

METODIKA OPTIMALIZÁCIE TVARU TRUPU PLAVIDLA PRE PODMIENKY PLAVBY S OBMEDZENÝM PONOROM

METHODOLOGY FOR OPTIMIZING SHAPE OF THE VESSEL IN RESTRICTED DEPTH NAVIGATION CONDITION

Ladislav Illés¹, Martin Jurkovič², Tomáš Kalina³, Piotr Gorzelanczyk⁴

Anotácia: Klimatické zmeny v posledných rokoch významne ovplyvňujú plavbu na vnútrozemských vodných cestách medzinárodného významu. Hlavným problémom, ktorý vplyva na plynulosť obchodnej plavby je kolísanie výšky vodnej hladiny. Problémom je nie len nízka, ale aj vysoká vodná hladina. Obidva extrémny majú za následok plavebné obmedzenia, čoho dôsledkom je zníženie spoľahlivosti vodnej dopravy. Jednou z možností, ako zvýšiť spoľahlivosť je aj optimalizácia tvaru trupu plavidiel. Ide najmä o optimalizáciu trupu plavidla pre plavbu na vodných cestách s nízkou vodnou hladinou. Obmedzený plavebný ponor zásadne limituje plavbu najmä v letnom období. Optimalizácia tvaru trupu je proces, ktorý sa skladá z viacerých krokov, na konci ktorých je možné porovnať optimalizovaný tvar trupu s tým pôvodným. Proces optimalizácie je závislý od správneho definovania vstupných elementov. Na optimalizáciu sa najčastejšie používa CFD analýza. Princíp spočíva z vytvorenia výpočtovej domény, ktorá pozostáva zo skutočného geometrického modelu a diskretizovaného tvaru, z definície hraničných podmienok, z nastavenia fyzikálnych vlastností a príslušných výpočtových metód.

Kľúčové slova: optimalizácia, ponor, CFD analýza, vodná cesta

Summary: In recent years, climate change has had a significant impact on inland waterways of international importance. The main problem affecting the continuity of navigation is the fluctuation of water level. The problem is not only low but also high water levels. Both extremes result in navigation restrictions, resulting in reduced reliability of water transport. One of the ways to increase reliability is also to optimize the shape of the hull of vessels. This concerns the optimization of the vessel's hull for navigation on waterways with a low water level. Restricted navigational draft significantly limits navigation especially in summer. Hull shape optimization is a process that consists of several steps at the end of which it is possible to compare the optimized hull shape to the original one. The optimization process depends on the correct definition of the input elements. CFD analysis is most often used for optimization. The principle is to create a computational domain that consists of a real geometric model and a

¹ Ing. Ladislav Illés, MULTI engineering services, Dunajské nábrežie 4726, 945 01 Komárno,
E-mail: ladislav.illes@multi.engineering.sk

² Ing. Martin Jurkovič, PhD., Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov,
Katedra vodnej dopravy, Univerzitná 1, 01026 Žilina, Tel.: +421 41 513 3554,
E-mail: martin.jurkovic@fpedas.uniza.sk

³ Ing. Tomáš Kalina, PhD., Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov,
Katedra vodnej dopravy, Univerzitná 1, 01026 Žilina, Tel.: +421 41 513 3554,
E-mail: tomas.kalina@fpedas.uniza.sk

⁴ Mgr. Inz. Piotr Gorzelanczyk, PhD., Stanislaw Staszic University of Applied Sciences in Pila, ul.
Podchorazych 10, Pila, Poland. E-mail: pgorzelanczyk@pwsz.pila.pl

discretized shape, a definition of boundary conditions, a set of physical properties, and appropriate computational methods.

Key words: optimization, draught, CFD analysis, hull, waterways

ÚVOD

Lodná doprava na vnútrozemských vodných cestách medzinárodného významu dosahuje svojim podielom na preprave tovarov a osôb značný ekonomický prínos. Najvýznamnejšou vodnou cestou v Európe je prieplav Rýn-Mohan-Dunaj, prostredníctvom ktorého je možné plávať medzi Severným a Čiernym morom. Už dlhšiu dobu pretrvávajú problémy s obmedzenými plavebnými podmienkami na niektorých kritických úsekoch Dunaja, čo ma za následok sezónne obmedzenia plavby. V niektorých prípadoch obchodnú plavbu dokonca úplne paralyzujú (1).

