

# RIEŠENIE PROBLÉMOV PRI DISTRIBÚCIÍ PREPRAVNÝCH VZŤAHOV V MODELOVANÍ DOPRAVNEJ OBSLUŽNOSTI

Marián Gogola<sup>1</sup>

---

---

## 1. ÚVOD

Riešenie problémov vyplývajúcich z uspokojovania prepravných nárokov pomocou prepravnej ponuky vo verejnej osobnej hromadnej doprave sa stáva aktuálne pre svoje špecifiká v kontexte dopravnej obslužnosti, ktoré sú v súčasnosti predmetom debát a polemík medzi dopravcami a objednávateľmi( v tomto prípade vyššie samosprávne orgány). Niekde v úzadí môžeme potom nájsť cestujúceho, teda zákazníka, ktorý by mal byť práve vždy v popredí. Preto sa tento príspevok zaoberá riešením problémov pri distribúcií prepravných vzťahov v modelovaní dopravnej obslužnosti, ktoré majú dosah na odhad budúcich prepravných vzťahov. V súčasnosti sú určité východiská odhadu budúceho stavu mobility načrtnuté v kontexte *Koncepcie osobnej autobusovej a železničnej dopravy, s dôrazom na systémové riešenie financovania výkonov vo verejnom záujme v roku 2005 a v rokoch nasledujúcich*, ktorá bola schválená 10.mája 2005 vládou Slovenskej republiky.[1] Okrem toho existujú výskumné úlohy na úrovni samosprávnych orgánov a výskumných inštitúcií zaoberajúcich sa navrhnutím ekonomického modelu mobility.[2] Tie sa pokúšajú nájsť spôsoby a metodiky ako objektívne vyriešiť otázku budúceho vývoja mobility, resp. prepravných nárokov. Príspevok je rozdelený do častí, v ktorých sú tematicky popísané rôzne distribučné modely a metódy používajúce sa pri distribúcii prepravných vzťahov, pričom sú spomenuté ich výhody a nevýhody.

## 2. MODELOVANIE DISTRIBÚCIE PREPRAVNÝCH VZŤAHOV

Distribúcia prepravných vzťahov predstavuje druhý krok v procese modelovania v klasickej hierarchii dopravného modelu. Pri modelovaní prepravných vzťahov dopravnej obslužnosti je nutné stanoviť v danom území smery mobility obyvateľstva s dochádzkovými centrami v regióne na základe dopravno – sociologického prieskumu. Dochádzkové centrá predstavujú sídelné útvary (mestá, obce), ktoré poskytujú obyvateľom hlavne príležitosť k zamestnaniu, vzdelávaniu, ale taktiež k oddychu, sociálnemu a kultúrnemu vyžitiu. To znamená, že sa zohľadňujú základné charakteristiky obcí a na základe nich sa urobí analýza tých príležitostí, ktoré obec poskytuje alebo nie. Ak ich neposkytuje, je samozrejmé, že občania sú nútení

---

<sup>1</sup> Ing. Marián Gogola, Žilinská univerzita, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Katedra cestnej a mestskej dopravy, Univerzitná 1, 01026 Žilina , E-mail: [marian.gogola@fpedas.utc.sk](mailto:marian.gogola@fpedas.utc.sk)

cestovať do takých obcí a miest, ktoré tieto príležitosti poskytujú. Vzťahy a zákonitosti medzi daným územím a prepravnými vzťahmi popisuje celý rad metód a modelov. Nasledujúca časť popisuje tie, ktoré sa používali a používajú pri distribuovaní a odhade budúcich prepravných vzťahov a objemov dopravy.

**Fratarova metóda** patrí spolu s Detroitskou metódou[3] medzi staršie analogické metódy, kde sa výhľadový stav prepravných vzťahov určuje pomocou iterácií. Musí byť, ale známy súčasný stav dopravných vzťahov a výhľadový zdroj a cieľ ciest každej dopravnej oblasti.[4]. Jej výhodou je nenáročnosť na vstupné údaje. Jej nevýhodou je to, že sa nemôžu vypočítať, resp. odhadovať oblasti, ktoré v súčasnosti neexistujú (napr. budúce sídliská, štvrte a pod.), pretože majú v súčasnosti nulové objemy dopravy. Preto sa hľadali metódy, ktoré by dokázali odhadovať aj takéto oblasti. Medzi v súčasnosti najpoužívanejšie patrí **gravitačná metóda**[3-5,8], daná vzťahom (1):

