

# STANOVENÍ ROBUSTNOSTI SILNIČNÍCH SÍTÍ A NÁVRHY PRO JEJICH ZLEPŠENÍ

## DETERMINING ROAD NETWORK ROBUSTNESS AND PROPOSALS FOR ITS IMPROVEMENT

Zuzana Křivánková<sup>1</sup>, Michal Bíl<sup>2</sup>, Rostislav Vodák<sup>3</sup>, Jiří Sedoník<sup>4</sup>

*Anotace: V příspěvku je aplikována metoda pro stanovení robustnosti sítě na dvě části silniční sítě Zlínského kraje. Dále je ukázáno, jak lze tuto metodu použít při návrhu nových spojení, které mají za cíl maximálně zvýšit jejich robustnost. Výsledkem výpočtů je návrh několika alternativ, jež mohou být k dispozici expertovi pro konečný výběr vhodného spojení.*

*Klíčová slova: silniční sítě, robustnost, nová spojení*

*Summary: A method for measuring network robustness is applied to two parts of the Zlín region road network. We demonstrate how this method can be used to design new road links whose objective is a maximum increase in the entire network robustness. The computation results are several alternatives which should help experts make a final decision when choosing the most suitable link.*

*Key words: road networks, robustness, new connections*

### ÚVOD

Obslužnost území nelze zajistit bez spolehlivé silniční sítě. Spolehlivost sítí zahrnuje odolnost proti následkům incidentů, které se na síti každodenně odehrávají a jsou obvykle vzájemně nezávislé. Jedná se především o dopravní nehody, plánované a neplánované uzavírky nebo o přerušení dopravy v důsledku katastrof, jakými jsou povodně či sesuvy. Různé kombinace těchto událostí mají na síť větší či menší dopad. Jejich dopad na robustnější síť bude ale menší než na síť méně robustní.

Robustností rozumíme schopnost sítě zachovat si určitou funkčnost v případě poškození (2), (3), (4), (7) a tuto funkčnost měříme pomocí vhodně zvolené účelové funkce (7).

<sup>1</sup> Mgr. Zuzana Křivánková, Centrum dopravního výzkumu, v. v. i., Líšeňská 33a, 63600 Brno, tel.: + 420 541 641 292, E-mail: [zuzana.krivankova@cdv.cz](mailto:zuzana.krivankova@cdv.cz)

<sup>2</sup> RNDr. Michal Bíl, Ph.D., Centrum dopravního výzkumu, v. v. i., Líšeňská 33a, 63600 Brno, tel.: + 420 541 641 795, E-mail: [michal.bil@cdv.cz](mailto:michal.bil@cdv.cz)

<sup>3</sup> RNDr. Rostislav Vodák, Ph.D., Univerzita Palackého v Olomouci, Přírodovědecká fakulta, Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky, 17. Listopadu 12, 771 46 Olomouc, tel.: + 420 585 634 604, E-mail: [rostislav.vodak@upol.cz](mailto:rostislav.vodak@upol.cz); Centrum dopravního výzkumu, v. v. i., Líšeňská 33a, 63600 Brno.

<sup>4</sup> Mgr. Jiří Sedoník, Centrum dopravního výzkumu, v. v. i., Líšeňská 33a, 63600 Brno, tel.: + 420 541 641 293, E-mail: [jiri.sedonik@cdv.cz](mailto:jiri.sedonik@cdv.cz)

Základním předpokladem hodnocení robustnosti je posouzení topologie dané sítě. V případě reálných sítí nezpůsobí malý počet současně přerušených úseků žádné závažné komplikace. Je to z toho důvodu, že z množství všech kombinací možných přerušení a jejich následků, představují ty nejhorší jenom malou část, a tedy je velmi málo pravděpodobné, že k takovému scénáři dojde. Nicméně je třeba počítat s tím, že běžně se vyskytující přerušení (uzavírky, dopravní nehody) mohou být doplněny dalšími více či méně katastrofickými událostmi, které mohou mít na síť velký dopad (6). Důležitý je také původ přerušení, zda se jedná o více či méně náhodnou událost nebo o záměrný útok (např. (1)).

Z dat JSDI (Jednotný systém dopravních informací) vyplývá, že v roce 2013 byly na území Zlínského kraje průměrně 3 úseky zcela uzavřené. Jedná se o relativně malé číslo, nicméně je třeba si uvědomit, že v případě málo robustní sítě (případně jejích částí) může dojít k rozpadu takové sítě až do čtyř vzájemně nepropojených komponent, a to i bez přítomnosti nějaké další události. Proto je vhodné mít nástroj pro zhodnocení celkové robustnosti sítě, ale i návrhy pro její zlepšení. Prvním nástrojem ohodnotíme síť jedním číslem a pomocí druhého vybereme nové optimální spojení, které nejvíce zvýší stávající robustnost sítě.

Cílem našeho příspěvku je tedy ukázat nejen způsob, kterým lze měřit robustnost sítí, ale i postup návrhu nových spojení tak, aby se celková robustnost sítí co nejvíce zlepšila.