V dôsledku značných klimatických zmien v posledných rokoch došlo k vážnym sezónnym problémom obchodnej plavby aj na rieke Rýn. Bolo nutné obmedziť prepravu nákladu v takej miere, že to spôsobilo ťažkosti v logistických procesoch veľkých firiem, ktoré sú zásobované surovinami a polotovarmi hlavne lodnou dopravou (2). Tieto zmeny predstavujú globálny problém pre plavbu na vnútrozemských vodných cestách a v prístavoch a stávajú sa hlavnými prekážkami pre ďalší rozvoj vodnej dopravy (3). Obmedzenie premávky z dôvodu nízkeho vodostavu môžeme vidieť aj na rieke Dunaj. V roku 2017 bol na Dunaji nízky vodostav v trvaní 80 dní, čo malo za následok zastavenie plavby a s tým spojené straty pre majiteľov lodí (4).

Jednou z možností ako zlepšiť prevádzku lodnej dopravy na vnútrozemských vodných cestách je aj optimalizácia tvaru trupu plavidla. Konkrétne najmä zlepšenie plavebných vlastností plavidiel plávajúcich na vodných cestách s nízkou hladinou. Obmedzený ponor predstavuje jedno z najzásadnejších obmedzení, ktoré limituje plavbu najmä v letnom období (5). Špecifické účinky, ktoré menia trajektóriu obtekania kvapaliny okolo lodného trupu pri plavbe lodí v plytkej vode si vyžadujú odlišné požiadavky na projektovanie v porovnaní s námornými loďami. Vnútrozemské lode častokrát plávajú vo vodách s hĺbkou okolo 2 m. Hlavným cieľom projektovania plavidiel pre plavbu v plytkých vodách je dosiahnuť taký tvar plavidla, aby pre jeho pohon bol potrebný čo najnižší výkon (6, 7, 8).

Návrh metodológie vychádza z cieľov vytýčených v rámci Dunajskej stratégie a nadväzuje na vedecké publikácie týkajúce sa výskumu a vývoja nových a inovatívnych typov lodí a pohonov určených pre zmenené podmienky dunajskej plavby (1). Výsledky však budú predstavovať všeobecný charakter, použiteľný globálne na vnútrozemských vodných cestách s podobnými parametrami. Výsledkom vedeckého článku je metodika optimalizácie tvaru trupu lodí s obmedzeným ponorom, ktorá bude podkladom pre aplikačnú časť s konkrétnym návrhom riešenia.

Pri riešení teoretických problémov lodiarskeho charakteru a lodných výpočtov sa bude uplatňovať základná teória lode so špeciálnym zreteľom na najnovšie publikované výsledky príbuzných vedných odborov.

1. ROVNICE PRÚDENIA KVAPALÍN

Pri skúmaní prúdenia tekutín sa môžu uplatňovať základné fyzikálne zákony, t. j. zákon o zachovaní hmotnosti, zákon o zachovaní hybnosti a zákon o zachovaní energie. Všetky tieto zákony, ako aj viskózne javy v skutočnej kvapaline sú zohľadnené v Navier-Stokesových rovniciach, ktoré popisujú laminárne aj turbulentné prúdenie.

Pre nestlačiteľné tekutiny, kde platí $\rho = \text{konšt.}$, a $\frac{\delta\rho}{\delta t} = 0$ rovnica kontinuity v diferenciálnom tvare bude:

$$\frac{\delta v_x}{\delta x} + \frac{\delta v_y}{\delta y} + \frac{\delta v_z}{\delta z} = 0. \quad (1)$$

Keď časticu tekutiny reprezentuje šesťsten, na jeho ťažisko budú pôsobiť hmotnostné sily X , Y a Z v korešpondujúcich smeroch. Povrchové sily od vonkajšieho tlaku budú pôsobiť v ťažiskách plôch elementárneho telesa.

Eulerove rovnice hydrostatiky v stave prúdenia budú mať na pravej strane nenulové hodnoty. Budú to X , Y , a Z -ové komponenty zrýchlenia, ktoré vyjadrujú sily na jednotku hmotnosti.

