

METODIKA PŘEVODU SÍTOVÉHO GRAFU NA PETRIHO SÍŤ

Viktor Patras¹

Abstrakt: V příspěvku je formulován převod hranově i vrcholově orientovaných síťových grafů, nebo i jen zadané tabulky činností na Petriho síť. Přičemž je použita technika, kdy elementární činnost je v Petriho síti reprezentována přechodem. Jedná se o alternativní přístup k používanému způsobu reprezentace pomocí místa (jež je pro úplnost také zmíněn). Pro rutinní použití je uvedena jednoduchá metodika, kde činnost síťového grafu je v Petriho síti reprezentována pomocí strukturního prvku PAT (Place–Arc–Transition – místo–hrana–přechod). Tato metodika je použitelná pro oba typy síťových grafů i tabulku činností, pro časované (zpoždění na přechodech) i nečasované Petriho sítě, a je ilustrována na příkladě.

Klíčová slova: síťový graf, Petriho síť

Abstract: In this paper is enunciated method for transformation of flowchart to a Petri net. In this case there was used technique of representation of elementary activity by transition in Petri net. It's alternative method to representation of elementary activity by place in Petri net (which is mentioned too). For routine operations is proposed simply method for transformation elementary activity of flowchart to a structural component PAT (Place–Arc–Transition) of Petri net. This simply method is applicable to arc oriented or node oriented flowcharts, or only to table of activities. This simply method can be used for modelling of classic flowchart with time delay activities (time delay on transitions of Petri net) or for modelling only graph of dependences, without time delay. The method is illustrated on example.

Keywords: flowchart, Petri nets

1 Úvod

Při studiu Petriho sítí jsem několikrát narazil na případ, kdy popisovaná problematika již byla formulována pomocí síťového grafu a tento graf bylo třeba převést na Petriho síť. Pro klasického technologa, jež ovládá problematiku síťových grafů, je to také obvykle první typ úlohy, na které se může seznamovat s Petriho sítěmi a osvojovat si jejich syntaxi. Před postupem ve studiu dalších modelovacích schopností Petriho sítí, jež významně rozšiřují možnosti síťových grafů, je vhodné dobře zvládnout nejprve tento úkol.

Proto bych se rád v tomto článku zaměřil na technickou stránku převodu síťového grafu (dále jen SG) na Petriho síť (dále jen PS) a poukázal na jistou souvislost mezi SG a PS. Předpokládám u čtenáře dobrou znalost problematiky síťových grafů a také základní obeznámení s formalismem Petriho sítí (jež je možné získat např. v [1], [2]). Vzhledem k tomu, že síťový graf obsahuje čas, tak i zde je primárně uvažována časovaná Petriho síť.

Pro upřesnění je třeba dodat, že pro práci s Petriho sítěmi je na DFJP používán *CPN Tools* z dílny CPN Group, University of Aarhus, Dánsko, což je počítačový nástroj pro barvené Petriho sítě.

¹Ing. Viktor Patras, Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra informatiky v dopravě, Studentská 95, 532 10 Pardubice, tel.: 466 036 123, fax: 466 036 094, e-mail: viktor.patras@upce.cz

2 Převod SG na PS

Převod je ilustrován na příkladě jednoduchého, hranově orientovaného síťového grafu, jež je uveden v [3] na straně 77. Jedná se o nevelký, avšak pro názornost dostatečně komplikovaný síťový graf s deterministickým vyjádřením doby trvání jednotlivých činností. To znamená, že i po převodu na PS budou doby trvání jednotlivých činností v tomto případě deterministické. Pro úplnost je třeba poznamenat, že Petriho sítě umožňují také práci se stochastickým vyjádřením dob trvání jednotlivých činností.

2.1 Hranově orientované SG

Z historických důvodů je, zejména pro popis dopravních procesů, více používáno hranově orientovaných síťových grafů (viz např. [4]). Jak uvádí [3], jejich výhoda spočívá v tom, že

1. pro výpočet doby trvání celého projektu, resp. jednotlivých nejdříve možných dob začátků činností, je možné použít klasické metody pro výpočet nejdelší cesty v orientovaném grafu;
2. je z hlediska počtu použitých komponentů grafu úspornější.

Nevýhodou hranově orientovaných SG je pak jejich složitější konstrukce. Obvykle je totiž libovolná technologie definována tabulkou (nebo též verbálním popisem), jež vyjadřuje návaznosti jednotlivých elementárních činností. Sestrojit hranově orientovaný, pokud možno rovinný, síťový graf zadaný tabulkou pak nebývá triviální záležitostí a velmi často je třeba použít fiktivní hrany pro zabezpečení závislostí a synchronizace jednotlivých elementárních činností. Uvedme příklad takové tabulky (viz tabulka 1), jež pro každou elementární činnost definuje dobu trvání a navazující činnosti (přičemž je možný též obrácený přístup – u každé činnosti definovat činnosti předcházející).