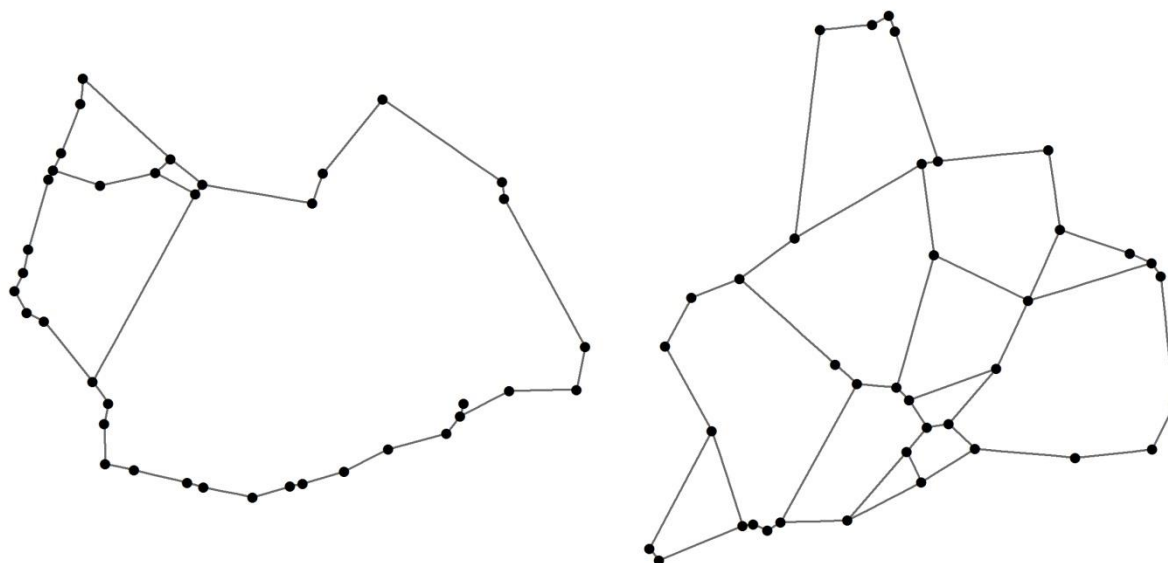
## 1. DATA A METODY

V této kapitole zmíníme zdroje použitých dat a představíme jejich vhodnou interpretaci pro další výpočet. Dále si uvedeme dvě metody pro výpočet robustnosti sítě a budeme se věnovat jejich stochastickému pozadí, které nám umožňuje použít Monte Carlo metody pro jejich přibližný výpočet.

### 1.1 Data

V současné době je k dispozici několik datových sad, které zobrazují v různé míře detailu silniční síť. V této analýze byla použita data silniční sítě spravovaná Ředitelstvím silnic a dálnic, silniční databankou Ostrava. Výhodou těchto dat je skutečnost, že obsahují pouze silnice do úrovně třetích tříd a jsou tedy vhodnější pro sledování spojení mimo zastavěná území (v extravilánu). Pokud bychom se chtěli zabývat např. hodnocením dostupnosti v intravilánech, potom jsou tato data málo podrobná a bylo by vhodnější zvolit data StreetNet od společnosti CEDA.

Pro demonstraci metod byly vybrány dvě podsítě Zlínského kraje (viz Obr. 1). Pro následnou analýzu je nutné převést silniční síť do grafu, kdy menší obce a důležité křižovatky jsou zastoupeny vrcholy a jejich spojující komunikace jsou reprezentovány hranami. Vrcholy obou sítí jsou v geograficky shodných pozicích jako ve skutečnosti, ale hrany mají zjednodušený průběh. V podstatě se jedná o úsečky spojující sousední vrcholy. Tyto linie jsou ve skutečnosti komunikace, které mají různý průběh v závislosti na členitosti reliéfu. Pro názornost je ale vhodnější použít této zjednodušené sítě, kde všechny hrany jsou obousměrné. Hrany grafu jsou ohodnoceny jak délkou příslušného úseku, tak časem jeho projetí.



Zdroj: Autoři

Obr. 1 - Dvě podsítě Zlínského kraje reprezentované grafy s 38 vrcholy a 41 hranami (vlevo, část 1) resp. 49 hranami (vpravo, část 2).

V případě výše uvedených sítí jsme nepracovali s uliční sítí, kde jsou jednosměrné komunikace velmi četné ve srovnání s extravilánem.

## 1.2 Metody

### 1.2.1 Metoda propojenosti grafu

Označme  $G_k^{(i)}$ ,  $k = 1, \dots, M$ ,  $i = 1, \dots, \binom{M}{k}$ , graf s  $k$  neprůjezdnými hranami, kde  $i$  identifikuje  $i$ -tou  $k$ -tici hran. Celkový počet kombinací je  $\binom{M}{k}$ , kde  $M$  je celkový počet hran. *Koeficient propojení*  $S_k(G_k^{(i)})$  (5) definujeme jako poměr propojených dvojic vrcholů ke všem dvojicím vrcholů v grafu, tj.

$$S_k(G_k^{(i)}) = \frac{|\{(u, v) : u \sim v \text{ v } G_k^{(i)}\}|}{N(N-1)/2}, k = 1, \dots, M, i = 1, \dots, \binom{M}{k}, \quad (1)$$

kde  $N$  je počet vrcholů a  $u \sim v$  znamená, že vrcholy  $u$  a  $v$  jsou propojené.  $S_k(G_k^{(i)})$  lze také interpretovat stochasticky jako pravděpodobnost, že jeden náhodně vybraný pár vrcholů je v grafu propojen. Míru robustnosti  $\bar{S}_k$  grafu  $G$  pro dané  $k$  pak spočítáme jako aritmetický průměr:

$$\bar{S}_k = \frac{1}{\binom{M}{k}} \sum_{i=1}^{\binom{M}{k}} S_k(G_k^{(i)}). \quad (2)$$

### 1.2.2 Metoda rozdělení délek nejkratších cest

Rozdělení délek nejkratších cest  $F_k(x; G_k^{(i)})$  (5) definované vztahem

$$F_k(x; G_k^{(i)}) = \frac{|\{(u, v) : |d_{uv}| \leq x\}|}{N(N-1)/2}, k = 1, \dots, M, i = 1, \dots, \binom{M}{k} \quad (3)$$

udává relativní četnost dvojic vrcholů v  $G_k^{(i)}$  s délkou nejkratší cesty  $d_{uv}$  menší než  $x$ . Spočítá se tedy jako podíl počtu těchto dvojic vrcholů a počtu všech dvojic vrcholů v grafu. Význam hodnot  $k, i, N$  a  $M$  zůstává stejný jako v předchozí metodě. Robustnost grafu opět určíme jako aritmetický průměr:

$$\bar{F}_k(x) = \frac{1}{\binom{M}{k}} \sum_{i=1}^{\binom{M}{k}} F_k(x; G_k^{(i)}). \quad (4)$$

### 1.2.3 Aplikace metody Monte Carlo

Naším cílem bude zkoumat změny středních hodnot  $\bar{S}_k$  a  $\bar{F}_k$  pro rostoucí  $k$ , což nám umožní získat informace o robustnosti a struktuře sítě. Platí totiž, že čím větší jsou hodnoty  $\bar{S}_k$  a  $\bar{F}_k$  pro daná  $k$ , tím větší je robustnost sítě.

