PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ MODELOVÉ INTERMODÁLNÍ SÍTĚ

PREDICTIVE CONTROL OF MODEL INTERMODAL NETWORK

Jan Kodada[1], Otto Pastor[2]

Anotace: Článek se zabývá optimalizací intermodální dopravní sítě. Jako optimalizační nástroj je zvoleno prediktivní řízení s klouzavým horizontem, které umožňuje dané řešení přizpůsobovat dynamicky se měnícím podmínkám v přepravní síti. V článku popsána definice prediktivního řízení a jeho aplikace na modelovou dopravní síť .

Klíčová slova: Dopravní síť, prediktivní řízení, optimalizace, horizont predikce.

Summary: The objective of the article is an optimization of intermodal transport network. It treats model predictive control with receding horizon, which can handle dynamic time variable changes of conditions in the transport network. The article formulates model predictive control and demonstrates it on a model transport network.

Key words: Transport network, predictive control, optimization,receding horizon.

ÚVOD

V době hospodské krize jsou provozovatelé přepravních sítí vystaveni silným ekonomickým, ale i konkurenčním tlakům, které je nutí neustále zdokonalovat a optimalizovat své systémy a procesy. Autoři přehledového článku (1) popisují různé možnosti optimalizace intermodální přepravní kontejnerové sítě z hlediska časového horizontu a z hlediska role účastníka sítě. Pro optimální řízení přepravní sítě se nabízejí různé možnosti, jež uvádějí autoři článků (2) a (3), které však nezohledňují dynamiku systému. Jako nejlepší volba se jeví možnost optimalizovat dopravní síť prostřednictvím Prediktivního řízení s klouzavým horizontem.

1. PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ

Prediktivní řízení (MPC – Model based Predictive Control) bývá také nazýváno jako řízení s klouzavým horizontem. MPC je pokročilý způsob řízení, který nalezl široké uplatnění zejména v automobilovém, chemickém průmyslu ale také v energetice.

Autoři článku (4) ilustrují základní myšlenku prediktivního řízení na způsobu, jakým se hrají šachy. V určitém stavu hry hráč probírá budoucí možné strategie např. čtyři tahy dopředu a subjektivně je hodnotí za účelem vybrat tu nejlepší. Nakonec se pro jednu strategii rozhodne a vykoná její první tah. Po tahu soupeře celý postup znovu opakuje s tím, že již zná

[1] Ing. Jan Kodada, ČVUT, Fakulta dopravní, Ústav logistiky a managementu dopravy, Horská 3, 128 03 Praha 2, Tel.: +420 224726257, E-mail: jan.kodada@gw-world.com
[2] prof. Dr. Ing. Otto Pastor, CSc., ČVUT, Fakulta dopravní, Ústav logistiky a managementu dopravy, Horská 3, 128 03 Praha 2, Tel.: +420 224353476, E-mail: pastor@fd.cvut.cz

poslední tah svého soupeře, který pro něj byl při předchozím rozhodování neznámý a může podle něj aktualizovat svoji herní strategii (zpětná vazba). Opět hodnotí možné strategie na čtyři tahy dopředu. Dobrý šachista se od slabšího šachisty liší tím, že promýšlí své strategie na větší počet tahů dopředu (neboli pracuje s delším horizontem predikce), a dělá při tom méně chyb.

Obecně je možné MPC zhodnotit jako vícekrokovou strategii řízení, která se skládá ze dvou hlavních částí. A to sice z predikce budoucích stavů neboli výstupů systému a minimalizace kriteria, které zahrnuje požadavky na optimalitu řízení (kde jsou predikce zahrnuty) (5).

2. FORMULACE ŘEŠENÉHO PROBLÉMU

Dopravní síť je tvořena uzly (HUBy), které jsou propojeny přepravními cestami. U každé přepravní cesty je specifikována cena za přepravu jednoho kontejneru, doba přepravy, jízdní řád (vlakový jízdní řád, doby odjezdů tahačů) a její přepravní kapacita. Kontejnery vstupují do vybraných HUBů a u každého kontejneru je známý jeho cílový HUB a termín, do kterého musí být doručen. Dále má každý HUB určenou svou skladovací kapacitu a cenu za skladování kontejnerů.

