Perner's Contacts ***19****(1), 2024*
DOI: 10.46585/pc.2024.1.2547
(cc) BY

KINEMATIKA ŘÍDITELNÝCH KOL PŘÍPOJNÉHO VOZIDLA

TRAILER STEERING WHEEL KINEMATICS

Petr Jilek[1,*]

Abstrakt *Příspěvek řeší kinematickou vazbu průjezdu silničního vozidla zatáčkou. V textu je zpracována problematika kinematiky zatáčení u silničních vozidel, a to zejména jízdní soupravy. Za jízdní soupravu jsem zvolil nákladní tažné vozidlo a návěs. U konvenční jízdní soupravy při průjezdu zatáčkou dochází k odlišné stopě kol tažného vozidla a kol přípojného vozidla. Touto skutečností dochází ke zvětšení jízdní stopy (šířky jízdního pruhu). Jedná se o stav, který je velmi limitující při manipulaci s vozidlem v omezené prostoru, jako jsou městské ulice a silnice nižších tříd. Proto jsem se v příspěvku zabýval matematickou definici pro úhel natočení rejdových náprav návěsu. Výsledkem z příspěvku jsou odvozené kinematické vztahy, které definují dílčí úhly natočení náprav návěsu a to tak, aby právě tato kola kopírovala jízdní stopu tažného vozidla. Současně je teoretická stránka aplikována konkrétní případ tahače a návěsu. Tímto opatřením se výrazně zlepší manipulovatelnost s jízdní soupravou a velký přínos spatřuji i při autonomní jízdě soupravy. Kdy u přípojného vozidla je plně dostačující menší počet snímačů mapujících okolí vozidla při zachování vysokého stupně bezpečnosti.*

Klíčová slova *přípojné vozidlo, řízení, stabilita vozidla*

Summary *This paper addresses the issue of a road vehicle passing around a curve. The text discusses the kinematics of negotiating a curve for road vehicles, particularly for a vehicle combination. I chose a truck tractor and trailer as the vehicle combination. In a conventional combination, the wheel tracks of the tractor and the trailer wheels are different when going around a curve. This makes the path (lane width) bigger. This situation is very limiting when manoeuvring the vehicle in confined spaces, such as city streets and minor roads. Therefore, in the paper I have dealt with a mathematical definition for the trailer wheel angle. The outcome of this paper is a mathematical model offering a definition of the partial angles of rotation of the trailer axles so that these wheels follow the path of the tractor. This will significantly improve the manoeuvrability of the vehicle. I also foresee a great benefit in the autonomous driving of a vehicle combination. It is fully sufficient for the trailer to have fewer sensors mapping the vehicle's surroundings without compromising the high level of safety.*

Keywords *trailer, steering, vehicle stability*

1 ÚVOD

Aktuální trend ve vývoji silničních vozidel je mimo zdokonalování elektrického pohonu i směr k optimalizaci pohybu dopravních prostředků po pozemních komunikacích. A to především za účelem dosažení zvýšení bezpečnosti provozu a zvýšení jeho komfortu. Pro dosažení cílů Evropské unie spočívající v nulové úmrtnosti z dopravy je na pořadu dne zavedení autonomních dopravních prostředků. Se

[1] Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Výukové a výzkumné centrum v dopravě, Studentská 95, 532 10 Pardubice, Česko

silničními vozidly v určitém stupni automatizace je možné se setkat již v dnešní době na pozemních komunikacích. Tyto vozidla se v podstatě příliš neliší od konvenčních automobilů, které jsou osazeny systémem autonomního řidiče. Tento se skládá z řídících jednotek a sady akčních členů, které jsou pro monitorování situace kolem vozidla doplněny několika stovkami snímačů a kamer.

V současné době je v Evropě z pohledu legislativy možné autonomně provozovat pouze sólo vozidla. Autonomní provoz jízdní soupravy není možný a je zatím v procesu vývoje. Rozdíl v pohybu jízdní soupravy od sólo vozidla je především v oblasti změny trajektorie jízdy.

Při jízdě vozidlové soupravy do zatáčky má přípojné vozidlo menší stopový průměr než tažné vozidlo. Proto musí být přípojná vozidla pro autonomní pohyb jízdních souprav doplněna elektronickým regulačním okruhem monitorujícím situaci kolem vozidla. Tímto se výrobní náklady přípojného vozidla pro autonomní provoz značně zvýší a mimo to musí být zajištěna spolehlivá komunikace jednotky přípojného automobilu s jednotkou tažného vozidla. Proto je na snaha hledat jiná řešení, která budou levnější a bytelnější.