$$D_{ij} = K * D_i * D_j * [f * (d_{ij})]^{-1}. \quad (1)$$

kde  $D_{ij}$  je objem dopravy medzi zdrojom  $i$  a cieľom  $j$ ,  $D_i$  zdrojový objem dopravy,  $D_j$  príťažlivosť cieľového okrsku vyjadrovaná počtom obyvateľov, pracovných príležitostí, počtom študijných miest a pod.,  $f(d_{ij})$  je odporová funkcia vzájomnej polohy oblastí  $i$  a  $j$ . Táto distribučná funkcia je normálová klesajúca funkcia. Platí, že čím väčší odpor je na danej ceste (reprezentovaný časom, vzdialenosťou, nákladmi), menej ľudí bude chcieť cestovať. To však nemusí vždy platiť vo verejnej hromadnej doprave a u osôb, ktoré nemajú k dispozícii žiaden iný dopravný prostriedok na cestovanie.

Práve preto formulácia odporovej funkcie a počet príležitosti (atraktívnosti) bývajú najčastejším zdrojom úvah a polemík, pretože jednotlivé dopravné modely uvádzajú rôzne formulácie gravitačného modelu a odporovej funkcie. Ako príklad možno uviesť na porovnanie niekoľko alternatív gravitačného modelu. Prvým príkladom je holandská verzia gravitačnej metódy v modeli OMNITRANS aplikovaná v *Simultánnom gravitačnom modeli podľa druhu dopravného prostriedku a užívateľských skupín*. [6] Tento model na základe dát ponúka informácie o vlastníctve individuálneho automobilového prostriedku, a ďalej ponúka možnosť rozšíriť model a matice Zdrojov-Cieľov o dopravný prostriedok a užívateľské skupiny, vid' rovnice (2,3,4), povedané v reči modelu o skupinu vlastníacu individuálny dopravný prostriedok alebo podľa účelu cesty. Toto rozdelenie závisí od definovania účelu ciest a užívateľských skupín. Tento simultánný model bol rozšírený na odhad viacerých dopravných prostriedkov a skupín v rovnakom čase a je založený na kombinovanej produkcii a atrakcii všetkých dopravných prostriedkov a matíc určujúcich každý dopravný prostriedok individuálne. Ak je klasifikácia robená na základe atrakcií, potom model používa nasledovnú formuláciu:

$$T_{ijvg} = \rho * Q_i * X_j * F(z_{ijvg}) \quad (2)$$

$$\sum_g \sum_v \sum_i T_{ijvg} = A_j \quad (3)$$

$$\sum_v \sum_j T_{ijvg} = V_{ig} \quad (4)$$

,  $\kappa \delta \varepsilon \rho$  je škálovací faktor,  $D$  - objem dopravy medzi zónami  $i$  a  $j$  dopravným prostriedkom  $v$  a užívateľskou skupinou  $g$ ,  $A$  - počet atrakcií v zóne  $j$ ,  $V$  je objem dopravy zo zdroja  $i$  pre skupinu  $g$ ,  $Q$  — vyrovnávací faktor pre riadky a  $X$  - vyrovnávací faktor pre stĺpce,  $F(z)$  - distribučná funkcia, opisujúca rozšírenie o obyvateľov, ktorí chcú vykonať cestu s čiastočným odporom  $z$  a je špecifická pre každý dopravný prostriedok, resp. užívateľskú skupinu. Typ distribučnej funkcie ( $F$ ) má rôzne tvary, vzhľadom k druhu dopravného prostriedku. Niektoré z nich sú: log-normálový typ vyjadrený v tvare:

$$F_v(z_{ijv}) = \alpha_v * \exp(\beta_v * \ln^2(z_{ijv} + 1)) \quad (5)$$

top log-normálový typ vyjadrený v tvare:

$$F_v(z_{ijv}) = \alpha_v * \exp(\beta_v * \ln^2(\frac{z_{ijv}}{\sigma})) \quad (6)$$

exponenciálny typ vyjadrený v tvare:

$$F_v(z_{ijv}) = \alpha_v * \exp(\beta_v * z_{ijv}) \quad (7)$$

V uvedených príkladoch distribučných funkcií:

