

URČENÍ SOUŘADNICE TĚŽIŠTĚ AUTOMOBILU NA SKLOPNÉ PLOŠINĚ

DETERMINING THE COORDINATES OF THE CAR'S CENTRE OF GRAVITY

Petr Jilek¹, Jan Pokorný², Ivo Šefčík³

Anotace: Článek se zabývá určením výškové souřadnice polohy těžiště experimentálního automobilu. Výšková souřadnice těžiště vozidla byla určována naklápěním automobilu na sklopné plošině kolem podélné osy. Vlivem tohoto pohybu dochází na spodní straně vozidla ke stlačování a na opačné straně k roztahování pružících jednotek.

Klíčová slova: automobil, těžiště, přeprava.

Summary: The paper deals with the determining the coordinates of the car's centre of gravity. Height of centre of gravity was determined by tilting the vehicle on the tilting platform about the longitudinal axis. Through this movement occurs compression of the suspension on the underside of the vehicle and at the same time occurs expansion of the suspension on the opposite side. The deformation causes the tilt of sprung weight against unsprung weight.

Key words: vehicle, centre of gravity, transport.

ÚVOD

Těžiště je obecně považováno jako geometrická vlastnost každého objektu. V podstatě se jedná o bod, ve kterém působí na daný hmotný objekt gravitační síla. Poloha těžiště je dána tvarem a rozložením hmoty daného tělesa.

Z výše uvedeného je patrné, že určení skutečné polohy těžiště automobilu není pouze doménou technické oblasti, ale má významný vliv i pro bezpečné a logistické zajištění dopravy. Vzhledem k legislativním předpisům vztahujícím se k provozu vozidel na pozemních komunikacích a to zejména maximální zatížitelnosti náprav vozidla je z pohledu množství a rozmístění nákladu na ložné ploše znalost polohy těžiště nezbytná pro optimalizaci přemísťování nákladu z hlediska ekonomického, časového a ekologického.

V horizontální rovině podélná souřadnice těžiště ovlivňuje hodnotu zatížení jednotlivých kol, případně náprav. Při použití stejných pneumatik pro obě nápravy, tak

¹ Ing. Petr Jilek, Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra dopravních prostředků a diagnostiky, Studentská 95, 532 10 Pardubice, tel.: +420 466 036 486, fax: +420 466 036 361, e-mail: petr.jilek@upce.cz

² Ing. Jan Pokorný, Ph.D., Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Operační program Výzkum a vývoj pro inovace, Studentská 95, 532 10 Pardubice, tel.: +420 466 038 510, fax: +420 466 036 361, e-mail: jan.pokorny@upce.cz

³ Ing. Ivo Šefčík, Ph.D., Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra dopravních prostředků a diagnostiky, Studentská 95, 532 10 Pardubice, tel.: +420 466 036 418, fax: +420 466 036 361, e-mail: ivo.sefcik@upce.cz

podélná poloha těžiště dominantně určuje přetáčivost, případně nedotáčivost vozidla při průjezdu zatáčkou. Příčná souřadnice těžiště ovlivňuje stáčivost vozidla k jedné straně, případně rotaci vozidla kolem své svislé osy při brzdění.

Výšková souřadnice těžiště při brzdění způsobí přítěžování přední a odlehčování zadní nápravy. Při průjezdu zatáčkou má vliv na zabránění překlopení vozidla vlivem působení odstředivé síly, tedy společně s rozchodem kol má významný vliv na odolnost vozidla vůči převrácení.

Určení polohy souřadnice těžiště automobilu se určuje stejně jak u osobních vozidel, tak i u nákladních vozidel nebo autobusů. Pro aktuální nedostupnost nákladního vozidla bylo pro měření použito experimentální vozidlo KDPD (obr. 1).



Zdroj: Autoři

Obr. 1 - Experimentální vozidlo KDPD

Současné parametry experimentálního vozidla jsou patrné z tabulky 1.1. Za referenční bod pro výpočet souřadnic těžiště (T_x , T_y , T_z) je volen bod působení radiální reakce Z_1 , tedy levé přední kolo.