Hlavním cílem příspěvku je teoretická kinematická úprava konvenčního návěsu a nalezení parametrů úhlu natočení zadní nápravy, tak aby vnější stopový průměr zatáčení jízdní soupravy byl shodný s vnějším stopovým průměrem zatáčení samostatného tažného vozidla.

2 ZPRACOVÁNÍ AKTUÁLNÍ SITUACE

Na území ČR je přípojné vozidlo dle zákona o provozu na pozemních komunikacích č. 56/2001 Sb. zařazeno do kategorie „*O*". Jedná se o nemotorové vozidlo, které je tažené jiným motorovým automobilem, určeno pro přepravu nákladu (Zákon, 1994). Často se této kombinaci vozidel říká jízdní souprava (Vyhláška, 2000).

Z pohledu celoevropského je platný předpis č. 102 EHK, který stavuje podmínky pro schvalování souprav. V něm jsou popsány veškerá kritéria, jež musí splňovat vyhovující vozidlo (např. konstrukce, kinematika a zkoušení a jiné. Dle Dudziak (2023) je možné spatřit stále intenzivnější trend v prosazování elektrického pohonu jako zdroj energie u silničních vozidel.

Základní parametry, podílející se na ovladatelnosti vozidla, jsou stanoveny již během jeho konstrukce. V průběhu technického života automobilu jsou ovlivňovány opravami a samotným provozem. (Hu, 2024) Vozidla jsou konstruována tak, aby se při zatížení v přímé jízdě chovala stabilně tj. neutrálně až mírně nedotáčivě. Bližší pojednání o stabilitě automobilů jsou uvedena v (Vukobratovic, 2002).

Aktivním řízením zadních kol samostatného vozidla je docíleno zlepšení obratnosti vozidla při malých rychlostech a zároveň zlepšení stability při vyšších rychlostech. Rejd kol zadní nápravy se odvíjí z natočení kol přední nápravy, respektive z úhlu natočení volantu. Smysl natočení kol je závislý na rychlosti vozidla. Při nízkých rychlostech, přibližně do 20 km/h, se zadní kola natáčí nesouhlasně vůči kolům přední nápravy tím je zajištěn menší poloměr zatáčení. V případě vyšších rychlostí jsou zadní kola natáčena ve stejném smyslu natočení předních kol – souhlasně, zvyšuje se poloměr zatáčení. Touto situací se v příspěvku nezabývám, jelikož není z pohledu náplně příspěvku významný.

Systém řízení všech kol se používá primárně u tažných vozidel a u speciálních vozidel pro manipulaci za omezených prostorových podmínek, jak je blíže specifikováno v Kosobudzki (2023). Použitím řízení všech kol se dosáhne při průjezdu zatáčkou odvalování všech kol bez jejich smýkání, čím se prodlouží životnost pneumatik (Vrabel, 2016). A spolu s tím se omezí vznik počátku smyku dopravního prostředku vedoucí k případnému vzniku nehody, čímž se zvýší spolehlivost přepravovaného zboží (Dmowski, 2019 a Vrábel, 2020).

Přípojné vozidlo s aktivními řiditelnými koly zadní nápravy (náprav) je možné spatřit při přepravě nadměrných nákladů. Výrobcem speciálních přípojných vozidel je společnost Goldhofer. Jedná se

o evropskou společnost vyrábějící mimo klasických přípojných vozidel a také přívěsy pro přepravu nadměrných nákladů. Nápravy návěsů mohou být ovládaný i na dálku, nezávisle na tažné vozu. Maximální délka činí se blíží k 70 m, proto je tento model vhodný například pro převážení lopatek k větrné elektrárně.