Nyní se podívejme na způsob výpočtu hodnot  $\bar{S}_k$  a  $\bar{F}_k$ . Z jejich definice je zřejmé, že pro vyšší počet neprůjezdných hran bude výpočet velmi náročný a dlouhý. Např. v části 2 Zlínského kraje existuje 1 906 884 způsobů, jak vybrat 5 hran ze 49, 85 900 584 způsobů, jak vybrat 7 hran, a pro 10 hran je počet kombinací větší než 8,2 miliard. Pokud se ale na hodnoty  $\bar{S}_k$  a  $\bar{F}_k$  podíváme jako na střední hodnoty funkcí náhodné veličiny  $I$ , jejíž hodnoty reprezentují  $k$ -tice neprůjezdných hran, tak lze spočítat hodnoty  $\bar{S}_k$  a  $\bar{F}_k$  s libovolnou přesností pomocí metody Monte Carlo, která nám bude náhodně generovat  $k$ -tice neprůjezdných hran a počítat hodnoty  $S_k(G_k^{(i)})$  a  $F_k(x; G_k^{(i)})$ . Výpočet ukončíme po  $R$  krocích. Podle empirických zkušeností by hodnota  $R$  měla být minimálně 10 000. Výsledkem pak budou následující hodnoty hodnot (2) a (4):

$$\hat{S}_k = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R S_k(G_k^{(i)}), \quad (5)$$

$$\hat{F}_k(x) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R F_k(x; G_k^{(i)}), \quad (6)$$

které aproximují hodnoty  $\bar{S}_k$  a  $\bar{F}_k(x)$ .

S použitím výše uvedených metod a jejich výpočtu se můžeme dále pokusit zvýšit robustnost dané sítě přidáním jedné hrany, tzn. návrhem na vybudování nové komunikace tak, aby zvýšení robustnosti dané sítě bylo co největší. Tento proces může mít některá omezení. V našem případě nové hrany přidáváme jen mezi stávajícími vrcholy sítě, takže nevzniknou žádné nové křižovatky. Rovněž nepovolujeme takovou komunikaci, která by překřížila již existující hranu. Ze stejných důvodů je logickým požadavkem stavět nové úseky silnic jen do určité délky. Tato kritéria mohou být různě modifikována, případně mohou být přidávána další. Na podstatu vlastních metod však nemají vliv.

Výslednou hodnotu zlepšení  $\Delta\hat{S}$ , resp.  $\Delta\hat{F}$ , určíme v závislosti na zvolené metodě jako součet čtverců rozdílů  $\hat{S}_k^1$  resp.  $\hat{F}_k^1$  sítě s přidanou hranou a  $\hat{S}_k$  resp.  $\hat{F}_k$  původní sítě pro všechna  $k$  ze zadané množiny  $K$ . Abychom obdrželi jako výslednou hodnotu  $\Delta\hat{F}$  jedno číslo, sečteme ještě hodnoty z celého vektoru pro všechna  $x$  ze zadané množiny  $L$ . Pak platí, že čím je vypočítaná odchylka větší, tím větší je zlepšení. Pro  $\Delta\hat{S}$  a  $\Delta\hat{F}$  tedy platí následující vztahy:

$$\Delta\hat{S} = \sum_{k \in K} \left( \hat{S}_k^1 - \hat{S}_k \right)^2, \quad (7)$$

$$\Delta\hat{F} = \sum_{x \in L} \sum_{k \in K} \left( \hat{F}_k^1(x) - \hat{F}_k(x) \right)^2. \quad (8)$$

## 2. VÝSLEDKY

V této kapitole se podíváme jak na výsledky ohledně robustnosti našich dvou sítí, tak na výsledky ohledně zvýšení jejich robustnosti pomocí vhodně přidané hrany. Hrany budou přidávány tak, aby nezkřížily již existující hrany. Podíváme se také na případy, kdy délka nově přidané hrany je omezena na 5 km a kdy je bez omezení. Ve všech případech uvedeme 5 nově přidaných hran, které byly vyhodnoceny jako nejlepší. Metody byly naprogramovány v prostředí Scilab (8).

### 2.1 Robustnost sítí

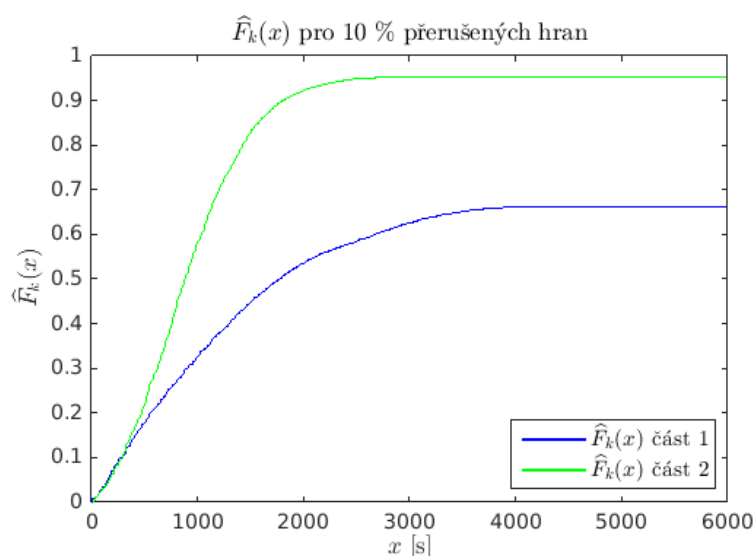
Uvedené metody jsme aplikovali pro  $\hat{S}_k$  i  $\hat{F}_k(x)$  s 0, 10, 20, ..., 50 % přerušenými hranami. Všechny metody určily část 2 Zlínského kraje jako robustnější než část 1, což je jasně patrné i ze samotného obrázku č. 1. Nicméně je důležité zdůraznit, že naše metody jsou schopny rozdíl v robustnosti také kvantifikovat. Shrnutí dosažených výsledků lze nalézt v následující tabulce