Tab. 1 - Rozměrové parametry vozidla

Rozměr	označení	[mm]
Rozchod přední nápravy	$B1$	1435
Rozchod zadní nápravy	$B2$	1435
Vnější šíře stop	B	1620
Rozvor náprav	L	2580

Zdroj: Autoři

1. PODÉLNÁ SOUŘADNICE TĚŽIŠTĚ

Pro zjištění podélné souřadnice těžiště je nutné vycházet z rozměrů vozidla (Obr. 2) a současně je zapotřebí znát radiální reakce kol Z_i . Příslušné hodnoty radiálních reakcí se zjistí pomocí nájezdových vah umístěných pod kola vozidla (Obr. 3). Současně je nutné zajistit, aby vozidlo bylo ve vodorovné poloze. Celková tíha vozidla G a radiální reakce Z se vypočtou podle vztahu (1), kde g je tíhové zrychlení ($9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$). Tíha vozidla působí v jeho těžišti T a je v rovnováze s reakcemi vozovky Z_1 , Z_2 , Z_3 a Z_4 .

$$G = m \cdot g, \quad Z = m \cdot g \quad (1)$$

Součet $Z_1 + Z_2$ udává zatížení přední nápravy a součet radiálních reakcí $Z_3 + Z_4$ udává zatížení zadní nápravy (Tab. 2).

Tab. 2 - Parametry experimentálního vozidla

kolo	radiální reakce	hmotnost [kg]	zatížení [N]
levé přední	Z_1	229	2246
pravé přední	Z_2	230	2256
levé zadní	Z_3	251	2462
pravé zadní	Z_4	262	2570
přední náprava	$Z_1 + Z_2$	459	4502
zadní náprava	$Z_3 + Z_4$	513	5032

Zdroj: Autoři

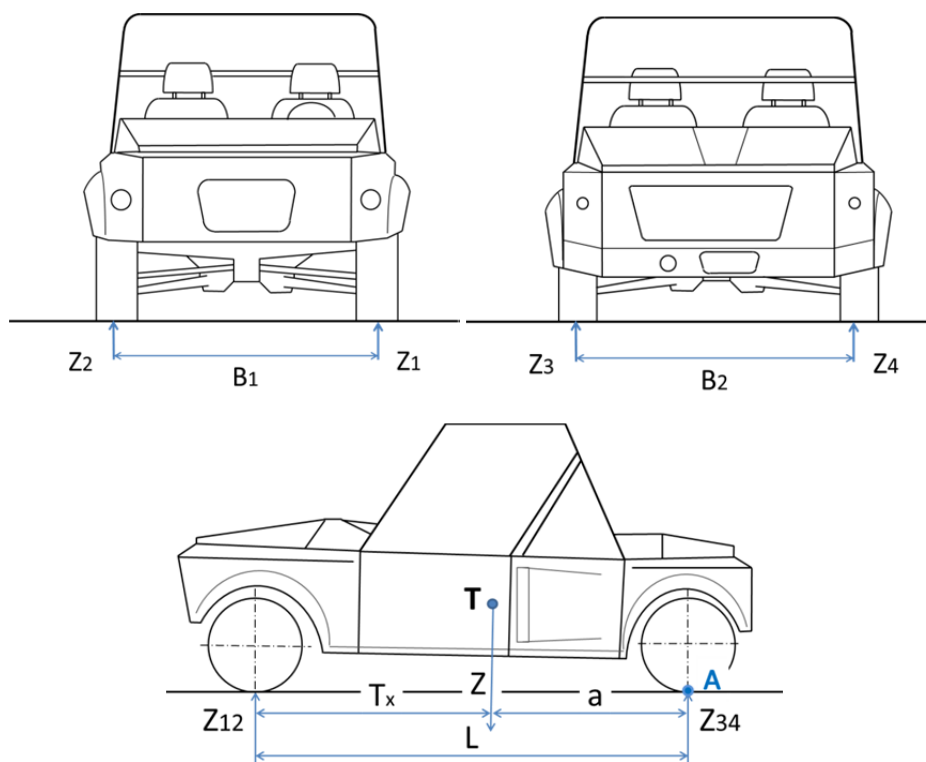
Pro součet radiálních reakcí u stojícího vozidla platí vztah (2)

