRAVNÍ TRASY VOZIDEL PRO VÍCE DEP, VÍCE VOZIDEL, VÍCE TYPŮ PŘEPRAVNÍCH POŽADAVKŮ

Markéta Brázdová, Jaroslav Kleprlík [1]

Anotace: Článek uvádí modely stanovení přepravní trasy vozidel pro jediné depo a více vozidel dále pro více dep i více vozidel a především matematický model pro více dep, více vozidel a více typů přepravních požadavků.

Klíčová slova: depo, nákladní doprava, operační výzkum,přepravní trasa.

Summary: The paper shows models for determination of hauling route for one depot and more vehicles, further for more depots and more vehicles or for more depots, more vehicles and more types of requirements.

Key words: depot, goods traffic, operations research, hauls.

1. ÚVOD

Při tvorbě přepravních tras vozidel v silniční nákladní dopravě je úkolem dispečera mimo jiné minimalizovat provozní náklady. Jednou z možných úspor je vhodná organizace přiřazování vozidel k jednotlivým přepravním požadavkům. Při tom lze vycházet z různých možností jedno depo (více dep), jedno vozidlo (více vozidel), jeden druh přepravované věci – požadavku (více druhů požadavků na přepravu). V tomto příspěvku je uveden především matematický model pro více dep, více vozidel, více typů přepravních požadavků.

2. PROBLÉM STANOVENÍ TRASY VOZIDEL

Problém stanovení přepravní trasy představuje tzv. „vícenásobný problém obchodního cestujícího“. Při řešení této úlohy se předpokládá využití více vozidel („obchodních cestujících“). Obchodní cestující mají za úkol navštívit každé z obsluhovaných míst právě jednou, dále předpokládáme, že každé z těchto míst má také určitý přepravní požadavek (kolik jednotek zboží místo potřebuje). K dispozici

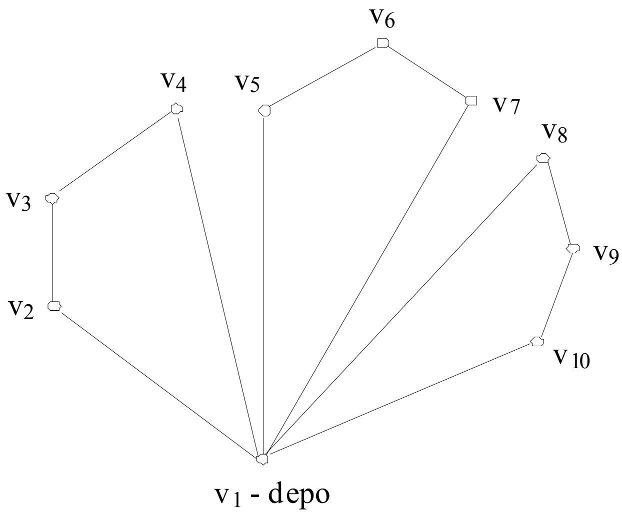
[1] Markéta Brázdová., Ing., Ph.D., Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra informatiky v dopravě, Studentská 95, 532 10 Pardubice, ČR, tel.: +420 603 6519, Marketa.Brazdova@upce.cz

Jaroslav Kleprlík, doc., Ing., Ph.D., Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra technologie a řízení dopravy, Studentská 95, 532 10 Pardubice, ČR, tel.: +420 603 6431, fax: +420 603 6303, Jaroslav.Kleprlik@upce.cz

je A - vozidel vozového parku, která vyjíždějí a vracejí se do stejného depa, počet dep je vyšší než jedno. Každé z vozidel musí na trase navštívit alespoň jeden vrchol, omezení úlohy vyplývají z omezené užitečné hmotnosti (kapacity) vozidel, popř. může být omezujícím faktorem čas přepravy s vazbou na dodací lhůty.

2.1. Stanovení trasy vozidel - jediné depo, více vozidel

V této úloze minimalizujeme celkový jízdní výkon (celkovou ujetou vzdálenost), nebo vzniklé náklady, popřípadě dobu přepravy. Mimo jiné je dána deterministická poptávka v každém vrcholu a kapacita každého vozidla. Cílem je určit takovou přepravní trasu pro každé z vozidel, aby se minimalizovalo kritérium, byla uspokojena poptávka v každém vrcholu a nebyla překročena povolená kapacita vozidel (příklad viz. obrázek 1).