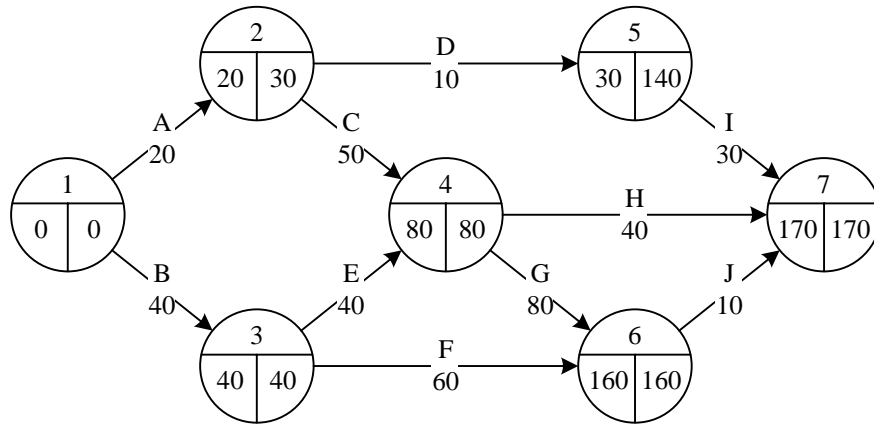
Tabulka 1: definice ilustrační technologie

činnost	doba trvání	navazující činnosti
A	20	C, D
B	40	E, F
C	50	G, H
D	10	I
E	40	G, H
F	60	J
G	80	J
H	40	–
I	30	–
J	10	–

Původní hranově orientovaný síťový graf, převzatý z [3], je na obrázku 1. V tomto případě neobsahuje žádnou fiktivní hranu.

2.2 Vrcholově orientované SG

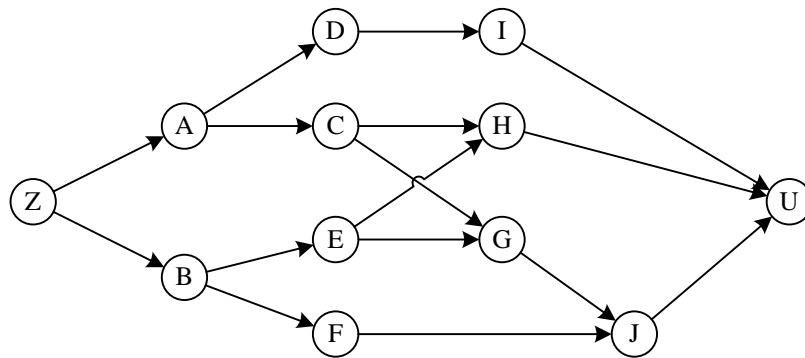
V poslední době se stále častěji pro popis technologií používají vrcholově orientované síťové grafy. Výhodou tohoto přístupu je intuitivní zachycení závislostí a synchronizace elementár-



Obrázek 1: hranově orientovaný síťový graf

ních činností pomocí množiny neohodnocených hran jednoho typu (nejsou potřeba fiktivní hrany). Nevýhodou tohoto přístupu je větší počet komponent grafu.

Ilustrační síťový graf, převedený na vrcholově orientovaný, je na obrázku 2.



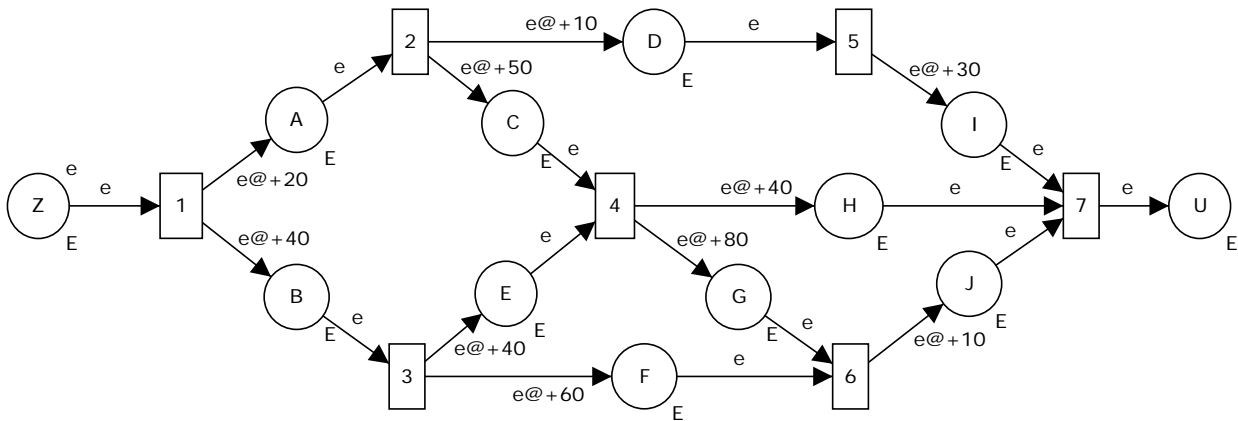
Obrázek 2: vrcholově orientovaný síťový graf