$F_v$  je distribučná funkcia pre dopravný prostriedok  $v$ ,  $z_{ijv}$  je odpor medzi zónami  $i$ - $j$  pre dopravný prostriedok  $v$ ,  $\alpha$   $\beta$   $\gamma$  sú parametre a  $Z$  = odporová funkcia nákladov medzi zónami  $i$  a  $j$  pre dopravný prostriedok  $v$

Druhou variáciou gravitačného modelu je nemecká formulácia VISEM[7] modelu

$$D_{ij} = O_i * \frac{D_j * f(w_{ij})}{\sum_{k=1}^K (D_k * f(w_{jk}))} \quad (9)$$

kde:

$D_{ij}$  počet ciest z okrsku  $i$  do okrsku  $j$ ;  $O_i$  zdrojové cesty z okrsku  $i$ ;  $D_j$  cieľový potenciál z okrsku  $j$ ;  $K$  počet okrskov;  $\alpha$  parameter,  $w_{ij}$  odporová funkcia medzi okrskom  $i$  a  $j$ ;

$$f(w_{ij}) \text{ odporová funkcia } f(w_{ij}) = e^{\alpha w_{ij}} \quad (10).$$

Ako vidieť charakter výpočtu ovplyvňujú odporové funkcie, ktoré majú zásadný vplyv na odhad budúceho vývoja. Samotný gravitačný model, ale neberie do úvahy voľbu dopravného prostriedku. Túto možnosť zahŕňajú modely zvolenia si daného dopravného prostriedku hromadnej osobnej dopravy, ktoré sa môžu vypočítat pomocou:

**Kirchhoffov model**[7,9], kde do pravdepodobnosti zvolenia si dopravného prostriedku (dopytu po preprave)  $U$  bola konvertovaná odporová funkcia vid' rovnica (11).

$$U_i^a = IMP_i^a^{-\beta} \quad (11), \text{ takže potom } P_i^a = \frac{IMP_i^{a-\beta}}{\sum IMP_i^{a-\beta}} \quad (12)$$

kde  $P$  vyjadruje percentuálny dopyt po doprave, suma predstavuje všetky spoje  $j$  a  $\beta$  slúži ako parameter na opísanie senzitivity odporovej funkcie. V tejto metóde, sú rozhodujúce podiely rôznych odporov. Výhodou je to, že nezáleží, či majú dva spoje odpor 5 alebo 10 minút alebo 50 minút a 100 minút, distribúcia je rovnaká.

**Logit model**. [7,9] V tomto modeli je pravdepodobnosť výberu dopravného prostriedku rovná podielu medzi odpormi. Logit model, vid' rovnica (13) patrí medzi najpoužívanejšie modely výberu dopravného prostriedku, pretože najviac vyjadruje závislosti medzi výberom a odporom.

$$P_i^a = \frac{e^{-\beta * IMP_i^a}}{\sum_i e^{-\beta * IMP_i^a}} \quad (13)$$

Parameter  $\beta$  opisuje vnímavosť cestujúcich k narastajúcemu odporu. Rovnako aj v tomto prípade nezáleží na odporoch.

### **BOX –COX model**[7,9]

Distribučný model je založený na BOX-COXovej transformácii. Tá sa používa na konvertovanie dát do normálovej distribúcie, ktorá umožňuje lepšie určiť danú vlastnosť. [8]

Pre  $\tau \geq 0$ ,

$$b^{(\tau)}(x) = \frac{x^\tau - \tau}{\tau} \text{ if } \tau \neq 0 \quad (14)$$

$\log(x)$  if  $\tau = 0$

kedy výpočet možnosti  $b$  je zahrnutá v modeli namiesto odporu IMP a pod. Percentuálne vyjadrenie dopytu  $P$  spojov  $i$  v požiadavke pre časový interval sa vypočíta nasledovne:

$$P_i^a = \frac{e^{-\beta * b^{(\tau)} * (IMP_i^a)}}{\sum_i e^{-\beta * b^{(\tau)} * (IMP_i^a)}} \quad (15)$$

