

SPOTŘEBA ENERGIE V ZÁVISLOSTI NA POHYBU VLAKU

Rudolf Mrzena¹, Radovan Soušek²

1. ÚVOD

Dynamika kolejových vozidel vyšetřuje na základě základních fyzikálních zákonů (zákony mechaniky) síly, působící na trakční vozidlo při jednotlivých fázích pohybu vozidla. Pro zjednodušení výpočtů se uvažuje s hmotností vozidla soustředěnou do jednoho bodu – těžiště; těžiště se pohybuje v ose koleje.

2. FÁZE POHYBU VOZIDLA

Rozlišují se 4 základní fáze pohybu vozidla, a to fáze rozjezdu, fáze jízdy silou konstantní rychlostí, fáze výběhu a fáze brzdění. Základní pohybové fáze jízdy znázorňuje časový tachogram uvedený na obr.č.1a.

1. *fáze - rozjezd*. Během rozjezdu překonává vozidlo tažnou silou trakční odpory, traťové odpory a hmotové síly setrvačnosti. Během rozjezdu dochází k postupnému zvyšování rychlosti a tím i pohybové energie, která narůstá s druhou mocninou rychlosti.

2. *fáze - jízda* silou. V této fázi překonává vozidlo pouze trakční odpory.

3. *fáze - jízda* výběhem. Při výběhu se kryje práce potřebná pro překonání trakčních odporů z pohybové energie vozidla, kterou získalo při rozjezdu. Pohybuje-li se vozidlo po spádu, kryjí se vozidlové odpory z polohové energie, která je úměrná spádu a tíze vozidla.

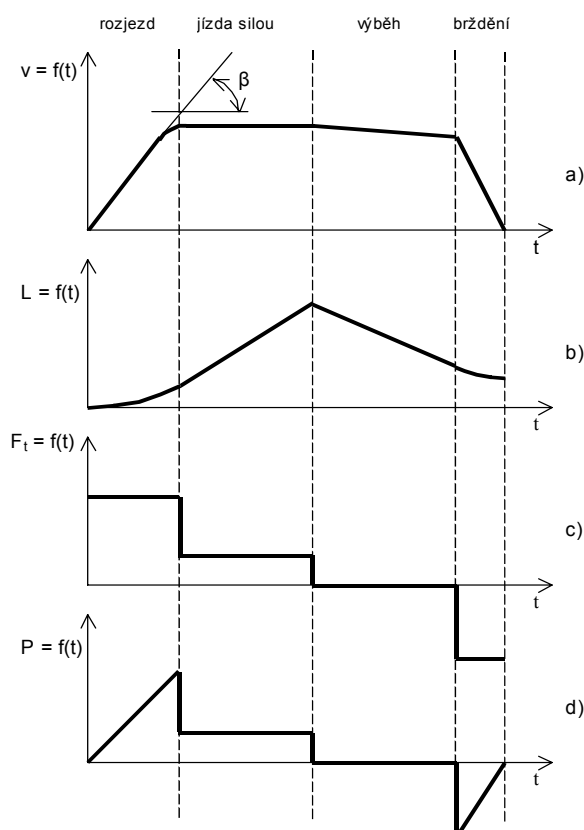
4. *fáze - brzdění*. Ve fázi brzdění se záměrně zvětšují jízdní vozidlové odpory. Brzdění odebírá vozidlu pohybovou energii. Menší část pohybové energie se maří krytím jízdních odporů, a větší (hlavní) část energie se mění na jinou formu energie, např. třením na tepelnou (mechanickými brzdami) nebo se při elektrodynamickém brzdění mění na elektrickou energii, která se při odporovém elektrodynamickém brzdění rovněž mění v teplo, resp. se tato elektrická energie vrací zpět do sítě při elektrodynamickém rekuperačním brzdění, případně je její část využita na vozidle pro dobíjení baterií, pohon kompresoru, vlakové topení apod. (vnitřní rekuperace).

Tyto fáze pohybu se během jízdy střídají v závislosti na jízdním řádu a charakteru pojížděné trati. Během zastavení vlaku jsou nahrazeny klidem.