2.3 Elementární činnost SG reprezentovaná v PS místem

V literatuře [5] je uveden způsob reprezentace elementární činnosti SG v PS – pomocí *místa*. Jedná se o způsob, který je obvykle používán v komunitě uživatelů Petriho sítí.

V případě hranově orientovaného SG je vrchol SG reprezentován v příslušné PS přechodem a hrana (činnost) SG je reprezentována posloupností hrana–místo–hrana, přičemž doba trvání činnosti je vyjádřena jako časové zpoždění na vstupní hraně daného místa (např. @ + 20, kde znak @ vyjadřuje aktuální čas). Výsledek převodu, včetně ilustrativního zachování stejného označení prvků SG i PS, je na obrázku 3.

V případě vrcholově orientovaného SG je vrchol (činnost) SG reprezentován v příslušné PS místem a hrana SG je reprezentována posloupností hrana–přechod–hrana, přičemž výstup/vstup více hran z/do vrcholu SG je v PS realizován jako výstup/vstup více hran z/do následujícího/předcházejícího přechodu. Dané místo s následujícím přechodem, resp. předcházející přechod s daným místem je pak spojen pouze jednou hranou. Doba trvání činnosti je opět vyjádřena jako časové zpoždění na vstupní hraně místa, jež tuto činnost reprezentuje (viz obrázek 3).



Obrázek 3: Petriho síť – elementární činnost SG reprezentovaná v PS místem

2.4 Elementární činnost SG reprezentovaná v PS přechodem

Vyjdeme-li však z definice Petriho sítě v [1], tak změny stavu systému – *události* – jsou vyjádřeny pomocí *přechodů*. Analogicky tedy elementární činnost by měla být v Petriho síti reprezentována přechodem, přičemž tento vyjadřuje obě události – začátek i konec elementární činnosti. Případná značení v místech před a za přechodem vyjadřují stav vykonání modelované elementární činnosti, v případě časované PS včetně informace o čase (více viz kapitola 2.7). Je třeba poznamenat, že zejména v případě nečasovaných PS tento přístup nezachycuje stavy systému po dobu trvání (vykonávání) elementárních činností.

Na základě této úvahy se tak v literatuře objevuje alternativní způsob převodu SG na PS (např. v [6]). Pokusíme se dále poukázat na jeho přednosti, resp. pro jeho rutinní použití je nejprve uvedena velmi jednoduchá metodika.

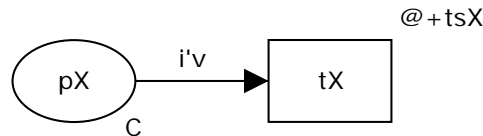
2.5 Metodika převodu SG na PS

Odhlédneme-li od rozdílů mezi hranově a vrcholově orientovanými SG a pohlédneme-li na chvíli na převod síťového grafu na Petriho síť čistě z hlediska konstrukce grafu Petriho sítě, můžeme zavést následující úvahu (zjednodušený algoritmus):

1. každou elementární činnost X modelujeme v Petriho síti pomocí strukturálního prvku *místo–hrana–přechod* (*Place–Arc–Transition*, dále jen PAT) – viz obrázek 4;
2. dobu trvání elementární činnosti zapíšeme jako časové zdržení ts_X přechodu t_X ;
3. spojíme orientovanými hranami jednotlivé prvky PAT podle definice grafu Petriho sítě (tj. přechod s místem následujícího prvku PAT [činnosti], resp. místy následujících prvků PAT [činností]), přičemž hranové výrazy těchto hran sestávají pouze z jedné hranové konstanty;
4. do hranových výrazů i/v hrany každého prvku PAT zapíšeme i jako „počet hranových konstant v “, jež je roven počtu vstupních hran místa p_X ;
5. jeden zdroj a jedno ústí realizujeme opět jako prvek PAT (činnost) s nulovým trváním, přičemž za ústím bude následovat ještě jedno terminální místo;
6. v místě zdroje zavedeme inicializační značení obsahující jednu značku.