### Lohseho model[7,9]

V tomto modeli je pravdepodobnosť výberu dopravného prostriedku vzťahovaná na minimálny odpor, vid' rovnica (16):

$$P_i^a = \frac{e^{-\left[\beta \left(\frac{IMP_i^a}{IMP_{*}^a} - 1\right)\right]^2}}{\sum_i e^{-\left[\beta \left(\frac{IMP_i^a}{IMP_{*}^a} - 1\right)\right]^2}} \quad (16)$$

kde  $IMP_{*}^a$ : sa rovná najmenšiemu odporu IMP min a  $b$  je opäť parameter na kontrolu vnímavosti odporu. Pri kalibrácii sa nesmie zabudnúť, že  $\beta$  je druhá mocnina. V tomto prípade je odpor spojov závislý na minimálnom odpore, napr.: ak je nameraný relatívny rozdiel od optimálneho. Napriek tomuto prístupu, Lohse model môže byť použitý ako alternatíva k Kirchhoffovmu a LOGITU. Treba, ale vziať do úvahy, že Lohseho distribučný vzorec sa nemôže považovať za špeciálnu formu Box-Coxovej transformácie.

Pre potreby odhadu počtu obyvateľov cestujúcich HD v obciach (prevažne dlhých a zložito členitých a exponovaných, napr.: vo viacerých údoliach) bola odvodená závislosť medzi samotným faktom existencie zastávky verejnej hromadnej osobnej dopravy a počtom obyvateľov cestujúcich z tejto zastávky a formulovaná v tzv. Modeli LIETAVA. Tento model formuluje pravdepodobnosť výberu danej zastávky (druhu HD) na základe porovnávacieho algoritmu, ktorý je založený na metóde najkratšej trasy a faktorov ovplyvňujúcich čas ( $Tz$ ) z bydliska k zastávke.

### Algoritmus Modelu Lietava

1. iniciovanie cestovania (počet potenciálnych cestujúcich), výber cieľa cestovania a účelu cestovania
2. krok porovnanie hodnôt  $Tz$  najbližších zastávok a faktorov ovplyvňujúcich  $Tz$
3. krok výber  $Tz$  s najmenšou hodnotou =  $Tz_{min}$
4. krok pravdepodobnosť výberu zastávky ( $Pz$ ) s  $Tz_{min}$  sa rovná 1, ( $Pz$  ostatných zastávok sa rovná 0)
5. počet obyvateľov na danej zastávke  $Dzast = Pz * Dn$  (počet obyvateľov spadajúcich k zastávke)

Za podmienky, kde  $Dzast = D$  cest (počet potenciálnych cestujúcich). Každá skupina (ekonomicky aktívny (žiaci, pracujúci, študenti), ekonomicky neaktívny (dôchodcovia, nezamestnaní) sa delí a zaťažuje podľa cieľových destinácií, pričom pravdepodobnosť dopytu a výberu ich dopravného prostriedku vypočítame podľa:

$$P_{cesty} = \frac{\sum_n \frac{e^{-\beta * f(\omega)}}{\sum_i e^{-\beta * f(\omega)}}}{n} \quad (18)$$

kde  $P_{cesty}$  predstavuje percentuálne vyjadrenie dopytu cestujúcich podľa všetkých skupín  $n$  a všetkých prostriedkov HD  $i$ ,  $N$  je celkový počet skupín,  $f(\omega)$  – odporová funkcia, a  $\beta$  je parameter, ktorý odráža senzibilitu jednotlivých skupín na odpor (Imp), pričom platí  $f(\omega) = Imp$ . Zásadný vplyv na použitie variácie odporovej funkcie má definovanie odporu Imp, podľa charakteristiky, ktorú chceme modelovať. Napríklad daný odpor môžu predstavovať jednotlivé ukazovatele alebo ich kombinácie:

varianta 1: Imp = cestovné

varianta 2: Imp = celkový čas cestovania

varianta 3: Imp = vnímaný čas cestovania + cestovné + počet prestupov

Doprava/odpor	cestovné(SKK)	Pcesty	čas(min)	Pcesty
<b>Strečno-bus</b>	14	<b>0,36</b>	19	0,015
<b>Strečno1-bus</b>	14	<b>0,36</b>	17	0,025
<b>Strečno-vlak</b>	18	0,29	12	<b>0,074</b>

Obr. 1: Porovnávací tabuľka výsledných hodnôt  $P_{cesty}$  pri modelovaní rôznych hodnôt odporov a druhov dopravy

Ako vidieť v Obr.1 je rozdiel ak modelujete ako odpor cenu cestovného pri autobusovej a vlakovkej osobnej doprave, kde výsledky pravdepodobnosti výberu vyznievajú lepšie v prospech autobusovej dopravy. Na druhej strane pri odpore vyjadrenom v cestovnom čase, má lepší výsledok pravdepodobnostného výberu železničná doprava.