¹ Ing. Rudolf Mrzena, Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra technologie a řízení dopravy, Studentská 95, Tel. +420466036420, E-mail: rudolf.mrzena@upce.cz

² Ing. Radovan Soušek, PhD., Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra technologie a řízení dopravy, Studentská 95, Tel. +420466036205, E-mail: radovan.sousek@upce.cz

Pro sledování fází pohybu vozidla a pro sledování provozních veličin (rychlost, ujetá dráha, tažná síla, výkon, trakční proud) se používají grafická časová znázornění jako tachogram časový nebo přímkový (závislost rychlosti na čase) a hodogram (závislost ujeté dráhy na čase). Příklady těchto zobrazení jsou na obr. č. 1.



Obr. č. 1 Pohybové fáze jízdy vozidla

3. POHYBOVÁ ROVNICE VLAKU, METODY JEJÍHO ŘEŠENÍ

Odvození pohybové rovnice vychází z Newtonových zákonů. Rovnice se sestavuje, za určitých zjednodušujících předpokladů, pro hmotný bod, kdy se předpokládá hmotnost vozidla soustředěná v jednom bodě – těžišti. Platí obecný vztah:

$$F_t + O_{jv} + O_s + F_u = 0$$

kde: $F_t = f(v)$ - je tažná síla trakčního vozidla,

$O_{jv} = f(v)$ - je celkový jízdní vozidlový odpor,

O_s - je celkový traťový odpor,

F_u - je urychlující, zpomalující síla ($F_u = a \cdot m \cdot \xi$).

Pohybová rovnice může být sestavena také ve tvaru pro jednotkovou hmotnost $1t$, resp. pro jednotkovou tíhu 1 kN , na kterou působí měrné síly $\text{N} \cdot \text{kN}^{-1}$ resp. $\text{N} \cdot \text{t}^{-1}$. Rovnice má potom následující tvar:

Jinou pomůckou představující řešení pohybové rovnice jsou tzv. zátěžové tabulky. Konstruuji se pro každou řadu lokomotiv pro každý typ jízdního odporu soupravy. S konstrukcemi těchto nomogramů je možno se seznámit v předpise ČD V 7 - Trakční výpočty, kde jsou podrobně tyto konstrukce popsány.

Počtení řešení pohybové rovnice

Počtení řešení je založeno na integrování základní pohybové rovnice vlaku rozepsané do tvaru:

$$F_t + w_v \cdot G_v + s \cdot (G_v + G_L) = \frac{dv}{dt} m \xi \quad [\text{N}; \text{N} \cdot \text{kN}^{-1}, \text{kN}, \text{kg}]$$

kde: F_t – je tažná síla,
 w_v – je měrný jízdní odpor vozové soupravy,
 G_v, G_L – je tíha vozové soupravy a lokomotivy,
 ξ – je součinitel rotujících hmot,
 m – je hmotnost vlaku.

tuto rovnici lze upravit na tvar:

$$\frac{F_t + w_v \cdot G_v}{G_v + G_L} + s = \frac{dv}{dt} \cdot 102 \cdot \xi$$

kde člen $\frac{F_t + w_v \cdot G_v}{G_v + G_L}$ je tzv. měrný přebytek tažné síly $[\text{N} \cdot \text{kN}^{-1}]$. Tento přebytek

působí jako měrná zrychlující síla a je nezbytný pro vyšetřování pohybu vlaku. Jelikož každé rychlosti odpovídá určitá tažná síla hnacího vozidla a určitý jízdní odpor soupravy je vždy část tohoto přebytku využita na překonání jízdních a traťových odporů. Přebývá-li tažná síla i po pokrytí jízdních a traťových odporů, způsobí tento přebytek zrychlování. Velikost traťového odporu, který lze přebytkem překonat je dán následujícím vztahem pro měrný přebytek tažné síly:

$$p = \frac{F_t + w_v \cdot G_v}{G_v + G_L} = s \quad [\text{N} \cdot \text{kN}^{-1} = \text{‰}]$$

Grafický záznam této rovnice zobrazuje závislost stoupání, na kterém vlak pojede rovnoměrnou rychlostí, na rychlosti a také je závislostí měrné zrychlující síly na rychlosti. Nazývá se s/V diagram a je důležitým podkladem pro výpočet jízdních dob. Člen „s“ je velikost měrného traťového odporu a nazývá se redukovaný profil trati.