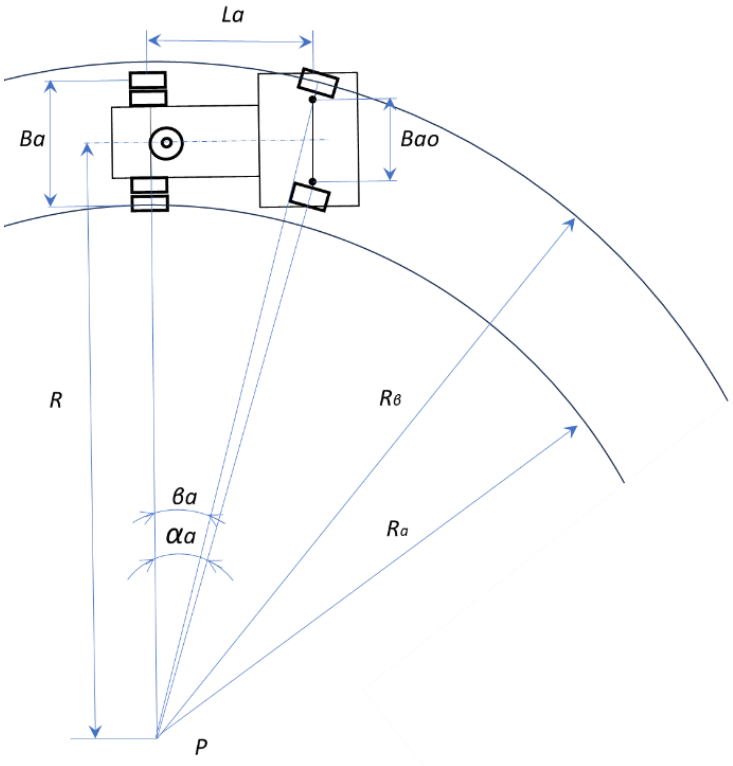
Řídící ústrojí slouží k udržování nebo ke změně směru jízdy automobilu v závislosti na požadavku řidiče nebo situace dané silničním provozem. Vlastní změna směru jízdy je u automobilů realizována natáčením předních kol kolem rejdových os nebo čepů, natáčením kol zadní nápravy taktéž kolem rejdových os nebo čepů anebo natáčením kol všech náprav, případně u speciálních vozidel kloubovým rámem anebo vzájemně nezávislým pohonem levých a pravých kol. Dále v příspěvku zabývám pouze řízením pomocí rejdové nápravy.

Změnu směru jízdy silničního vozidla lze uskutečnit za pomoci rejdové nápravy, kdy změna směru se realizuje natáčením celé nápravy, anebo pomocí rejdových kol, kdy změny směru pohybu vozidla se docílí natočením kol nápravy. Daná problematika je blíže zpracována v Barton (2024).

Podle směru natočení kol zadní nápravy lze u dvounápravových vozidel rozdělit natočení kol na souhlasné, nesouhlasné a konvenční. Blíže je zpracováno v Li (2024) a Zhong (2024).

3 KINEMATIKA ZATÁČENÍ

Pro příčnou změnu směru jízdy bez smýkání kol je nutné dodržet, aby natáčení vnitřního a vnějšího kola splňovaly geometrické podmínky pro ideální odvalování po křivkách se společným středem. Tato podmínka je definována jako Ackremannova podmínka a platí pouze pro malé rychlosti nebo velké poloměry zatáčení, kdy pro zjednodušení zanedbávám směrové úchylky kol. Matematické vyjádření Ackermannovi podmínky je na základě obr. 1 uvedeno ve vztahu (1).



Obr. 1 Grafické zobrazení Ackermannovi podmínky

O – střed otáčení; *R* – teoretický poloměr zatáčení; D_1 – vnější stopový průměr; D_2 – vnitřní stopový průměr; *L* – rozvor náprav; *B* – rozchod kol zadní nápravy; B_0 – vzdálenost rejdových čepů předních kol; α, β – úhly natočení vnějšího a vnitřního kola; v'_1, v''_1, v'_2, v''_2 – vektory rychlostí pohybu jednotlivých kol; *c* – vzdálenost podélné osy kola od rejdového čepu; ω – úhlová rychlost stáčení vozidla.

$$cotg\,\frac{R-\frac{B_{0a}}{2}}{L_a} - cotg\,\frac{R+\frac{B_{0a}}{2}}{L_a} = \frac{B_{a0}}{L_a} \qquad (1)$$

Vztah (1) tvoří dvojice funkcí *cotg*, kterými zjistím úhly natočení jednotlivých kol. Rozdíl těchto dvou *cotg* funkcí je roven konstantě, která je dána parametry vozidla.