Zavedení jednoho zdroje a jednoho ústí je analogické konstrukci síťového grafu. Inicializační značení Petriho sítě odpovídá umístění jedné značky v místě zdroje Z , koncové značení odpovídá dosažení místa ústí U .

Vzhledem k použití barvených PS je třeba doplnit, že funkce C označuje jedinou množinu barev jež se mohou vyskytovat ve všech místech p_X v celé síti. Taktéž hranová konstanta v vyjadřuje jediný prvek této množiny barev a tvoří hranové výrazy všech hran celé sítě.

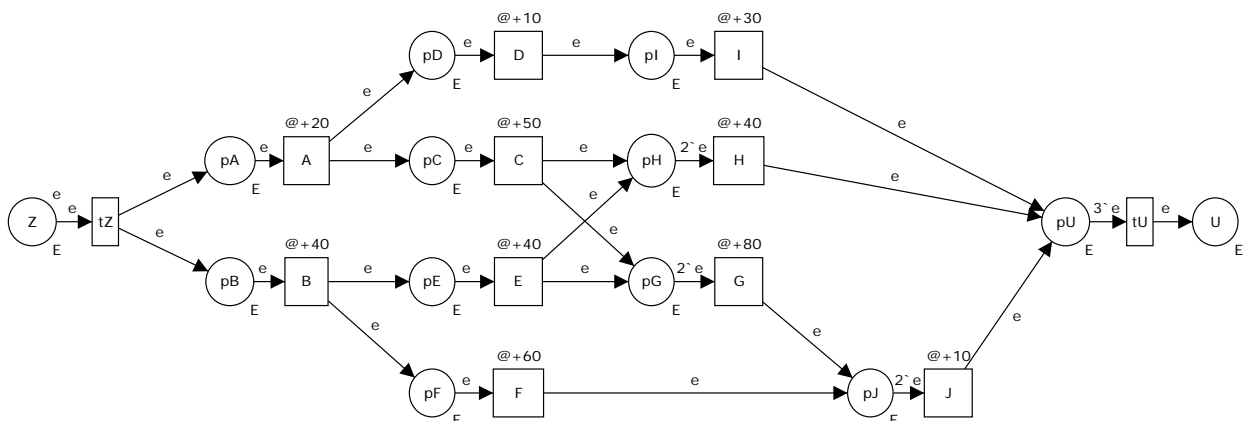


Obrázek 4: strukturální prvek PAT vyjadřující elementární činnost

2.6 Srovnání výsledné PS s původními SG

Konstrukce grafu Petriho sítě podle výše zmíněné metodiky je možná pro jakýkoliv síťový graf, resp. pro jakékoliv zadání technologie pomocí tabulky. Popsaný technický princip má tu výhodu, že není nutné při konstrukci Petriho sítě v libovolném softwarovém nástroji složitě přemýšlet o analogii Petriho sítě a hranově orientovaného, či vrcholově orientovaného síťového grafu, tj. jaké komponenty PS budou odpovídat jednotlivým komponentům jednoho, nebo druhého typu SG, jak realizovat fiktivní hrany atp. Dalo by se říci, že z hlediska náročnosti konstrukce grafu Petriho sítě je tento princip analogický konstrukci vrcholově orientovaných síťových grafů (pouhé spojování jednotlivých elementárních činností hranami).

Na obrázku 5 je znázorněna výsledná Petriho síť, jež vznikla převodem SG podle výše uvedené metodiky. V souladu s přístupem popsáním v kapitole 2.4 jsou jako jednotlivé elementární činnosti (jejich písmeny) označeny vždy přechody daného prvku PAT. V případě zdroje a ústí je označení provedeno tak, aby prvním místem grafu sítě bylo místo s označením Z a poslední terminální místo s označením U (v zájmu analogie se síťovými grafy). Ostatní „pomocná“ místa a přechody prvku PAT jsou označena vždy stejným písmenem činnosti, avšak obsahují navíc, pro rozlišení, pomocná písmena p (place – místo), nebo t (transition – přechod). Tedy např. u činnosti A je v rámci daného prvku PAT označení přechodu A a označení pomocného místa pA .