Vlastní počtení metody řešení pohybové rovnice vlaku lze rozdělit na statické (již se nepoužívají) a dynamické podle toho, zda počítají s nerovnoměrným pohybem vlaku a spojitou změnou rychlosti. Nejznámější jsou následující metody: Metoda ČSD, Integrační metoda a Metoda s/V^2 . V současné době se pro výpočet jízdních dob používá výpočetní technika. Příkladem je program používaný na ČD pod označením SENA, jehož součástí je podprogram na výpočet jízdních dob.

4. PŮSOBÍCÍ SÍLY - TRAKČNÍ ODPORY A SÍLY KOLEJOVÝCH VOZIDEL

Při pohybu vozidla po jízdni dráze vznikají odpory a síly, které jsou v rovnováze s tažnou nebo brzdící silou vozidla. Tyto podle vzniku na dvě skupiny:

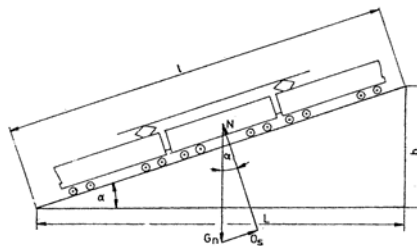
Odpory a síly vozidlové

Trakční odpory jsou pasivní síly, působící proti směru pohybu trakčního vozidla a při jízdě rovnoměrnou rychlostí jsou v rovnováze s hnacími silami. Tyto síly se označují jako **jízdni odpor vozidla**. Jízdni odpor vozidla zahrnuje složky mechanických odporů, způsobené třením pohybujících se částí (ložiska), valivým odporem, vznikajícím při odvalování kol po kolejnicích vlivem předsunutí reakce a třením vzduchu o čelní plochy a ostatní plochy celého vozidla.

Traťové odpory

Do traťových odporů se řadí složka tíhy na skloněné trati při jízdě do stoupání, odpor oblouku odpor výhybek a odpor tunelu. Tyto síly jsou způsobeny spádovými a směrovými změnami koleje.

Složka tíhy na skloněné trati se také označuje jako odpor ze stoupání, resp. síla svahu, je složkou tíhy působící v rovině koleje proti směru jízdy, jedná-li se o jízdu do stoupání a působící ve směru jízdy jako síla hnací jedná-li se o jízdu po spádu. Při jízdě do stoupání je nutno překonat tuto složku tažnou silou, případně odběrem kinetické energie hmotnosti vozidla a následným zpomalováním. Tato odporová složka O_s působí proti směru jízdy vozidla a je úměrná hmotnosti m [kg] a úhlu sklonu α . Tento stav je zobrazen na obr.č. 3.



Obr. č. 3 Rozklad tíhy na sklonu trati

Složka síly způsobující odpor ze stoupání:

$$O_s = 9,81 \cdot m \cdot \sin \pm \alpha \quad [\text{N}; \text{kg}]$$

U adhezních drah jsou úhly sklonů tratí velmi malé a proto je možné nahradit sinus úhlu α jeho tangentou (chyba je zanedbatelná):

$$O_s = \pm 9,81m \operatorname{tg} \alpha = 9,81m \cdot (\pm h/l) \quad [\text{N}; \text{kg}, \text{m}]$$

kde: h – je výškový rozdíl v metrech na délce dráhy

l – je délka skloněného úseku [m]

Pro překonání této odporové složky musí trakční vozidlo vyvinout sílu F_s .

Počítá-li s měrnými odporovými hodnotami nebo se součiniteli odporu v N.kN^{-1} tak je nutno zavést do výrazu pro složku tíhy na skloněné trati měrný odpor sklonu v N.kN^{-1} . Výraz má potom následující tvar:

$$p_s = \frac{O_s}{9,80665.m} 1000 = 1000.tg\alpha = \frac{h}{l} \quad [\text{N.kN}^{-1}; \text{m.km}^{-1}]$$

což lze zapsat jako

$$p_s = s [\text{‰}]$$

Poměr h/l v m/km vyjadřuje sklon v promilích. Tedy měrný odpor sklonu se rovná číselně sklonu v ‰. Přídavná síla sklonu (celkový odpor ze stoupání) se pak spočítá ze vztahu:

$$O_s = \pm m.g.s \quad [\text{kN}; t, g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}, \text{‰}]$$

Přídavný **odpor oblouku** je souhrn všech odporových složek zvětšujících jízdní odpor při průjezdu obloukem. Jízdou v oblouku tedy vzniká přídavný traťový odpor, který je souhrnem všech uvedených složek. Jeho měrná hodnota p_r udávaná v N.kN^{-1} závisí na několika parametrech (viz. CD).