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 , \quad (2)$$

$$Z = 9534 \text{ N}$$

kde:

Z_i – radiální reakce kol



Zdroj: Autoři

Obr. 2 - Rozměry experimentálního vozidla a značení radiálních reakcí

Momentová (3) a silová (4) rovnice rovnováhy vztažená k bodu A (kontakt zadní nápravy s vozovkou) dle obr. 2 mají tvar:

$$(Z_{12} + Z_{34}) \cdot L - Z \cdot a = 0, \quad (3)$$

$$Z_{12} + Z_{34} - Z = 0, \quad (4)$$

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2; \quad Z_{34} = Z_3 + Z_4; \quad (5)$$

kde:

L – rozvor náprav vozidla,

Z – tíha vozidla,

a – poloha těžiště od zadní nápravy,

T_x – délková souřadnice těžiště,

Z_{12} – radiální reakce přední nápravy,

Z_{34} – radiální reakce zadní nápravy.



Zdroj: Autoři

Obr. 3 - Vážení vozidla

Úpravou vztahu (3) se získá vztah (6), který udává souřadnici polohy těžiště od zadní nápravy a .

$$a = \frac{(Z_1 + Z_2) \cdot L}{Z} \quad (6)$$

$$a \doteq 1218 \text{ mm}$$

Podélná souřadnici těžiště vozidla Z_x je 1362 mm od referenčního kola ve směru k zadní nápravě.

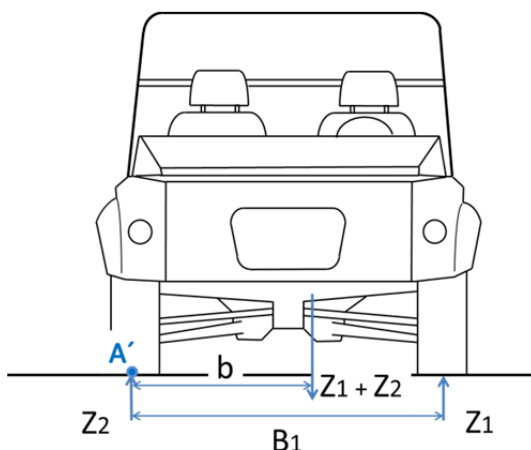
2. PŘÍČNÁ SOUŘADNICE TĚŽIŠTĚ

Pro zjištění příčné souřadnice těžiště je postup obdobný jako u podélné souřadnice. Je nutné vycházet z rozměrů vozidla (Obr. 1) za současného využití radiálních reakcí kol Z_i . Vzhledem ke skutečnosti, že vozidlo má stejný rozchod na přední i zadní nápravě, dalo by se předpokládat, že těžiště bude ležet v podélné ose vozidla. Tento předpoklad by platil pouze za podmínky, že by byly stejné radiální reakce na obou kolech téže nápravy. Protože jsou tyto radiální reakce odlišné, je třeba přistoupit k určení skutečné souřadnice příčné polohy těžiště.

Při vlastním řešení se úloha rozdělí na dvě dílčí části. V prvním kroku se řeší poloha těžiště v rovině přední nápravy a ve druhém kroku se totéž provede pro zadní nápravu.

2.1 Příčná souřadnice těžiště v ose přední nápravy

Pro sestavení momentové rovnice (7) se vyjde z Obr. 4. Za vztažný bod při sestavení momentové rovnice se bere bod A' , což je kontakt pravého předního kola s vozovkou.



Zdroj: Autoři

Obr. 4 - Poloha těžiště vozidla v ose přední nápravy

Momentová rovnice rovnováhy vztažená k bodu A' (kontakt pravého předního kola s vozovkou) má následující tvar:

$$Z_1 \cdot B_1 - (Z_1 + Z_2) \cdot b = 0, \quad (7)$$

kde:

B_1 – rozchod přední nápravy,
 b – poloha těžiště od pravého předního kola.