Tab. 1 - Hodnoty  $\hat{S}_k$  části 1 a části 2 ZLK

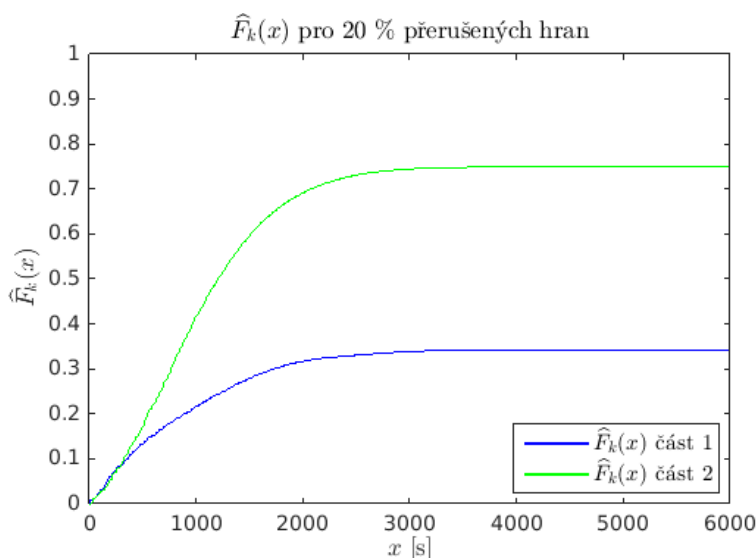
	0 %	10 %	20 %	30 %	40 %	50 %
část 1	1	0,6621	0,3410	0,1935	0,1166	0,0730
část 2	1	0,9523	0,7495	0,4473	0,2314	0,1202

Zdroj: Autoři

a na následujících obrázcích, kde jsou zobrazeny hodnoty  $\hat{F}_k(x)$  pro 10 % a 20 % přerušených hran.



Zdroj: Autoři

Obr. 2 - Srovnání  $\hat{F}_k(x)$  částí Zlínského kraje pro 10 % přerušených hran

Zdroj: Autoři

Obr. 3 - Srovnání  $\hat{F}_k(x)$  částí Zlínského kraje pro 20 % přerušených hran

Z dosažených výsledků lze usoudit, že část 2 Zlínského kraje je mnohem robustnější než část 1. Zatímco po přerušení 10 % hran se koeficient  $\hat{S}_k$  části 2 blíží k 1, propojenost části 1 klesla až k 0,6621. Přerušíme-li 20 % hran, zůstane v části 1 propojena jen asi třetina vrcholů, zatímco v části 2 jsou to stále téměř tři čtvrtiny. Taktéž z grafů pro  $\hat{F}_k(x)$  pozorujeme, že hodnoty pro část 2 jsou výrazně vyšší než pro část 1, což značí výrazně vyšší počet nejkratších cest, kratších než daná délka.

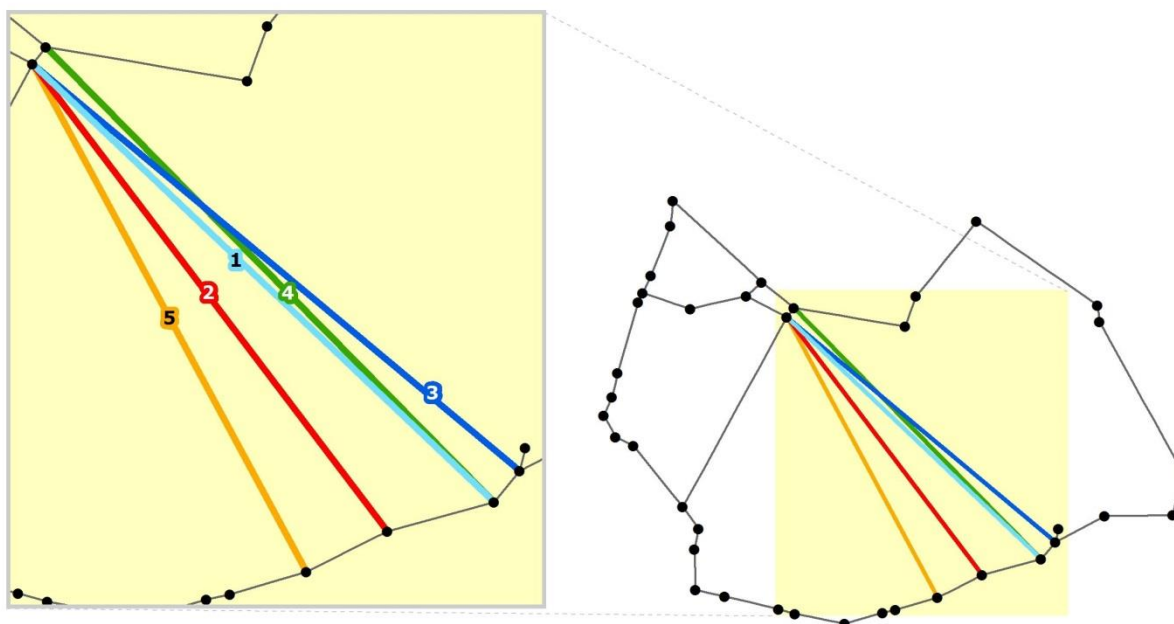
## 2.2 Návrhy nových spojení

Výsledné návrhy nejlepších pěti nových hran jsou uvedeny v následujících tabulkách a zakresleny na obrázcích. Sloupce „z“ a „do“ obsahují identifikační čísla vrcholů, mezi kterými hrany vedou. Délka přidávaných hran nebyla v prvním případě omezena, ve druhém případě jsme stanovili maximální délku přidávané komunikace na 5 km.