Traťová kolej se v oblouku, z důvodu kompenzace odstředivé síly působící na vozidlo při průjezdu rychlostí v $[\text{km.h}^{-1}]$, buduje s převýšením vnější kolejnice o $[\text{mm}]$. Rovnováha odstředivé síly pohybem hmotnosti vozidla v oblouku o poloměru r $[\text{m}]$ při rychlosti v $[\text{km/h}]$ a dostředivé síly vlivem převýšení vnějšího kolejnicového pásu o $[\text{mm}]$ při rozchodu koleje e $[\text{m}]$ nastane při rychlosti:

$$v_r^2 = \frac{o.r}{7,88.e} \quad [\text{km.h}^{-1}; \text{mm}, \text{m}, \text{m}]$$

Při rychlosti vyšší než v_r je nevykompenzovaná složka odstředivé síly:

$$F_m = \frac{m.g.o}{1000.e} \cdot \frac{v^2 - v_r^2}{v_r^2}$$

kde: F_{ro} , F_m – jsou radiální síly působící na jedno dvojkolí $[\text{N}]$,

v, v_r – jsou rychlosti průjezdu obloukem $[\text{km.h}^{-1}]$.

Přesné určení přídavného odporu v oblouku je díky vlivu velkého množství závislostí složité a jeho určení tedy není ani přesné. Proto se v praxi počítá se středními pravděpodobnými hodnotami. Tyto hodnoty lze určit z empirických vzorců. Nejstaršími, ale stále používanými jsou zejména Röcklovy vzorce a Parodiho vzorec (viz. CD).

Další složkou traťových odporů je **odpor ve výhybkách**. Výhybkový odpor je způsoben rázy při jízdě přes jazyky a srdcovku výhybky. Při jízdě odbočkou přistupuje ještě odpor oblouku výhybky. Výhybkový odpor tedy není konstantní po celé délce výhybky. Proto se odpor výhybek udává pomocí měrné odporové práce potřebné na

překonání těchto odporů. Práce potřebná na překonání rázů je cca 30 J.kN^{-1} . Práce potřebná na překonání oblouku výhybky při jízdě odbočkou je $12,2\alpha$, kde α je středový úhel oblouku ve stupních. Práce potřebná na překonání odporu výhybky při jízdě odbočkou je potom dána součtem těchto hodnot (vzorce viz. CD)

Poslední složkou zahrnovanou do traťových odporů je **odpor tunelu** (odpor tlakovou vlnou v tunelu). Pro jednokolejný tunel s délkou větší než 100m je 2 N.kN^{-1} , pro dvojkolejný tunel je 1 N.kN^{-1} .

5. SPECIFICKÁ SPOTŘEBA ENERGIE PRO JÍZDU

Energetická hospodárnost ve vozebním provozu se posuzuje nejlépe podle měrné (specifické) spotřeby tj. podle odebrané energie na vykonanou dopravní práci v kWh.1000 tkm^{-1} . Skutečná odebraná energie se zjišťuje nejpřesněji pomocí přímého měření. Při projektování a plánování nákladů je zapotřebí zjistit předem předpokládanou spotřebu energie pro předpokládaný dopravní tok. Pro výpočet měrné energetické spotřeby bylo vytvořeno několik metod (podrobnosti k metodám a výpočtu viz. CD).

Trakční vozidlo při svém pohybu překonává jednotlivé složky trakčních odporů: jízdní vozidlový odpor $O_{JV} = p_{OV} \cdot G_{VL}$ a odpor ze stoupání $O_S = p_s \cdot G_{VL}$ (měrný odpor ze stoupání $p_s = s$). Vykonaná trakční práce pro jízdu rovnoměrnou rychlostí je potom dána vztahem:

$$A = F \cdot l \quad [\text{Nm}; \text{N}, \text{m}]$$

kde je tažná síla dána vztahem:

$$F = O_{JV} + O_S = G_{VL} \cdot p_{OV} + G_{VL} \cdot s$$

kde: G_{VL} – je tíha vlaku [kN],

p_{OV} – je měrný jízdní vozidlový odpor [N.kN^{-1}],

s – je měrný odpor ze stoupání; číselně rovný sklonu v ‰.