Úpravou vztahu (7) se získá vztah (8), který udává souřadnici polohy těžiště v ose přední nápravy od pravého předního kola b .

$$b = \frac{Z_1 \cdot B_1}{Z_1 + Z_2} \quad (8)$$

$$b \doteq 716 \text{ mm}$$

Protože je velikost b menší jak polovina rozchodu přední nápravy, tak je souřadnice těžiště posunuta od podélné osy vozidla blíže k radiální reakci Z_2 , tedy na pravou stranu vozidla a to o hodnotu $b' = b - \frac{B_1}{2} \doteq 2 \text{ mm}$.

2.2 Příčná souřadnice těžiště v ose zadní nápravy

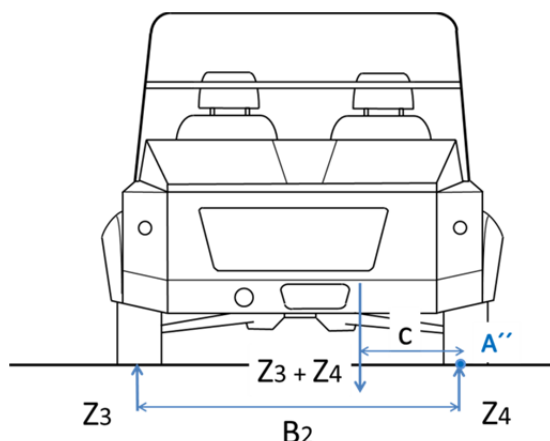
Postup je obdobný jako v bodě 2.1. Pro sestavení momentové rovnice (9) se vyjde z Obr. 5. Za vztažný bod při sestavení momentové rovnice se bere bod A'' , což je kontakt pravého zadního kola s vozovkou.

Momentová rovnice rovnováhy vztažená k bodu A'' (kontakt pravého zadního kola s vozovkou) má tvar:

$$Z_3 \cdot B_2 - (Z_3 + Z_4) \cdot c = 0, \quad (9)$$

kde:

B_2 – rozchod zadní nápravy,
 c – poloha těžiště od pravého zadního kola.



Zdroj: Autoři

Obr. 5 - Poloha těžiště v ose zadní nápravy

Úpravou vztahu (9) se získá vztah (10), který udává souřadnici polohy těžiště v ose zadní nápravy od pravého zadního kola c .

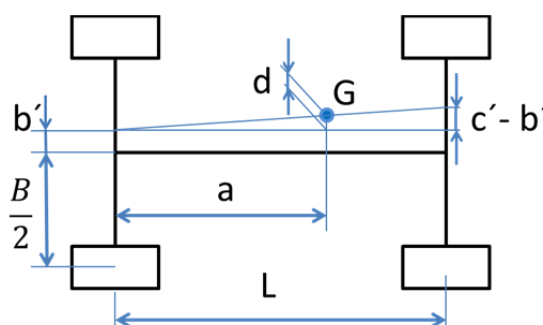
$$c = \frac{Z_3 \cdot B_2}{Z_3 + Z_4} \quad (10)$$

$$c \doteq 702 \text{ mm.}$$

Vzhledem ke skutečnosti, že rozměr c je menší jak polovina rozchodu zadní nápravy, tak je souřadnice těžiště posunuta od podélné osy vozidla blíže k radiální reakci Z_4 , tedy na pravou stranu vozidla a to o hodnotu $c' = c - \frac{B_2}{2} \doteq 16 \text{ mm}$.

2.3 Příčná souřadnice těžiště v místě daném podélnou souřadnicí těžiště

U vozidel, která mají různý rozchod přední a zadní nápravy nebo různé radiální reakce na jednotlivých kolech téže nápravy, se těžiště nenachází na podélné ose vozidla. Přesné určení příčné souřadnice polohy těžiště Z_y při různých radiálních reakcích se určí podle Obr. 6.