Tab. 2 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou propojenosti bez omezení délky hrany

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	2541A016	2523A043	14350,05	0,2188
2	2541A015	2523A043	13539,67	0,2179
3	2541A017	2523A043	14543,33	0,2146
4	2541A016	2523A034	14293,18	0,2138
5	2541A013	2523A043	13381,57	0,2117

Zdroj: Autoři



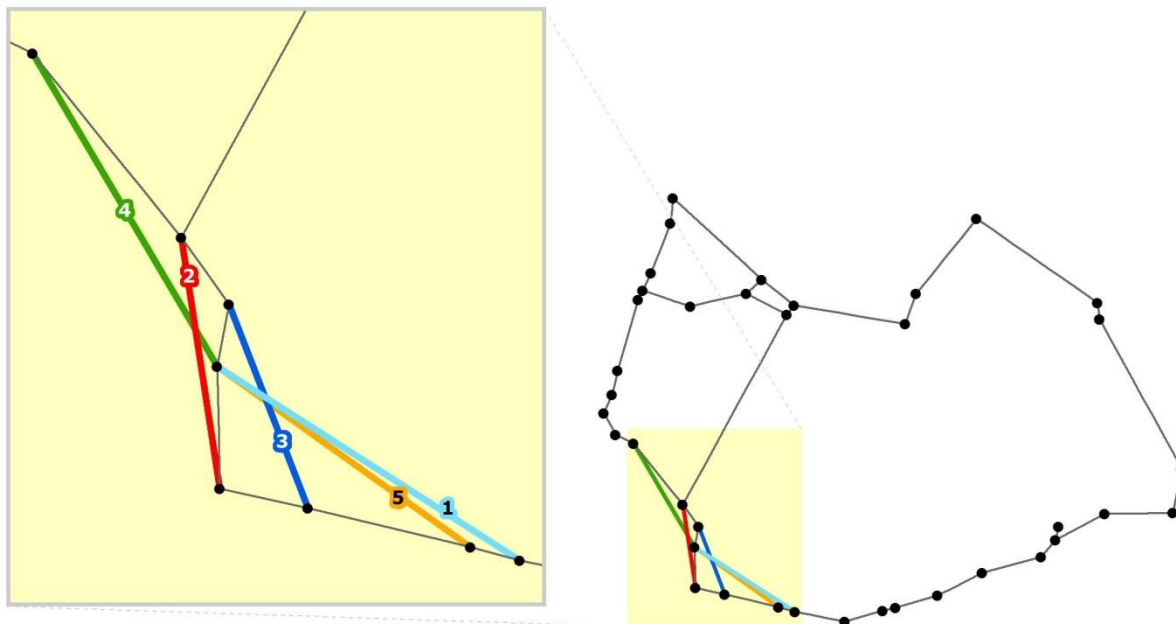
Zdroj: Autoři

Obr. 4 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou propojenosti bez omezení délky hrany

Tab. 3 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou propojenosti s omezením délky hrany 5 km

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	2541A044	2541A009	4914,96	0,0431
2	2541A002	2532A011	3466,89	0,0406
3	2541A007	2541A004	2984,11	0,0327
4	2541A044	2532A109	4965,91	0,0273
5	2541A044	2541A008	4827,67	0,0272

Zdroj: Autoři



Zdroj: Autoři

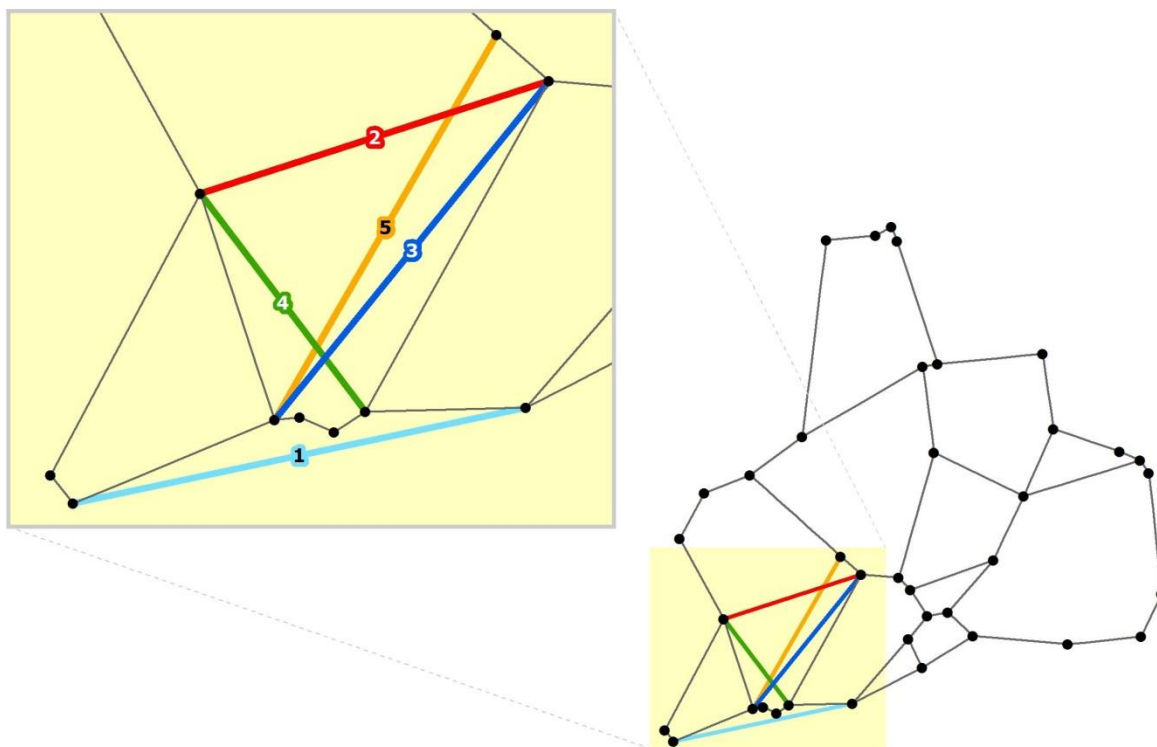
Obr. 5 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou propojenosti s omezením délky hrany 5 km

Tab. 4 - Nejlepší výsledky v části 2 metodou propojenosti bez omezení délky hrany