Eulerove rovnice hydrodynamiky pre ideálnu tekutinu (keď sa neberie do úvahy viskozita) potom dostaneme dosadením zotrvačných síl vzniknutých pôsobením zrýchlenia častíc tekutiny

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta x} &= a_x, \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta y} &= a_y, \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta z} &= a_z, \end{aligned} \quad (2)$$

kde úpravou zrýchlení na pravej strane dostaneme Eulerove parciálne diferenciálne rovnice, ktoré vyjadrujú závislosť medzi jednotkovými hmotnostnými, povrchovými a zotrvačnými silami:

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta x} &= v_x \cdot \frac{\delta v_x}{\delta x} + v_y \cdot \frac{\delta v_x}{\delta y} + v_z \cdot \frac{\delta v_x}{\delta z} + \frac{\delta v_x}{\delta t}, \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta y} &= v_x \cdot \frac{\delta v_y}{\delta x} + v_y \cdot \frac{\delta v_y}{\delta y} + v_z \cdot \frac{\delta v_y}{\delta z} + \frac{\delta v_y}{\delta t}, \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta z} &= v_x \cdot \frac{\delta v_z}{\delta x} + v_y \cdot \frac{\delta v_z}{\delta y} + v_z \cdot \frac{\delta v_z}{\delta z} + \frac{\delta v_z}{\delta t}. \end{aligned} \quad (3)$$

Derivácie podľa x , y a z na pravej strane rovníc vyjadrujú zložky zrýchlenia po zakrivených prúdnicach. Posledná derivácia podľa t je miestna zložka, ktorá vyjadruje zmenu rýchlosti v čase.

Keď sa berie do úvahy aj viskozita tekutiny pri prúdení, aj zodpovedajúce šmykové sily by pôsobili na steny elementárneho šesťstena - popri tlakových síl.

Newtonov vzťah vyjadruje tieto trecie sily matematicky, ako tangenciálne napätie

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dx}, \quad (4)$$

kde η je súčiniteľ dynamickej viskozity.

Doplnením treceho komponentu do Eulerových rovníc hydrodynamiky dostaneme pre tri základné smery priestoru Navier-Stokesove parciálne diferenciálne rovnice pre všetky jednotkové pôsobenia na časticu tekutiny, t. j. hmotnostného, tlakového, treceho a zotrvačného charakteru. Keď sa berie do úvahy aj rovnica kontinuity, Navier-Stokesove rovnice vyjadrujúce prúdenie Newtonovskej tekutiny sa ďalej zjednodušujú do tvaru:

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta x} + \nu \cdot \left(\frac{\delta^2 v_x}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v_x}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 v_x}{\delta z^2} \right) &= a_x, \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta y} + \nu \cdot \left(\frac{\delta^2 v_y}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v_y}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 v_y}{\delta z^2} \right) &= a_y, \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\delta p}{\delta z} + \nu \cdot \left(\frac{\delta^2 v_z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v_z}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 v_z}{\delta z^2} \right) &= a_z. \end{aligned} \quad (5)$$

Rovnice (5) sa môžu interpretovať, ako špecifický tvar druhého Newtonovho zákona pre prúdenie viskózne nestlačiteľnej kvapaliny vzťahovanej na jednotku hmotnosti, na pravej strane so súčinom hmotnosti a zrýchlenia a na ľavej so súčtom hmotnostných a povrchových (tlakové a viskózne) síl (10,11).

2. VÝPOČTOVÁ DOMÉNA A CFD SIETĚ

V počítačovom modelovaní sa najčastejšie používa numerická analýza prúdenia (CFD - Computational Fluid Dynamics). V oblasti CFD boli vyvinuté sieťové metódy, kde skúmaná geometria je nahradená 2D, alebo 3D sieťou a úloha prúdenia je riešená pomocou Navier-Stokesových rovníc. Základný princíp CFD spočíva vo vytvorení výpočtovej domény, ktorá pozostáva z geometrického modelu skutočného a diskretizovaného tvaru (sieť), z definície hraničných podmienok, z nastavenia fyzikálnych vlastností a výpočtových metód a prípadne z vonkajších geometrických ohraničení oblasti prúdenia (12).

V CFD simulácii plavby lodí skúmanú geometriu tvoria plochy vonkajšieho povrchu trupu, ktorá je obklopená oblasťou prúdenia, väčšinou kvádrového tvaru. Je to typický prípad externého prúdenia, keď sa prúdenie odohráva v okolitom prostredí a nie vnútri výpočtovej geometrie. Skúmané fyzikálne javy sa odohrávajú vo viacfázovom prostredí (multifáza), na hranici dvoch skupenstiev (voda-vzduch), čo značne zvyšuje výpočtovú náročnosť týchto úloh (12).