Zdroj: Autoři

Obr. 6 - Určení příčné polohy těžiště v místě podélné souřadnice těžiště

Dílní souřadnice těžiště d se určí dle vztahu (11).

$$d = b \cdot \frac{Z_2 + Z_4}{Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4} \quad (11)$$

$$d \doteq 6,5 \text{ mm.}$$

Hodnota d je větší jak $\frac{B}{2}$, pak je těžiště umístěno vpravo od podélné osy vozidla. Skutečná příčná souřadnice těžiště Z_y je v místě podélné souřadnice těžiště rovna $b'+d$, tedy numericky vyjádřeno $Z_y = 724$ mm.

3. VÝŠKOVÁ SOUŘADNICE TĚŽIŠTĚ

Výšková souřadnice těžiště je určována pro tzv. dynamickou polohu vozidla. Tímto je myšleno, že je umožněn náklon hmot odpérováných vůči hmotám neodpérováným. Pro zjištění výškové souřadnice těžiště existuje několik metod, kdy byla zvolena metoda za vyžití sklopné plošiny (Obr. 7).



Obr. 7 - Sklopná plošina



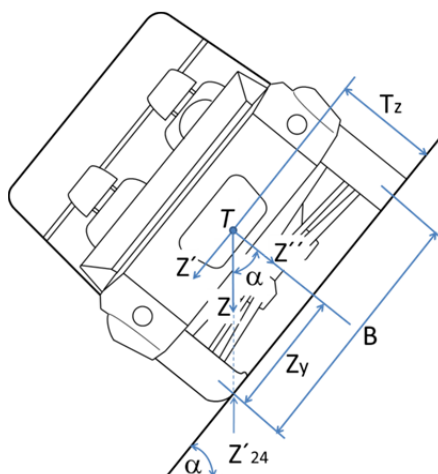
Zdroj: Autoři

Obr. 8 - Ztráta kontaktu kola s podložkou

Principem měření je postupné a plynulé naklápění plošiny. Ve výchozí poloze se jedná o vodorovnou základnu, na kterou se umístí automobil, u něhož se zjišťuje poloha těžiště. V závislosti na potřebě se sklopná plošina pomalu plynule naklání (rovnoběžně s podélnou rovinou vozidla) a sleduje se okamžik ztráty kontaktu horních (levých) kol s deskou sklopné plošiny (Obr. 8). V okamžiku nulové radiální reakce na horních kolech (Z_1 , Z_3), prochází vektor tíhy experimentálního vozidla Z osou překlápění. Za osu překlápění se považuje spojnice vnějších stop kol přední a zadní nápravy na spodní (pravé) straně vozidla.

Pro sledování počátku nadzvednutí horních kol, byla použita referenční deska opatřená optickou značkou. Výchozí poloha referenční desky byla detekována optickou závorou, kde při nadzvednutí kola došlo ke skokové změně výstupního signálu. Jedná se o referenční hodnotu pro určení úhlu náklonu sklopné plošiny, při které je hodnota radiální reakce horních kol $Z_{13} = 0$.

Pro přesné zjištění výškové souřadnice je žádoucí zohlednit boční deformaci pneumatik. Pak je možné pro výpočet použít souřadnici Z_y , ke které je připočtena $\frac{1}{2}$ šířky pneumatiky. Případně je možné všechna kola vozidla nahustit na maximální tlak, jaký udává výrobce pneumatik a jako referenční rozměr použít souřadnici Z_y . Při tomto zjednodušení je dosaženo dostatečné přesnosti naměřených hodnot (zjištěno předchozími experimenty).



Zdroj: Autoři

Obr. 9 - Určení výškové souřadnice těžiště

Poloha výškové souřadnice se určí z Obr. 9 za pomoci sestavené rovnice rovnováhy ke spodním kolům (12). Při úhlu naklonění sklopné plošiny o hodnotu α se radiální reakce levé strany vozidla rovnají nule ($Z'_{13} = 0 \text{ N}$). Velikost úhlu sklonu plošiny, při kterém dojde k nulové reakci horních kol je $\alpha = 54,25^\circ$.

$$Z' \cdot T_z - Z'' \cdot Z_y = 0, \quad Z'_{24} = Z \quad (12)$$

Úpravou vztahu (12) se získá vztah (13) pro výpočet výškové souřadnice Z_z

$$Z_z = Z_y \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad (13)$$

$$Z_z \doteq 521 \text{ mm}.$$

kde:

α – sklon sklopné plošiny

Z_y – příčná souřadnice těžiště.