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	3512A014	2534A026	7544,06	0,0848
2	2534A032	2534A021	5972,25	0,0779
3	2534A004	2534A021	7112,15	0,0735
4	2534A032	2534A025	4297,87	0,0683
5	2534A020	2534A004	7253,30	0,0615

Zdroj: Autoři





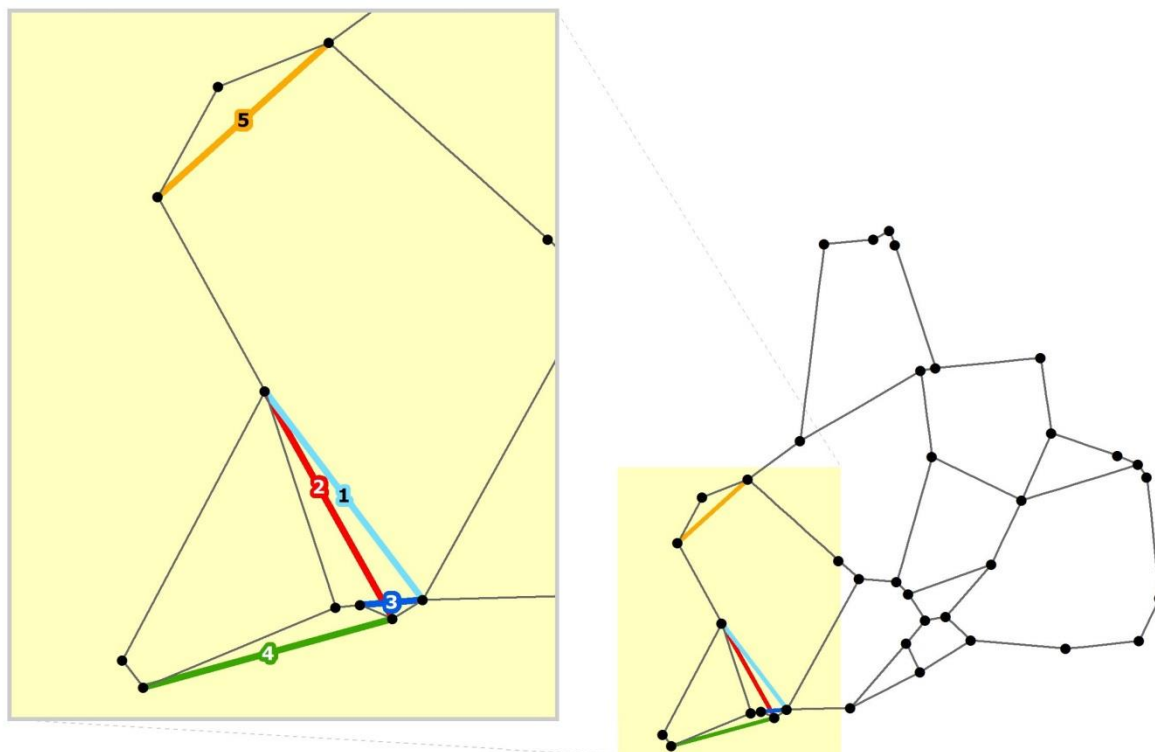
Zdroj: Autoři

Obr. 6 - Nejlepší výsledky v části 2 metodou propojenosti bez omezení délky hrany

Tab. 5 - Nejlepší výsledky v části 2 metodou propojenosti s omezením délky hrany 5 km

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	2534A032	2534A025	4297,87	0,0693
2	2534A032	2534A024	4248,18	0,0356
3	2534A005	2534A025	785,43	0,0349
4	3512A014	2534A024	4413,10	0,0318
5	2534A002	2534A003	3929,58	0,0308

Zdroj: Autoři



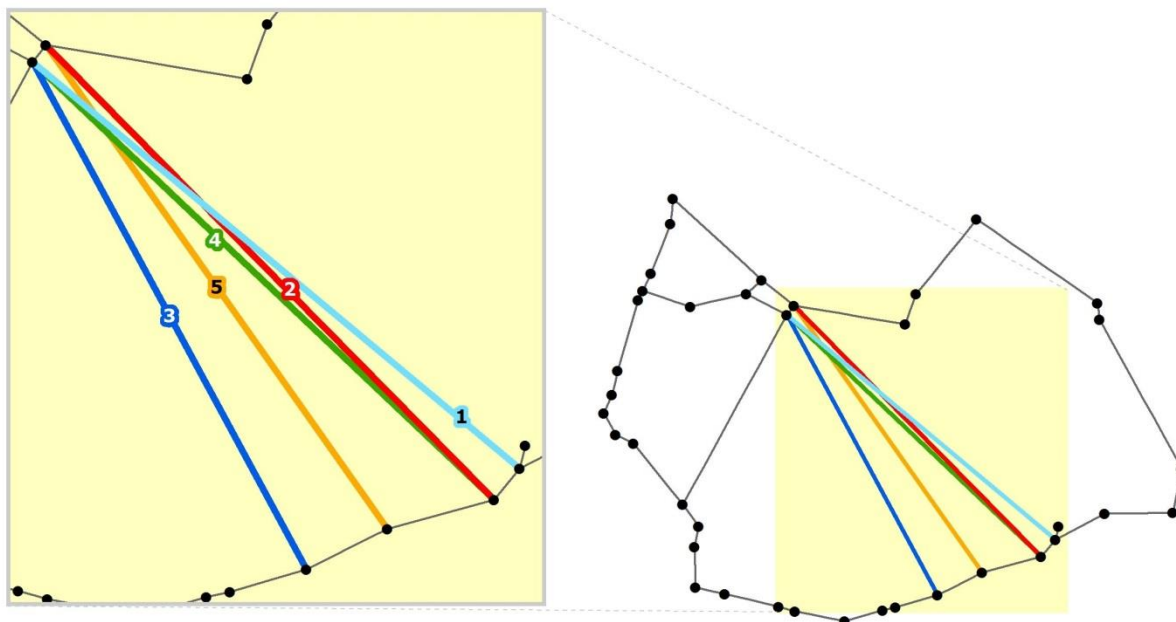
Zdroj: Autoři

Obr. 7 - Nejlepší výsledky v části 2 metodou propojenosti s omezením délky hrany 5 km