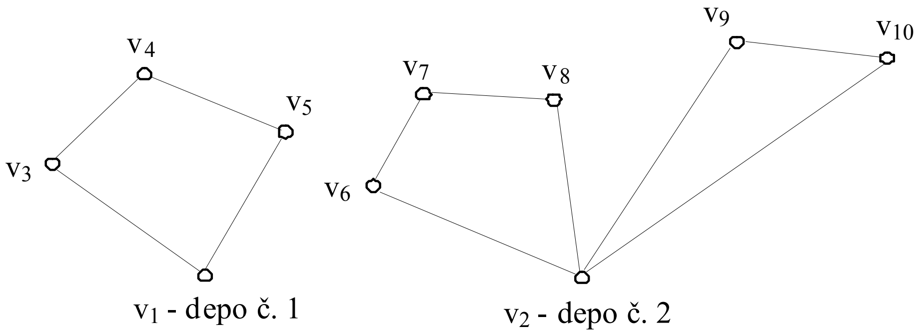


poptávka v každém vrcholu = 1 jednotka
kapacita každého vozidla = 3 jednotky

Obrázek 1: Jedno depo, více vozidel

2.2. Stanovení trasy vozidel - více dep, více vozidel

Jde o téměř stejnou úlohu jako je předešlá úloha v kapitole 2.1, rozdíl je pouze v počtu dep. Máme k dispozici více dep s různým počtem vozidel. Každé vozidlo se musí vrátit do stejného depa, ze kterého bylo vypraveno (viz. obrázek 2).



Obrázek 2: Více dep, více vozidel

2.3. Stanovení trasy vozidel - jediné depo, více vozidel, stochastická poptávka

Úloha je obdobná jako v kapitole 2.1, pouze poptávka v jednotlivých uzlech není přesně známa, ale vychází z pravděpodobnostního rozdělení.

3. MATEMATICKÝ MODEL STANOVENÍ TRASY VOZIDEL - VÍCE DEP, VÍCE VOZIDEL, VÍCE TYPŮ POŽADAVKŮ

Stanovený počet vozidel má navštívit *n* vrcholů dopravní sítě tak, aby celková ujetá vzdálenost (popř. náklady, celkový čas jízdy) všech vozidel byla minimální. Vozidla mohou být garážována v několika různých depech, každé vozidlo se vždy musí vrátit do stejného depa, ze kterého vyjelo. Pro přepravu požadavku typu *k* je třeba použít také vozidlo typu *k*. Kapacita vozidel pro přepravu stejného typu požadavku je stejná. Požadavky v jednotlivých vrcholech jsou uspokojeny pouze jedním vozidlem a každý vrchol s požadavkem *k* je vozidlem typu k navštíven právě jednou.

Použité označení:

n	počet obsluhovaných vrcholů
p	počet různých typů požadavků
M	počet dep různých typů
M_k	počet dep typu *k*
A	celkový počet vozidel
a^k	počet vozidel typu *k*
K_v^k	kapacita vozidla v pro přepravu požadavku *k*
T_v^k	maximální čas povolený pro trasu vozidla v typu *k*
d_i^k	velikost požadavku typu k ve vrcholu *i*
t_i^{vk}	čas potřebný pro vozidlo v typu *k* na naložení nebo vyložení ve vrcholu *i*
t_{ij}^{vk}	čas jízdy vozidla v typu k z vrcholu *i* do vrcholu *j* ($t_{ii}^{vk} = \infty$)
c_{ij}	náklady na cestu z vrcholu *i* do vrcholu *j*

Položíme $x_{ij}^{vk} = 1$, je-li na trase z vrcholu *i* do vrcholu *j* při obsluze požadavku *k* vozidlo jinak v $x_{ij}^{vk} = 0$.