Výsledná sieť je produktom diskretizácie skutočnej geometrie, jej usporiadanie môže byť štruktúrované alebo neštruktúrované.

Štruktúrovaná sieť je tvorená z elementov obdĺžnikových a zo štvoruholníkov (v 2D) a z kvádrov a obecných šesťstenov (v 3D). Hlavnou výhodou takejto siete je vyššia presnosť výpočtu a menej náročná maticová reprezentácia riešenej štruktúry v rámci algoritmu. Pri diskretizácii zložitých tvarov a vytváraní prechodových oblastí s rôznou

hustotou však často vznikajú problémy, ktoré poukázali na nižšiu pružnosť štruktúrovanej siete.

Najzávažnejším ohraničením v CFD analýzach je počet elementov siete (a uzlových bodov). V každej iterácii výpočtu sa vyhodnocuje hydrodynamický stav elementov jednotlivo, a ich nadmerný počet môže enormne zvýšiť výpočtovú náročnosť a strojový čas. Z toho dôvodu je potrebné udržať počet elementov podľa možnosti na minime, ale nie na úkor presnosti výpočtu.

O kvalitnej sieti hovoríme, keď elementy majú rovnakú veľkosť, sú geometricky pravidelné a ich rozloženie je tiež pravidelné v diskretizovanej oblasti. Vhodnou voľbou veľkosti elementov sa zabezpečuje zachytenie hydrodynamických vlastností prúdenia, pre rozmery sú však rozhodujúce rýchlosti (12).

3. METÓDY RIEŠENIA PARCIÁLNYCH DIFERENCIÁLNYCH ROVNÍC CFD

Bolo vyvinuté veľké množstvo numerických metód, ktoré sú určené na riešenie nejakého konkrétneho fyzikálneho problému. Ich uplatnenie závisí jednak od vhodnosti metódy na riešenie danej problematiky, ako aj od histórie vývoja.

Nahradením geometrie skúmanej oblasti sieťou vygenerovaných uzlových bodov sa diskretizuje priestor prúdenia pre výpočet a tým sa umožňuje, aby sa rovnice prúdenia previedli na algebraické rovnice.

Riešenia diferenciálnych a integrálnych rovníc prúdenia spôsobom diskretizácie sa uskutočňujú cez rôzne metódy, z ktorých najrelevantnejšia pre náš prípad skúmania je metóda konečných prvkov.

Metóda konečných prvkov (FEM - Finite Element Method) – metóda, ktorá používa prvky (elementy) namiesto kontrolných objemov. Na prvky sa aplikujú zákony bilancovania, aby sa určili veličiny prúdového poľa v uzlových bodoch prvkov. Táto metóda používa pri riešení aj interpolačné štruktúry pre zabezpečenie vzájomnej závislosti uzlových bodov.

Pre riešenie algebraických rovníc sa vypracuje optimálny algoritmus (schéma) riešenia, ktorý je základom pre vývoj programového vybavenia na počítači. Schémy majú charakter iteračného procesu a môžu byť explicitné alebo implicitné. Praktické riešenie sa realizuje pomocou softvéru a musí postupne konvergovať k exaktnému riešeniu. Cieľom je dosiahnutie minimálneho rozdielu od exaktného výsledku (13).

4. MODELÝ PRE TURBULENTNÉ PRÚDENIE TEKUTÍN

Numerické modelovanie turbulentných prúdení je stále v procese výskumu a vývoja, pričom je podporovaný najnovšími poznatkami matematiky, fyziky a technických výpočtových metód. Neexistuje však univerzálny model turbulencie, ktorý je pre všetky prípady všeobecne a efektívne použiteľný. Pre výber najvhodnejšieho

modelu pre konkrétny výpočtový prípad je nutné zvážiť možnosti a obmedzenia jednotlivých numerických modelov. Turbulentné vírenie sa charakterizuje dĺžkovým a rýchlostným merítkom a pre rôzne oblasti merítok sú vhodné nasledovné metódy.