Tab. 6 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou rozdělení délek nejkratších cest bez omezení délky hrany

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	2541A017	2523A043	14543,33	33,0542
2	2541A016	2523A034	14293,18	33,0042
3	2541A013	2523A043	13381,57	32,9992
4	2541A016	2523A043	14350,05	32,6517
5	2541A015	2523A034	13539,67	32,1021

Zdroj: Autoři



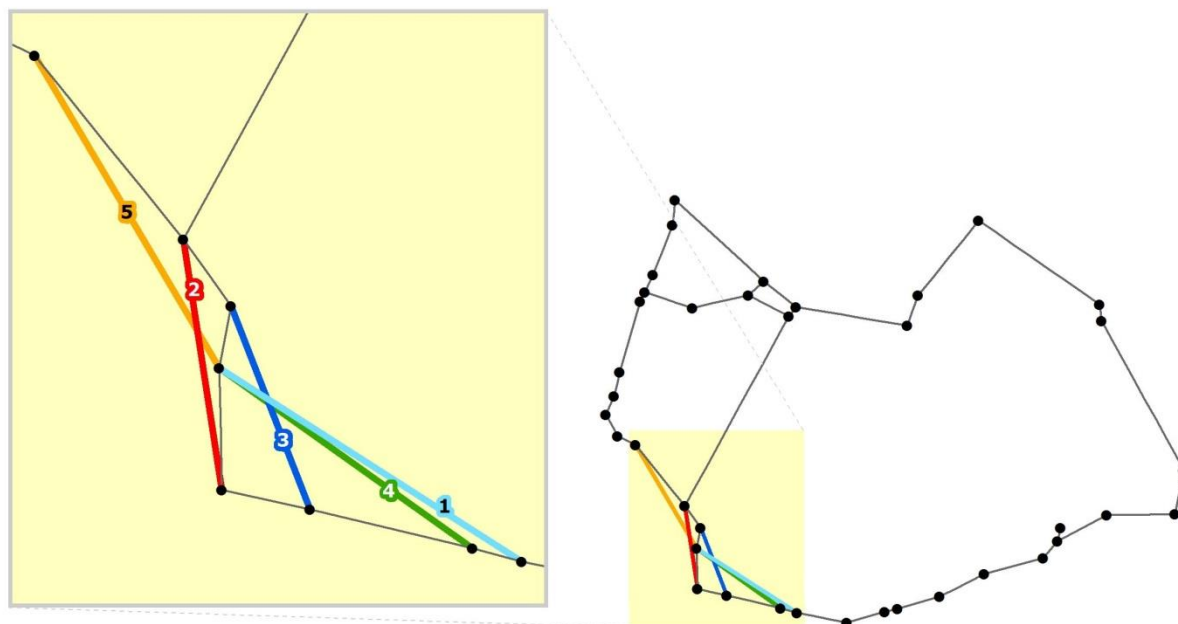
Zdroj: Autoři

Obr. 8 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou rozdělení délek nejkratších cest bez omezení délky hrany

Tab. 7 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou rozdělení délek nejkratších cest s omezením délky hrany 5 km

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	2541A044	2541A009	4914,96	5,1684
2	2541A002	2532A011	3466,89	4,6858
3	2541A007	2541A004	2984,11	4,0747
4	2541A044	2541A008	4827,67	3,6019
5	2541A044	2532A109	4965,91	3,017

Zdroj: Autoři



Zdroj: Autoři

Obr. 9 - Nejlepší výsledky v části 1 metodou rozdělení délek nejkratších cest s omezením délky hrany 5 km

Tab. 8 - Nejlepší výsledky v části 2 metodou rozdělení délek nejkratších cest bez omezení délky hrany

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	3512A014	2534A026	7544,06	14,7028
2	2534A032	2534A021	5972,25	13,8557
3	2534A004	2534A021	7112,15	13,1381
4	2534A032	2534A025	4297,87	11,6438
5	2534A020	2534A004	7253,3	11,6206