Jelikož experimentální vozidlo má stejný rozchod přední i zadní nápravy, je výsledná hodnota Z_z skutečnou výškovou souřadnicí a není třeba realizovat korekci výškové souřadnice vůči ose klopení, která je rovnoběžná s podélnou osou experimentálního vozidla.

4. NÁKLON KAROSERIE

Závislost naklonění karoserie vůči sklopné plošině se určí dle vztahu (14). Velikost relativního náklonu karoserie vůči sklopné plošině je pro $Z_{13} = 0 \text{ N}$ dle (14) $\Delta\alpha = 4,93^\circ$. Průběh výkyvu karoserie vůči plošině je patrný na Obr. 10.

$$\Delta\alpha = \tan^{-1} \frac{h_1 - h_2}{c} \quad (14)$$

kde:

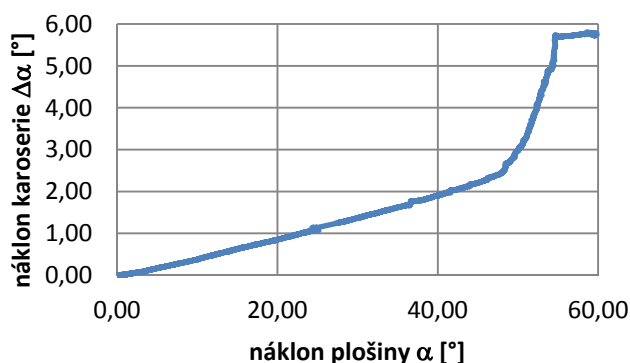
h_1 – hodnota horního ultrazvukového snímače,

h_2 – hodnota spodního ultrazvukového snímače,

C – příčná vzdálenost snímačů,

$\Delta\alpha$ – úhel náklonu karoserie vůči sklopné plošině.

Velikost úhlu náklonu karoserie vůči sklopné plošině je měřena pomocí ultrazvukových snímačů. Nulová radiální reakce horních kol Z_{13} je při úhlu naklonění plošiny $\alpha = 54,25^\circ$.



Zdroj: Autoři

Obr. 10 - Závislost náklonu karoserie na slonu plošiny

ZÁVĚR

Článek pojednává o možnostech zjišťování souřadnic těžiště u experimentálního silničního automobilu. Stejný postup je možné uplatnit pro libovolné dopravní prostředky podílející se na přepravě zboží. Zjišťování podélné a příčné souřadnice je možné realizovat formou zjišťování radiálních reakcí na kolech při horizontální poloze vozidla. Výšková souřadnice se dá zjistit vychýlením vozidla z horizontální polohy a současným zjišťováním změny radiálních reakcí. V příspěvku je použito měření za použití sklopné plošiny.

Znalost skutečné polohy těžiště automobilu přispívá k ekonomickému a ekologickému zefektivnění procesu dopravy. Současně nemusí docházet k přetěžování nákladních vozidel co do zatížení na nápravu a tím jsou i sekundární vlivy dopravního procesu na životní prostředí sníženy.

Znalost přesných technických dat automobilu je možné využít při řízení logistiky Just-in-time, která organizuje logistické toky tak, aby byly minimalizovány dopravní a skladovací náklady.

POUŽITÁ LITERATURA

- (1) FIRST, J. *Zkoušení automobilů a motocyklů - příručka pro konstruktéry*, S&T CZ, 2008. 348 s. ISBN 978-80-254-1850-5,
- (2) MILLIKEN, D. L., KASPRZAK, E. M. *Race car vehicle dynamics*. SAE International. Warrendalle, 2003. 208 s. ISBN-10 0-7680-1127-2
- (3) VALA, M., TESAŘ, M. *Teorie a konstrukce silničních vozidel I*. Univerzita Pardubice, Pardubice, 2002, 139. ISBN 80-7194-503-X
- (4) WONG J, Y. *Theory of Ground Vehicles*. John Wiley & Sons. New York, 1978. ISBN 0-471-03470-3.