4.1 Priama numerická simulácia (DNS - Direct Numerical Simulation)

Táto metóda je vhodná na priame riešenie širokej oblasti veľkostí turbulentných vírení, je založená na riešení Navier-Stokesových rovníc. Nemodeluje vírenia, ale turbulencie zachytáva riešením rovníc s vysokou presnosťou, čo vyžaduje veľmi jemnú sieť. Priama numerická simulácia poskytuje dokonalé zmapovanie fyzikálnych javov v prúdiacej tekutine, a jej výsledky sa považujú za ekvivalentné výsledkom experimentov. Veľký počet elementov siete a časovo závislý proces s veľmi malými krokmi vedie k technickej nerealizovateľnosti simulácií v inžinierskej praxi.

4.2 Metóda veľkých vírov (LES - Large Eddy Simulation)

Táto metóda rieši výlučne vírenia veľkých rozmerov, ktoré je možné zachytiť hrubšou sieťou pri väčších časových krokoch. Pre malé turbulentné vírenia sa vytvoria tzv. subgridné modely a odstraňujú sa pomocou filtrácie turbulentného poľa. Ich správna kombinácia umožňuje vytvoriť hrubšiu sieť aj v inžinierskych úlohách, ktorých riešenie je už reálne s výpočtovou technikou dnešnej doby. Závažnou nevýhodou metódy veľkých vírov je nutnosť zahustenia siete pri stenách telies v troch smeroch. Na odstránenie tohto nedostatku sa vyvinuli rôzne modifikované metódy, ako aj hybridný model RANS/LES.

4.3 Metóda časového priemerovania (RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations)

Táto metóda, ktorá má pomerne nízke nároky na výpočtovú kapacitu, a poskytuje prijateľnú presnosť, sa stáva čoraz rozšírenejšou v inžinierskych simuláciách. Spočíva v parametrickom modelovaní turbulentného prúdenia časovo spriemerovanými hodnotami fyzikálnych veličín Reynoldsovou metódou. Pre rôzne špecifické typy úloh sa vytvorilo niekoľko metód RANS, ktoré zjednodušujú modelovanie vírení pomocou pridaných transportných rovníc. Existuje aj metóda označovaná ako DES (Detached Eddy Simulation), ktorá je prechodom medzi metódami RANS a LES. Umožňuje skombinovať výhody numerických metód modelovania LES a RANS.

Niektoré metódy časového priemerovania pracujú na základe metódy Reynoldsových napätí (RSM), ďalšie sú založené na princípoch Boussinesquovho hypotézy turbulentnej viskozity (napr. $k - \varepsilon$ a $k - \omega$). Výsledky vypočítané metódami RANS by mali byť skonfrontované s publikovanými výsledkami, alebo mala by sa vykonať ich validácia experimentom.

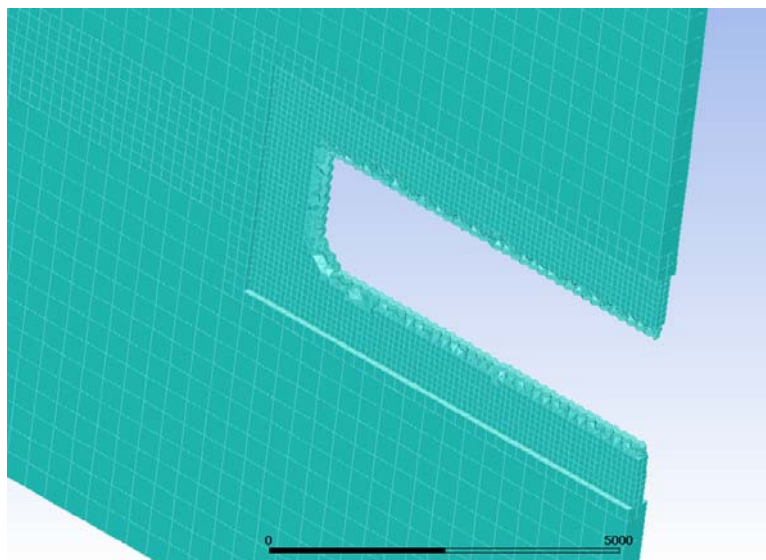
Vhodná optimalizačná metóda musí byť zvolená a konkrétna optimalizačná úloha bude sformulovaná až po presnom určení maximalizovaných a minimalizovaných veličín (parametre lode) a ohraničujúcich podmienok (obmedzenia vodnej cesty, ekonomické ciele, atď.). Zásadný vplyv má aj množstvo výsledkov technických analýz a spôsob ich spracovania (12).