Na rozdílu velikostí teoretického a skutečného poloměru zatáčení je založena důležitá charakteristika vozidel, tzv. zatáčivost (Deore, 2024).

- Neutrální zatáčivost ‑ zatáčivost, kdy je poměr gradientu úhlu natočení volantu a celkového převodu řízení roven gradientu Ackermannova úhlu rejdu; $R = R_t$.
- Nedotáčivost ‑ zatáčivost, kdy je poměr gradientu úhlu natočení volantu a celkového převodu řízení větší než gradient Ackermannova úhlu rejdu; $R > R_t$.
- Přetáčivost ‑ zatáčivost, kdy je poměr gradientu úhlu natočení volantu a celkového převodu řízení menší než gradient Ackermannova úhlu rejdu; $R < R_t$.

Aby bylo možné řešit kinematiku zatáčení náprav přípojného vozidla, je na začátek nutné stanovit si okrajové podmínky. Jednou z okrajových podmínek je poloměr zatáčení *R = 15 m.* Tyto podmínky jednoznačně definuje konstrukční uspořádání tažného vozidla. Další podmínkou je, že vozidlo se pohybuje nízkou rychlostí a na kolech nevznikají směrové úchylky.

Kinematika tažného vozidlo

Pro řešení jsem zvolil jako tažné vozidlo DAF XF 460. Potřebné parametry vozidla jsou uvedeny v Tabulce 1.

Tab. 1 Parametry tažného vozidla; zdroj DAF, 2024

Parametr	**Označení**	**Hodnota**	**Jednotka**
Rozvor	L_a	3,653	m
Rozchod kol PN	B_a	2,040	m
Rozchod rejdových os	B_{a0}	1,980	m
Vzdálenost rejdové osy od střední roviny pneumatiky	c	0,060	m
Šířka pneu	$B_{a\,pneu}$	0,302	m
Vzdálenost osy spojovacího kloubu od osy zadní nápravy na vozidle	D_a	0,485	m

Výsledné úhly natočení rejdových kol přední nápravy pro průjezd volenou zatáčkou jsem vypočetl z Ackermannovy podmínky podle vztahu (1). Z výše uvedeného platí velikost úhlu natočení vnějšího kola $\beta_a = 13{,}94°$ úhel natočení vnitřního kola $\alpha_a = 16{,}07°$.

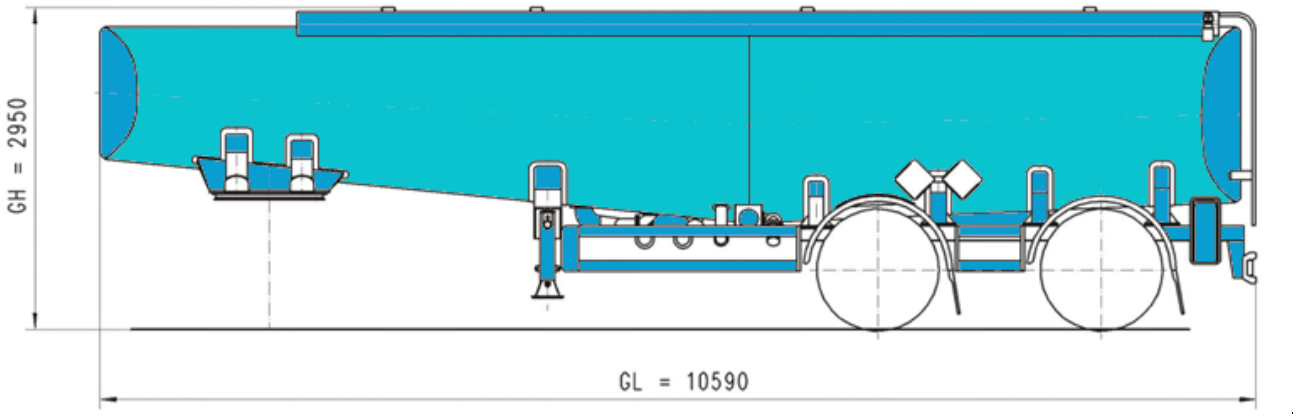
Vnější stopu jízdní dráhy R_β vytváří střední dělící rovina vnějšího předního kola. Za vnitřní stopu tažného vozidla R_α jsem volil střední rovinu vnějšího kola dvoumontáže. Šířka jízdního pruhu H vychází z konstrukčního provedení tažného vozidla a stanoví se dle vztahu (2) a její hodnota pro vozidlo je 2,604 m.