Depa označíme jako vrcholy s indexy *1,..., M*. Obsluhované vrcholy tedy budou mít indexy *M+1,..., n+M.*

Minimalizujeme funkce: $\sum_{i=1}^{n+M}\sum_{j=1}^{n+M}\sum_{v=1}^{a^k} c_{ij}x_{ij}^{vk} \to \min$ pro k = 1, ..., p

$a^k \to \min$ pro k = 1, ..., p

Omezující podmínky:

$$\sum_{i=M+1}^{n+M} \sum_{v=1}^{a^k} x_{ij}^{vk} = 1$$

pro $j = M+1, ..., n+M$

pro $k = 1, ..., p$

do každého obsluhovaného vrcholu vjede právě jedno vozidlo:

$$\sum_{j=M+1}^{n+M} \sum_{v=1}^{a^k} x_{ij}^{vk} = 1$$

pro $i = M+1, ..., n+M$

pro $k = 1, ..., p$

z každého obsluhovaného vrcholu vyjede právě jedno vozidlo:

$$\sum_{i=1+M}^{n+M} x_{il}^{vk} - \sum_{j=1+M}^{n+M} x_{lj}^{vk} = 0$$

pro $v = 1, ..., a^k$

pro $l = 1+M, ..., n+M$

pro $k = 1, ..., p$

vozidlo musí vyjet z vrcholu, do kterého vjelo:

$$\sum_{i=1+M}^{n+M} d_i^k \left(\sum_{j=1+M}^{n+M} x_{ij}^{vk} \right) \le K_v^k$$

pro $v = 1, ..., a^k$

pro $k = 1, ..., p$

podmínka pro kapacity vozidel:

$$\sum_{i=1}^{n+M} t_i^{vk} \sum_{j=1}^{n+M} x_{ij}^{vk} + \sum_{i=1}^{n+M} \sum_{j=1}^{n+M} t_{ij}^{vk} x_{ij}^{vk} \le T_v^k$$

pro $v = 1, ..., a^k$

pro $k = 1, ..., p$

podmínka pro celkový čas:

$$\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=M+1}^{n+M} x_{ij}^{vk} \le 1$$

pro $v = 1, ..., a^k$

pro $k = 1, ..., p$

z depa i do vrcholu j jede vozidlo v typu k max. jednou:

$$\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=M+1}^{n+M} x_{ji}^{vk} \le 1$$

pro $v = 1,..., a^k$

pro $k = 1, ..., p$

z vrcholu j do depa i jede vozidlo v typu k max. jednou:

$$\sum_{i \in Q}\sum_{j \notin Q} x_{ij}^{vk} \ge 1$$

pro $v = 1,..., a^k$
pro $k = 1, ..., p$

Q je libovolná podmnožina množiny vrcholů grafu, která obsahuje všechna depa. Z množiny Q musí existovat cesta do množiny $\overline{Q}$.

4. ZÁVĚR

Snahou dopravce je minimalizovat provozní náklady. Jednou z možných úspor je vhodná organizace přiřazování vozidel k přepravním požadavkům a tvorba přepravních tras.Uvedený matematický model v příspěvku je zaměřen na úlohu, kdy budou do dep sváženy (popř. z dep rozváženy) požadavky různých druhů. Praktickým problémem, na který je možné model aplikovat, je např. rozvoz výrobků od výrobců do skladů, nebo ze skladů do prodejen. Popsaný model lze využít i v jiných částech logistických řetězců, kde rozvážíme (svážíme) různé typy výrobků z jednoho nebo několika různých dep.

POUŽITÁ LITERATURA

[1] Dudorkin, J.: *Systémové inženýrství a rozhodování.* ČVUT, Praha 1995

[2] Brázdová, M. *Využití optimalizačních metod k řešení svozných a rozvozných úloh*, doktorská práce, DF JP, Pardubice 1998

[3] Volek, J. *Operační výzkum I,*Univerzita Pardubice 2002*,* ISBN 80-7194-410-6.

[4] Tuzar, A., Maxa, P., Svoboda, V.: *Teorie dopravy.* ČVUT, Praha 1997

Příspěvek vznikl za podpory Institucionálního výzkumu MSM 0021627505 „Teorie dopravních systémů“ Univerzity Pardubice.

Recenzent: doc. Ing. Václav Cempírek, Ph.D.
Univerzita Pardubice