5. ZÁVER

Tvorba priestorovej CFD domény pre analýzy plavebných vlastností plavidiel sa obyčajne začína v niektorom 3D modelovacom programe. Vytvorí kváder s vybratím zodpovedajúcim negatívnemu tvaru trupu. Skúma sa obtekanie, to znamená, že to je prípad vonkajšieho prúdenia z hľadiska CFD. Modeluje sa len jedna polovica priestoru, lebo v týchto prípadoch sa môže aplikovať okrajová podmienka symetrie v osovej rovine (XZ) lode.

V ďalšom kroku sa po vložení 3D modelu do CFD systému trojrozmerné teleso domény nahradí vhodnou výpočtovou sieťou, špecifickou pre danú úlohu. Sieť sa zahusť v kritických oblastiach, vytvoria sa špeciálne elementy v medznej vrstve a v prechodných oblastiach

Detailnejší pohľad na vnútornú štruktúru takejto siete poskytuje obrázok 1 v pričnom reze. Dajú sa rozoznať jednotlivé špeciálne typy elementov – prizmatické v medznej vrstve, pyramídové v prechodnej oblasti a štruktúrované okolie tvorené šesťstenmi rôznej hustoty.



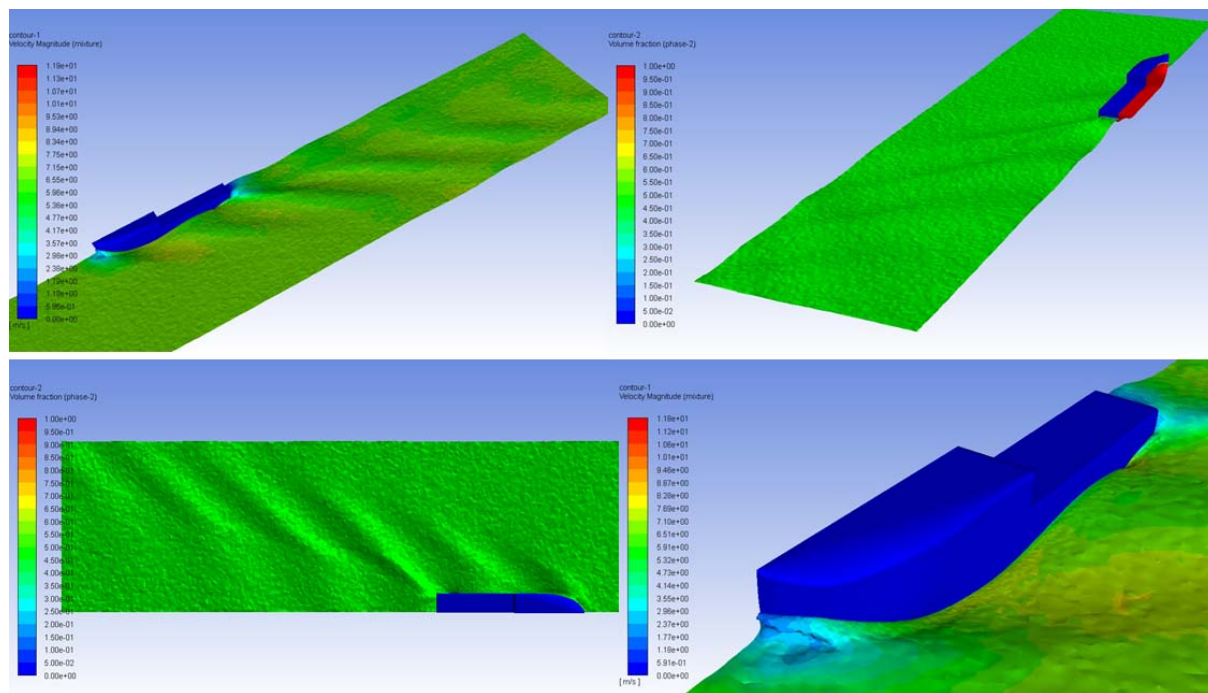
Zdroj: Autor

Obr. 1 – Vnútorná štruktúra 3D siete s rôznymi oblasťami

Po úspešnom vytvorení siete požadovanej kvality sa nakonfiguruje výpočtová doména na základe vstupných parametrov a špeciálne pre daný typ analýzy. Keď je

systém správne nakonfigurovaný, spustí sa tranzientná úloha a v ďalšom sa sleduje konvergencia výpočtu až do ukončenia.