$$H = R_\beta - R_\alpha = \frac{R+\frac{B_{a0}}{2}}{cos\,\beta_{a1}} + c + \frac{B_{a\,pneu}}{2} - R - \frac{B_{a0}}{2} - B_{a\,pneu} \qquad (2)$$

Kde R_β – vnější stopový poloměr (15,224 m), R_α – vnitřní stopový poloměr (12,620 m), β_{a1} – úhel natočení vnějšího kola tahače (13,94°)

Řešení konvenčního přípojného vozidla

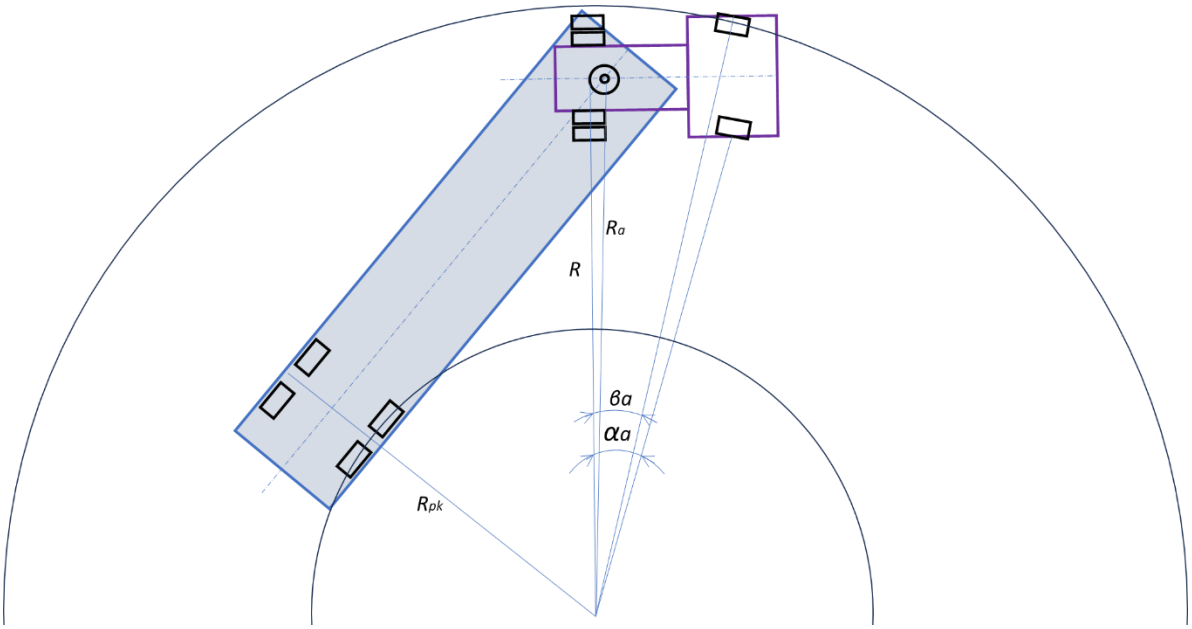
Jako standartní přípojné vozidlo jsem zvolil dvounápravový cisternový návěs od výrobce Schwarzmüller (obr. 2). Potřebné parametry návěsu jsou uvedeny v tabulce 2. Konvenční jízdní souprava nemá řiditelná kola zadní nápravy ani zadní rejdové nápravy, jak u tažného vozidla, tak i u přípojného vozidla, proto vnější stopový průměr pro jízdu zatáčkou bude dán parametry, tažného vozidla, jak je uvedeno v předešlém odstavci. Již z podstaty věci je patrné, že vnitřní stopový průměr $R_{\alpha pk}$ bude menší než u samostatného tažného vozidla. Za vnitřní stopový průměr volím střední dělící rovinu vnitřního kola na přední nápravě přívěsu.