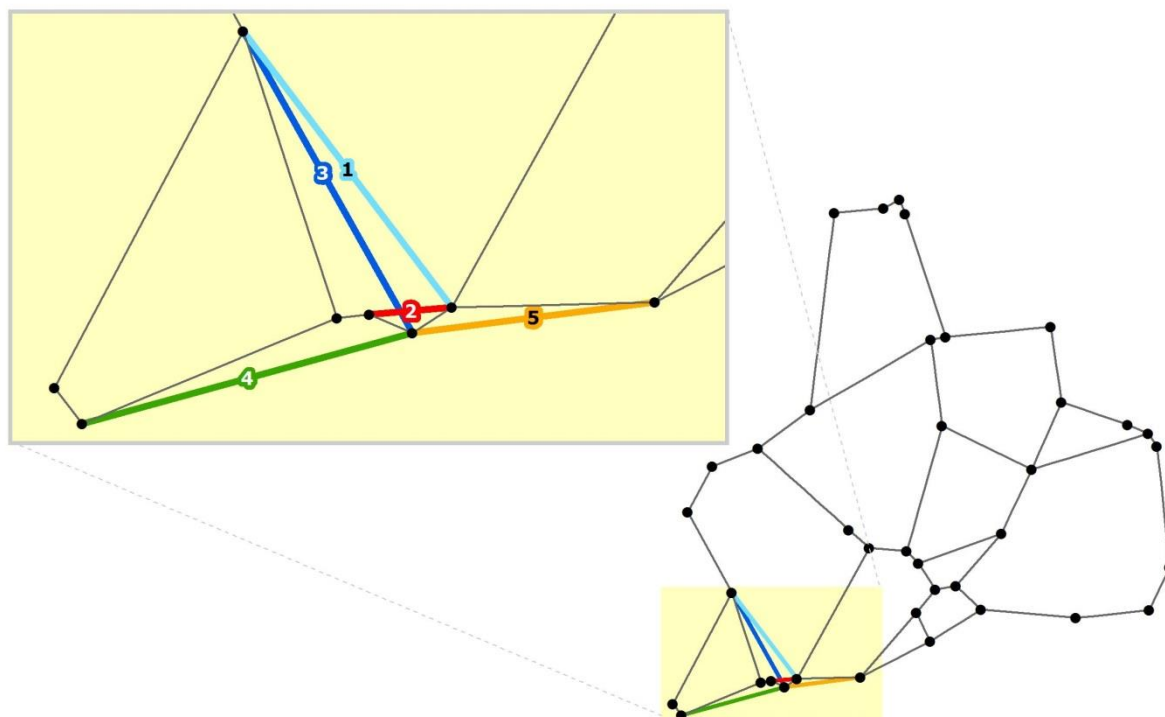
Zdroj: Autoři

Návrhy hran jsou v tomto případě totožné s návrhy metody propojenosti bez omezení délky hrany, a to včetně jejich pořadí. Viz Tab. 4 a Obr. 6.

Tab. 9 - Nejlepší výsledky v části 2 metodou rozdělení délek nejkratších cest s omezením délky hrany 5 km

č.	z	do	Délka hrany [m]	Hodnota zlepšení
1	2534A032	2534A025	4297,87	9,0767
2	2534A005	2534A025	785,43	5,392
3	2534A032	2534A024	4248,18	5,1366
4	3512A014	2534A024	4413,10	4,4062
5	2534A024	2534A026	3191,48	4,0422

Zdroj: Autoři



Zdroj: Autoři

Obr. 10 - Nejlepší výsledky v části 2 metodou rozdělení délek nejkratších cest s omezením délky hrany 5 km

Výsledky jednotlivých metod se často liší jen pořadím nejlepších výsledků. Z obrázků je patrné, že navržené hrany propojují vrcholy v oblastech grafů s řídkším propojením a přidání hran má tedy dobrý smysl.

Dále z výsledků plyne důraz na racionální zadání vstupních parametrů, zejména omezení délky přidávaných hran. V hustší síti (část 2) má smysl přidávat i poměrně krátké hrany (do 5 km), zatímco v řídké síti (část 1), sice přidáním kratších hran dosáhneme určitého zlepšení, ale přidávané hrany jsou většinou skoro paralelní s hranami původní sítě, což nemusí být žádoucí. Takové uspořádání není například odolné vůči událostem, které mají větší prostorový dopad, než je daná komunikace. Typicky se jedná o povodně, které zaplaví celou širší údolí, v němž může vést i paralelní komunikace.

## DISKUZE

V tomto příspěvku jsme se zabývali ukázkou možných aplikací metod pro výpočet robustnosti sítě při teoretickém návrhu možných zlepšení této robustnosti pomocí nově přidávaných hran. Nezabývali jsme se praktickou realizovatelností výsledků analýz. Je přirozené, že při praktické aplikaci by byl vždy přítomen expert, který by určil, kudy může daná silnice skutečně vést. Další omezující podmínky lze snadno do procesu optimalizace dodat, protože jsou závislé na datech, která existují (např. využití území, chráněné oblasti, vodní toky, reliéf, apod.)

Tato metoda může najít uplatnění v procesu strategie plánování výstavby nových komunikací a úseků, nikoliv nutně jenom silnic. Pro řídkší a menší sítě se jedná o vhodný nástroj pro ověření názorů expertů, pro sítě hustší a rozsáhlejší je to potom jediný dostupný instrument, jak zjistit a vylepšit jejich robustnost. Experty je pak výhodné přivolat až ve fázi vyhodnocení konkurenčních scénářů.

## ZÁVĚR

V práci byl představen teoretický způsob, pomocí kterého lze jednak hodnotit robustnost silniční sítě a jednak posuzovat a vybírat nejlepší varianty pro zvýšení její robustnosti. Pomocí konzultace s experty lze tento přístup využít jako nástroj pro praxi, kdy je cílem optimalizovat výdaje při opravách, uzavírkách a plánování nových komunikací.

*Příspěvek byl zpracován za laskavé podpory projektu TRISK - VG20102015057 „Kvantifikace rizika ohrožení dopravní infrastruktury České republiky přírodními hazardy“, poskytnutého v rámci Programu bezpečnostního výzkumu České republiky v letech 2010–2015 a projektu Dopravního VaV centra (CZ.1.05/2.1.00/03.0064). Dále děkujeme pracovníkům Silniční databanky Ostrava za poskytnutí dat silniční sítě.*

## POUŽITÁ LITERATURA:

- (1) ALBERT, R., JEONG H., BARABÁSI, A.-L. Error and attack tolerance of complex networks. *Nature*, 2000, č. 406, s. 378 - 382.
- (2) BERDICA, K. An introduction to road vulnerability: what has been done, is done and should be done. *Transport Policy*, 2002, roč. 9, č. 2, s. 117 - 127.
- (3) BÍL, M., VODÁK, R. Odolnost sítí proti následkům katastrof. *Silniční obzor*, 2013, roč. 74, s. 176 - 179.
- (4) JENELIUS, E., PETERSEN, T., MATTSSON, L. G. Importance and exposure in road network vulnerability analysis. *Transportation Research Part A*, 2006, č. 40, s. 537 - 560.
- (5) MOROHOSI, H. Measuring the network robustness by Monte Carlo estimation of shortest path length distribution. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2010, roč. 81, č. 3, s. 551 - 559.
- (6) BÍL, M., SEDONÍK, J., KUBEČEK, J., VODÁK, R., BÍLOVÁ, M., ANDRÁŠIK, R. Rizikové úseky silniční sítě – analýza zranitelnosti a ohrožení přírodními pohromami. *The Science for Population Protection*, 2014, roč. 6, č. 2, S. 1 - 19.
- (7) VODÁK, R., BÍL, M., SEDONÍK, J. Network robustness and random processes. *Physica A*, 2015, <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2015.01.056>
- (8) Scilab: Free and Open Source software for numerical computation (Windows, Version 5.5.0) [Software]. Scilab Enterprises, 2012. Dostupné z: <<http://www.scilab.org>>.