Obrázek 5: Petriho síť – elementární činnost SG reprezentovaná v PS přechodem

Pro upřesnění je třeba dodat, že vzhledem k použití syntaxe barvených Petriho sítí byla zavedena časovaná množina barev E výčtového typu, jež obsahuje barvu e

```
colset E = with e timed;
```

Funkce barev přiřazuje všem místům typ E , což znamená, že všechna místa mohou obsahovat pouze značky typu E (tj. e). Hranové výrazy všech hran sestávají z jedné, či více instancí konstanty typu E (např. e , či $2'e$).

2.7 Sledování času během evoluce Petriho sítě

Jak již bylo naznačeno, uvažujeme-li přechod jako reprezentaci dané elementární činnosti (viz obrázek 5), pak značení v místě před proveditelným přechodem (např. pA) signalizuje, že daná činnost (např. A) se může vykonat a maximální časové razítko ze všech značek tohoto místa udává *dobu nejdříve možného začátku vykonání činnosti* (např. A). Značení v místě za právě provedeným přechodem (např. pD , či pC) pak signalizuje, že daná činnost byla vykonána, případně je vykonávána. Časové razítko značky „odpovídající právě provedenému přechodu“ totiž udává čas ukončení dané činnosti (např. A). V případě, kdy systémový čas je roven hodnotě zmiňovaného časového razítka to znamená, že „vykonávání činnosti“ (např. A) již bylo ukončeno. V případě, kdy systémový čas je menší než hodnota zmiňovaného časového razítka to znamená, že „vykonávání dané činnosti“ ještě probíhá. Po dosažení místa U pak odečtením časového razítka značky tohoto místa dostáváme *dobu trvání projektu*.

Zde je třeba poznamenat, že určení *doby nejpозději možného začátku vykonání činnosti*, či určení *kritické cesty* nelze během evoluce Petriho sítě přímo „odečíst“ z časových razítek jednotlivých značek. Jejich konstrukce vyžaduje zpětný algoritmus, totožný jako v případě síťových grafů. Vzhledem k tomu, že Petriho sítě nejsou primárně určeny pro síťovou analýzu, tak také jejich softwarové nástroje standardně neobsahují odpovídající algoritmy.

3 Závěr

V tomto příspěvku byla uvedena jednoduchá metodika převodu síťového grafu na Petriho síť, která ukazuje, že nezáleží na tom, zda převádíme hranově, či vrcholově orientovaný síťový graf, nebo dokonce pouze tabulku elementárních činností. Analogicky sestavě vrcholově orientovaného SG je v Petriho síti každá elementární činnost vyjádřena strukturálním prvkem PAT a tyto jsou pak jednoduše vzájemně spojeny hranami.

Uvedená metodika byla předvedena na prostém převodu klasického síťového grafu na Petriho síť bez zavádění dalších prvků, jež modelování pomocí Petriho sítí umožňuje. Jak již bylo uvedeno, tento příspěvek pojednává pouze o tomto „prvním kroku“. Dalšími kroky by pak bylo zavedení sledování práce s obslužnými zdroji a využití přirozených modelovacích možností Petriho sítí, jako je používání cyklů, či podmínkové větvení.

Tento příspěvek vznikl za podpory výzkumného záměru MSM 0021627505 Teorie dopravních systémů.

Soupis bibliografických citací

- [1] ČEŠKA, M. *Petriho síť*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 1994. 94 s. ISBN 80-85867-35-4.
- [2] JENSEN, K. *Coloured Petri Nets: Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use: Volume 1*. 2. ed., 2. corr. printing. Heidelberg: Springer-Verlag, 1997. 234 p. ISBN 3-540-60943-1.
- [3] PALÚCH, S. *Skripta z teorie grafů* [online]. Žilina: Žilinská univerzita, 2001 [cit. 15. února 2007]. Dostupné na Internetu: <<http://frcatel.fri.utc.sk/users/paluch>>.
- [4] SADLOŇ, Ľ., ŠOTEK, K. Sieťové grafy v simulácii. *Horizonty dopravy*, 1991, č. 1, s. 32–35.
- [5] ŽARNAY, M., SADLOŇ, Ľ. Prevod sieťového grafu technologického postupu spracovania vlaku na Petriho sieť. *Horizonty dopravy*, 2006, č. 1, s. 19–25. ISSN 1210-0978.
- [6] KAVIČKA, A., KLIMA, V., ADAMKO, N. *Agentovo orientovaná simulácia dopravných uzlov*. Žilina: EDIS – vydavateľstvo Žilinskej univerzity, 2005. 206 s. ISBN 80-8070-477-5.

Recenzent: Ing. Michal Žarnay, PhD.

Žilinská univerzita v Žilíně, FRI, Katedra dopravných sietí