Trakční práce vykonaná při průjezdu obloukem se zahrnuje do redukovaného sklonu s_r .

Měrná pohybová energie vlaku na 1000 t a při rychlosti v_b [km/h] - rychlost na počátku brzdění, je dána vztahem:

$$w_r = \frac{1000 \cdot v^2}{2 \cdot 3600 \cdot 3,6^2} = 1,072 \cdot v_b^2 \cdot 10^{-2} \quad [\text{kWh.1000 t}^{-1}, \text{km.h}^{-1}]$$

Během rozjezdu je potřeba uvažovat vedle posuvných hmot i rotační hmoty. Vliv rotujících hmot se vyjadřuje při nerovnoměrném pohybu součinitelem ξ (přirážka na zvýšení kinetické energie).

Při brzdění se musí energie dodaná vozidlu odebrat – není-li využita jinak, jde o ztrátovou energii. Dále je nutno vzít v úvahu, že při fázi rozjezdu bude udělení požadované energie probíhat s určitou účinností η_r .

$$w_{rb} = 1/\eta_r \cdot 1,072 \cdot \zeta \cdot Vb^2 \cdot 10^{-2}$$

Vzhledem k tomu, že se během brzdění část pohybové energie spotřebovává na krytí jízdních odporů lze psát vztah pro měrné spouštěcí a brzdné ztráty takto:

$$W_{rb} = 1,07206 \cdot \frac{\xi \cdot v_b^2}{\eta_r} \cdot 10^{-2} [\text{kWh} \cdot 1000 \text{ t}^{-1}, \text{km} \cdot \text{h}^{-1}]$$

kde η_r představuje účinnost spouštěcího pochodu

Účinnost spouštěcího pochodu η_r vyjadřuje poměr energie vynaložené a přivedené a závisí na způsobu spínání trakčních motorů a druhu regulace. Hodnoty účinnosti spouštění jsou uvedeny na CD.

Spotřeba energie na topení vlaku se uvažuje cca $0,8 \text{ kW} \cdot \text{t}^{-1}$.

Měrná spotřeba vozidel elektrické trakce je pak dána vztahem:

$$w = \frac{2,724}{\zeta_m \cdot l} \cdot \left[\sum_0^l h_0 + \sum_0^l h_s \right] + \frac{2,742}{\zeta_{r,l}} \sum_e^n hr + \frac{10}{Q \cdot l} \cdot k \cdot Pm \quad [\text{kWh} \cdot 1000 \text{ t}^{-1}; \%, \text{kW}, \text{tkm} \cdot \text{h}^{-1}]$$

Takto vypočtené měrné spotřeby jsou teoreticky nejmenší možné. V praxi budou skutečné spotřeby vyšší vzhledem k nepravdělnostem v provozu (pomalé jízdy, zastavování vlaků z dopravních důvodů, stav vozidel atd.). Výpočet spotřeby vozidel nezávislé trakce je uveden na CD.

6. LITERATURA

Keclík J.: *Mechanika v dopravním provozu železnic*, Alfa Bratislava 1978

Keclík J.: *Dynamika železniční jízdy*, Alfa Bratislava 1973

7. ANOTACE

Příspěvek se zabývá problematikou pohybové rovnice vlaku a silami působícími při jízdě vlaku. Zmíněna jsou grafická a početní řešení pohybové rovnice a odporové síly působící v železničním provozu. V poslední části se příspěvek zabývá spotřebou trakční energie.

8. ABSTRACT

This contribution deals with problematics of equation of train motion and with forces acting during train movement. Mentioned are graphical and mathematical solutions of equation of train motion and resistance forces acting in railway operation. The last part of this contribution deals with traction energy consumption.

Příspěvek vznikl za podpory Institucionálního výzkumu „Teorie dopravních systémů“ (MSM 0021627505) Univerzity Pardubice.

Plná verze příspěvku je k dispozici na přiloženém CD.