Obr. 2 Konvenční přípojné vozidlo – dvounápravový cisternový návěs; zdroj Schwarzmüller, 2024

Tab. 2 Potřebné parametry přípojného vozidla; zdroj Schwarzmüller, 2024

Parametr	**Označení**	**Hodnota**	**Jednotka**
Rozvor náprav	L_p	1,310	m
Vzdálenost osy první nápravy od osy spojovacího čepu	L_{p4}	6,340	m
Rozchod kol	B_p	1,942	m
Šířka pneu	B_{ppneu}	0,386	m



Obr. 3 Kinematika zatáčení klasické koncepce přívěsu

Výpočet vnitřního stopového průměru R_{pk} (10,361 m) vychází z obr. 3 a je podle vzorec (3).

$$R_{pk} = \sqrt{\left(L_a \cdot \cot\beta - \frac{B_{a0}}{2}\right)^2 + {D_a}^2 - {L_{p4}}^2} - \frac{B_{ppneu}}{2} \tag{3}$$

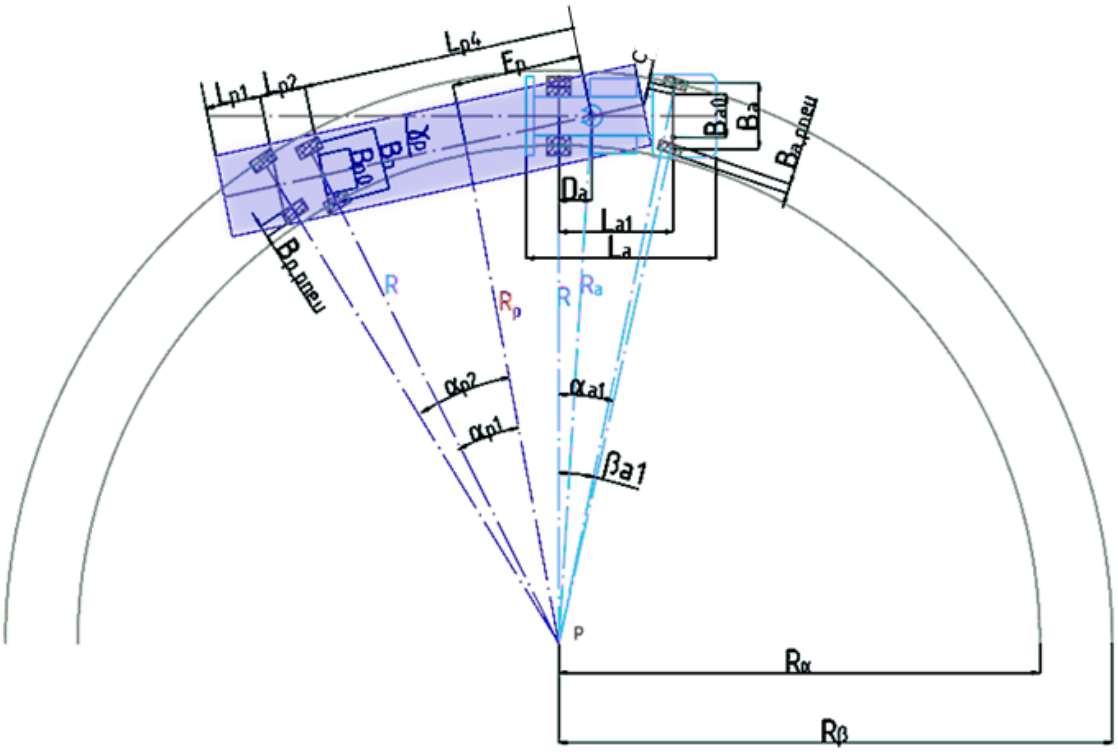
Následně je dle odvozeného vztahu (4) je vypočtena šířka jízdního pruhu pro celou soupravu ($H_{pk} = 4{,}863\ m$), který je samozřejmě širší než u sólo tažného vozidla.

$$H_{pk} = \frac{L_a}{\sin\beta} + c + \frac{B_a}{2} - \sqrt{\left(L_a \cdot \cot\beta - \frac{B_{a0}}{2}\right)^2 + {l_h}^2 - {L_{p4}}^2} - \frac{B_p}{2} \tag{4}$$

Řešení přípojného vozidla s rejdovými nápravami

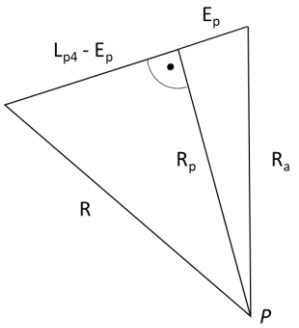
Pro řešení volím konstrukční provedení v podobě natáčení rejdových náprav. Podmínkou je, že vnější stopový průměr jízdní soupravy musí být shodný jako u tažného vozidla. Proto platí, že šířka jízdního pruhu je stejná jako u sólo vozidla. Z výše uvedeného vyplývá skutečnost, že rejdové nápravy se musí natáčet nesouhlasně vůči řídícím kolům tažného vozidla.