Na obrázku 2 je zobrazené výsledné vlnové pole plavidla v rôznych pohľadoch. Je to príklad CFD analýzy lodného trupu, kde boli skúmané fyzikálne vlastnosti obtekania.



Zdroj: Autor

Obr. 2 – Príklady výstupov z CFD simulácie obtekania plavidla – vlnový obrazec v rôznych pohľadoch

Okrem toho sme zisťovali odpor trupu pri určitých konštantných rýchlostiach plavby. Tieto testy sú dôležité kvôli komparácii s inými plavidlami, u ktorých už boli vykonané aj modelové skúšky a s ktorými výsledky môžeme konfrontovať. Postupnou „kalibráciou“ konfigurácie CFD úlohy, ako sú rozmery a proporcie výpočtovej domény, parametre siete, medzná vrstva, okrajové podmienky, inicializačné parametre, výpočtový model a numerické metódy vieme spresniť výsledok a docieľiť presnosť výsledkov $\pm 5\%$. Takéto odchýlky od výsledkov iných zdrojov sú uspokojujúce a presnosť CFD analýzy je dostatočná pre vykonanie optimalizačných úloh.

POUŽITÁ LITERATURA

- (1) GALIERIKOVA, A., SOSEDOVA, J. Environmental aspects of transport in the context of development of inland navigation. In: Ekológia (Bratislava). - ISSN 1335-342X. - Vol. 35, iss. 3 (2016), s. 279-288.

- (2) AGUIAR, F-C., BENTZ, J., SILVA, J-M.N., FONSECA, A-L., SWART, R., SANTOS, F-D., PENHA-LOPES, G. Adaptation to climate change at local level in Europe: An overview. *Environmental Science & Policy*. Volume 86. 2018. Pages 38-63. ISSN 1462-9011. <https://doi.org/10.1016/j.envsci.2018.04.010>.
- (3) LOBANOVA, A., LIERSCH, S., NUNES, J.P., DIDOVETS, I., STAGL, J., HUANG, S., KOCH, H., LOPEZ, M.R.R., MAULE, C.F., HATTERMANN, F., KRYSANOVA, V. Hydrological impacts of moderate and high-end climate change across European river basins. *Journal of Hydrology: Regional Studies*. Volume 18. 2018. Pages 15-30. ISSN 2214-5818. <https://doi.org/10.1016/j.ejrh.2018.05.003>.
- (4) DANUBE COMMISSION. Market observation for Danube navigation. Result in 2017. 2018
- (5) SUGALSKI, K., SKRUCANY, T. Grid type impact on the results of the volume of fluid method in the free surface flow calculations around ship hull. In: *New trends in production engineering : proceedings of the international conference*. - ISSN 2545-2843 (online). - Varšava: De Gruyter Poland. - s. 151-157.
- (6) ZHAO, L.-e. Optimal ship forms for minimum total resistance in shallow water. *Schr. Schiffbau* (1984). p. 445. 10.15480/882.930
- (7) SAHA, G.K., SUZUKI, K., KAI, H. Hydrodynamic optimization of ship hull forms in shallow water. *J. Mar. Sci. Technol.* 9 (2004). pp. 51-62, 10.1007/s00773-003-0173-3.
- (8) ROTTEVEEL, E., HEKKENBERG, R. PLOEG, A. Inland ship stern optimization in shallow water. *Ocean Engineering*. Volume 141. 2017. Pages 555-569. ISSN 0029-8018.
- (9) STOPKA, O., ZITRICKY, V., ABRAMOVC, B., MARINOV, M., RICCI, S. Innovative Technologies for sustainable passenger transport. *Journal of advanced transportation*. Volume 2019, 2 pages. DOI: 10.1155/2019/4197246.
- (10) GANCO, M., *Mechanika tekutín (Skriptum)*, ALFA Bratislava (1983), 63-745-83
- (11) DOUGLAS, J.F., GASIOREK, J.M., SWAFFIELD, J.A., JACK, L.B., *Fluid mechanics*. Fifth edition, Pearson Education Limited, Harlow (2005), ISBN-13: 978-0-13-129293-2
- (12) KUDELAS, D., *Základy počítačového modelovania prúdenia a vizualizácií (Manuscript)*, Fakulta BERG TU v Košiciach. 2017.
- (13) MOLNAR, V., *Počítačová dynamika tekutín – Interdisciplinárny prístup s aplikáciami CFD*, STU v Bratislave (2011), ISBN 978-80-8106-048-9