### 3. ZÁVER

Tento príspevok predstrel niektoré riešenia pri distribuovaní prepravných vzťahov v modelovaní dopravnej obslužnosti. Pričom upozornil na rôzne pohľady a riešenia hlavne, čo sa týka odporovej funkcie, ktorá má zásadný vplyv na výber smerovania prepravných prúdov a dopravného prostriedku. Kvôli problémom spôsobenými nedostatočnou dopravnou obslužnosťou verejnou hromadnou dopravou, ktoré v súčasnosti majú niektoré obce, bola odvodená závislosť medzi výberom danej zastávky a obyvateľmi, ktorí sú potencionálnymi cestujúcimi pre verejnú hromadnú dopravu. Samotné riešenie problémov modelovania dopravnej obslužnosti si vyžaduje komplexný pohľad na danú problematiku( vznik prepravných potrieb, voľba dopravného prostriedku, zaťažovanie dopravnej siete a pod.), pretože tento príspevok popisoval iba určitú časť, a to distribúciu prepravných vzťahov.

#### 4. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Uznesenie vlády SR č.377. "Konceptia osobnej autobusovej a železničnej dopravy s dôrazom na systémové riešenie financovania výkonov vo verejnom záujme v roku 2005 a v rokoch nasledujúcich " 10.5.2005, [www.telecom.gov.sk](http://www.telecom.gov.sk)
- [2] Surovec, P. a kol. *Ekonomický model trvalo udržateľnej mobility v mestskej aglomerácii*. Grant VEGA MŠ SR a SAV č. 1/2623/05, Fakulta PEDAS, ŽU v Žiline, 2005.
- [3] Medelská, V. – Jirava, P. – Pop, D. – Rojan, J. *Dopravné inžinierstvo*, vydavateľstvo Alfa, Bratislava, 1991, ISBN 80-05-00737-X
- [4] Lacek M.: *Městská doprava 2.díl*, Nakladatelství dopravy a spojů (NADAS), 1984 Praha, str.155-156
- [5] Kušnierová, J., Hollarek, J.: *Metódy modelovania a prognózovania prepravného a dopravného procesu*, Vydal Edis, 2000, Žilina, ISBN 80-7100-673-4
- [6] Omnitrans International B.V.: Omnitrans-transport planning software, 2005, Netherlands
- [7] [www.ptv.de](http://www.ptv.de)
- [8] [http://www.isixsigma.com/dictionary/Box\\_Cox\\_Transformation-617.htm](http://www.isixsigma.com/dictionary/Box_Cox_Transformation-617.htm)
- [9] Ortuzar, J.D.D., Willumsen, L.G.: *Modelling Transport*, vydané vydavateľstvom John Wiley & Sons, Ltd, England, ISBN 0-471-861103

#### 5. ANOTACE

Tento príspevok sa zaoberá riešením problémov pri distribúcií prepravných vzťahov v modelovaní dopravnej obslužnosti dopravných systémov. V súčasnosti sa stáva čoraz aktuálnejším trend trvaloudržateľného rozvoja dopravy v urbanizovanom území, čo si vyžaduje kvalitnú analýzu a prognózu socio-ekonomických a demografických faktorov daného územia. Na základe nich sa potom modeluje dané územie s následným riešením prípadných dopravných problémov, pričom sa zohľadňujú územné charakteristiky. Príspevok analyzuje metódy distribúcie prepravných vzťahov, pričom sú detailne popísané matematické formulácie daných postupov s vysvetlením ich výhod a nevýhod. V závere sú navrhnuté nové východiská riešenia spomenutého problému a to pomocou algoritmu Modelu LIETAVA, popisujúceho závislosť medzi výberom danej zastávky a obyvateľmi, ktorí sú potencionálnymi cestujúcimi pre verejnú hromadnú dopravu.

#### 6. ABSTRACT

This contribution describes the solving of problems in the process of distribution the traffic flow in modelling the public transport service. At the present time are more requirements for sustainable development of transport in urban area. This requests the qualitative analysis and prognosis of social-economic and demographic factors in urban area. Based on this, the urban area is modeled with the solution of transport problems. The contribution analyses the methods of distribution the traffic flow with detailed mathematical formulations and explanation of their advantages and disadvantages. Finally the new approaches are described, Algorithm of Model LIETAVA, describing the relationship between the probability of mode stop choice and potential passenger of public transport.