Jelikož se kinematika zatáčení řeší pro návěs se dvěma zadními nápravami, tak je třeba sestavit rovnici úhlu natočení pro každou z těchto náprav samostatně. Pro odvození jsem sestavil pomocné rovnice vycházející z obr. 4, které popisují bod natáčení přípojného vozidla vůči vozidlu tažnému. Tímto bodem prochází svislá osa točny na tažném vozidle.



Obr. 4 Navěs s rejdovými nápravy – kinematické schéma

Pro vyšší názornost odvození výsledného vztahu uvádím na obr. 5 postup odvození velikosti kolmice na osu přípojného vozidla procházející bodem *P*.



Obr. 5 Trojúhelník pro určení E_p

$$R_p^2 = R_a^2 - E_p^2 \quad (5$$

$$R_p^2 = R^2 - \left(L_{p4} - E_p\right)^2 \quad (6$$

$$R_a^2 - E_p^2 = R^2 - \left(L_{p4} - E_p\right)^2 \quad (7)$$

Kde výsledná velikost souřadnice E_p (3,180 m) se získá podle obr. 5 a dle vztahu (8).

$$E_p = \frac{R_a^2 - R^2 + L_{p4}^2}{2 \cdot L_{p4}} \quad (8)$$

Výsledná rovnice pro první nápravu přípojného vozidla je dána vztahem (9).

$$cotg\,\frac{R_p}{Lp-(L_{p1}+L_{p2}+E_p+C_p)}=\frac{B_{p0}}{L_p-(C_p+L_{p1}+L_{p2})} \tag{9}$$

Výsledná rovnice pro druhou nápravu přípojného vozidla je dána vztahem (10).

$$cotg\,\frac{R_p}{Lp-(L_{p1}+E_p+C_p)}=\frac{B_{p0}}{Lp-(C_p+L_{p1})} \tag{10}$$

Podle vztahu (9) je úhel natočení přední nápravy přívěsu 13,4° a podle vztahu (10) je úhel rejdu druhé nápravy 18,1°. V závislosti na vstupní podmínce je šířka jízdního pruhu stejná jako u samostatného tažného vozidla.

4 ZHODNOCENÍ

Z odvozených jednoduchých kinematických vztahů je patrné, že natáčení náprav přípojného vozidla do rejdu je žádoucí především pro zvýšení manévrovatelnosti na pozemních komunikacích. Za použití natočení rejdových náprav se zmenší manipulační prostor potřebný k pohybu celé jízdní soupravy.

Tím, že přípojné vozidlo se pohybuje ve stopě vytvořené tažným vozidlem se v terénu výrazně sníží valivý odpor daný deformací plastického terénu. Takto je možné dosáhnout zvýšení průchodnosti celé soupravy v terénu za současného snížení spotřeby pohonných hmot. Takto se dosáhne významného snížení odporu terénu pro přípojné vozidlo, které má za následek snížení sil přenášených spojovacím prvkem a tím se dosáhne nižšího stupně poruchových jevů (Decker, 2023) a toto je možné využít i při posuzování pevnosti rámů přípojných vozidel (Caban, 2021).

Další přínos tohoto systému řízení návěsů spatřuji u autonomních jízdních souprav, kdy se použitím navrženého návěsu dosáhne snížení složitosti elektronického zpětnovazebního okruhu řízení.

Nevýhodou oproti klasické koncepci návěsu je jeho vyšší složitost a tím se zvýší pohotovostní hmotnost. Následně se zvýší množství údržbových úkonů.

Řízení rejdovými nápravami je konstrukčně jednodušší než při využívání řízení pomocí rejdových kol. Důvodem je, že není vyžadováno použití lichoběžníku řízení.

5 ZÁVĚR

Cílem příspěvku bylo určit kinematickou závislost pro natočení rejdových náprav na přípojném vozidle – návěsu. Provedení kinematiky bylo provedeno tak, aby kola přívěsu kopírovaly stopu tahače. Za pomoci dovybavení návěsu rejdovými nápravami se zlepší manipulační podmínky s jízdní soupravou, a to především při pomalé jízdě při omezených prostorových podmínkách. Tato vlastnost je přínosem pro autonomní řízení jízdních souprav.

Současně je výstup příspěvku brán jako základ k dalšímu zkoumání dané problematiky pro optimalizaci pohybu jízdních souprav. V následujícím procesu výzkumu bude třeba řešit problematiku z pohledu jízdní dynamiky, kdy na kolech jízdní soupravy vznikají směrové úchylky.

Literatura

Barton, D. C., a Fieldhouse, J. D. **2024**. Steering systems. In *Automotive Chassis Engineering* (pp. 189-255). Cham: Springer International Publishing.

Caban, J., Nieoczym, A., a Gardyński, L. **2021**. Strength analysis of a container semi-truck frame. *Engineering Failure Analysis*, *127*.

Česká republika. **1994**. Zákon č. 111/1994 Sb., o silniční dopravě, ve znění pozdějších předpisů.

Česká republika. **2000**. Vyhláška Ministerstva dopravy č. 478/2000 Sb., kterou se provádí zákon o silniční dopravě, ve znění pozdějších předpisů.

Decker, Ž., Tretjakovas, J., Drozd, K., Rudzinskas, V., Walczak, M., Kilikevičius, A. a Boretska, I. **2023**. Material's strength analysis of the coupling node of axle of the truck trailer. *Materials*, *16*(9).

Deore, D., Iqbal, S., Bhambri, M., Sheth, M., a Salunkhe, S. **2024**. *Adaptive Steering System for Improved User Experience* (No. 2024-26-0023). SAE Technical Paper.

Dmowski, A., Ignaciuk, P., Dębicka, E., Niewczas, A., Glavic, D., Matijošius, J. **2019**. Operational quality of a truck in expert's assessment. Archives of Automotive Engineering, 83(1), pp. 87–101.

Dudziak, A., Caban, J., Stopka, O., Stoma, M., Sejkorová, M., a Stopková, M. **2023**. Vehicle Market Analysis of Drivers' Preferences in Terms of the Propulsion Systems: The Czech Case Study. *Energies*, *16*(5), 2418.

Hu, Z., Zhang, X., a Xiong, H. **2024**. Two-stage attention network for fault diagnosis and retrieval of fault logs. *Expert Systems with Applications.*

Kosobudzki, M., Zajac, P., a Gardyński, L. **2023**. A Model-Based Approach for Setting the Initial Angle of the Drive Axles in a 4× 4 High Mobility Wheeled Vehicle. *Energies*, *16*(4).

Li, M., Jia, Y., a Lei, T. **2024**. Path tracking of varying-velocity 4WS autonomous vehicles under tire force friction ellipse constraints. *Robotics and Autonomous Systems*, *173*.

Německo **2024**, Wilhelm Schwarzmüller GmbH. [Online]. Dostupné z: URL https://www.schwarzmueller.com/de/home [přístup: 2024-03-08].

Německo **2024.** DAF truck. [Online]. Dostupné z: URL https://www.daf.com. [přístup: 2024-03-07].

Vrábel, J., Jagelčák, J., Čermák, J., Ondruš, J., a Caban, J. **2020**. Tracing of the dangerous goods and its tracking in the intermodal transport mode-the case study. In *2020 XII International Science-Technical Conference Automotive safety* (pp. 1-5).

Vrábel, J., Stopka, O., Rievaj, V., Šarkan, B., Prušková, K., a Philip, M. **2016**. Measuring the Resistance of Tires for Passenger Vehicle against the rolling and sliding on Loading Area of the Flatbet Truck when providing the Transport Services. *Communications: scientific letters of the University of Žilina*, (2).

Vukobratovic, M. K., a Rodic, A. D. **2002**. Advanced control and stability of autonomous road vehicles. Part II: Practical stability of road vehicles. *International Journal of Computer Applications in Technology*, *15*(6), 248-263.

Zhong, L., Jiang, X., Jia, W., a Shi, W. **2024**. 4WS Intelligent Vehicle Trajectory Tracking Control Based on Adaptive Cornering Stiffness. *IEEE Access*.