2.1 Cíl úlohy

Cílem řešené úlohy je včas přepravit všechny zásilky (pro potřeby tohoto článku kontejnery) do jejich cílových HUBů a minimalizovat přitom náklady.

Výstupem optimalizace je strategie, která na horizontu predikce určuje, které kontejnery, kdy a kterými přepravními cestami převézt.

3. MATEMATICKÁ FORMULACE

V úloze se vyskytuje mnoho proměnných, parametrů a různých indexů. K formulaci úlohy je třeba nejprve zavést vhodnou notaci.

3.1 Notace

3.1.1 Stavy a proměnné

$x_i^{j,d}(k)$ .... počet kontejnerů skladovaných v hubu s indexem i v periodě vzorkování k, které míří do hubu s indexem j a k doručení jim zbývá d period vzorkování

$u_i^{j,d}(k)$ .... počet kontejnerů, které v periodě vzorkování k vstoupily do přepravní trasy s indexem i, míří do hubu s indexem j a k doručení jim zbývá d period vzorkování

$d_i^{j,d}(k)$ .... počet kontejnerů, které v periodě vzorkování k vstoupily do přepravní v místě hubu s indexem i, míří do hubu s indexem j a k doručení jim zbývá d period vzorkování

3.1.2 Paramatery přepravních tras

$a(i)$ .... index výchozího hubu pro přepravní trasu s indexem i

$b(i)$ ....index cílového hubu pro přepravní trasu s indexem i

$T(i)$ ....počet period vzorkování, které trvá cesta přepravní trasou s indexem i

A_i^j ....množina indexů všech přepravních tras, které vedou z hubu s indexem i do hubu s indexem j

3.1.3 *Ceny a penále*

$s(i)$ ....cena za skladování jednoho kontejneru po dobu periody vzorkování v hubu s indexem i

$c(i)$ ....cena za přepravu jednoho kontejneru přepravní trasou s indexem i

$p(d)$ ....penále za kontejner, kterému zbývá d period vzorkování k doručení (toto penále je účtováno za danou periodu vzorkování)

3.1.4 *Limity přepravních tras*

$\bar{x}_i$ ....maximální kontejnerová kapacita skladu v hubu s indexem i

$\bar{u}_i(k)$ ....maximální počet kontejnerů, které v periodě vzorkování k mohou vstoupit do přepravní trasy s indexem i

3.1.5 *Pomocné proměnné*

n_H ....počet hubů

n_T ....počet přepravních tras

N ....horizont predikce (v periodách vzorkování)

$d_{\max}$ ....maximální uvažovaná doba k doručení (v periodách vzorkování)

$T_{\max}$ ....maximální uvažovaná doba přepravy (v periodách vzorkování)

3.2 Ceny

Celková cena za skladování v periodě vzorkování k

$$J_S(k) = \sum_{i=1}^{n_H} s(i) \sum_{j=1}^{n_H} \sum_{d=0}^{d_{\max}} x_i^{j,d}(k), \tag{1}$$

celková cena za aktivace přepravních tras v periodě vzorkování k

$$J_T(k) = \sum_{i=1}^{n_T} c(i) \sum_{j=1}^{n_H} \sum_{d=0}^{d_{\max}} u_i^{j,d}(k), \tag{2}$$

celkové penále v periodě vzorkování k

$$J_P(k) = \sum_{d=0}^{d_{\max}} p(d) \sum_{i=1}^{n_H} \sum_{j=1}^{n_H} x_i^{j,d}(k) + \sum_{m=1}^{T_{\max}} \sum_{d=0}^{d_{\max}} p(\min\{0, d-m\}) \sum_{i=1}^{n_H} \sum_{j=1}^{n_H} u_i^{j,d}(k-m), \tag{3}$$

celková cena v periodě vzorkování k

$$J(k) = J_S(k) + J_T(k) + J_P(k). \tag{4}$$

3.3 Omezení

Omezení na kapacitu přepravní trasy s indexem i v periodě vzorkování *k*

$$\sum_{j=1}^{n_H}\sum_{d=0}^{d_{\max}} u_i^{j,d}(k) \le \overline{u}_i(k), \tag{5}$$

souhrnné omezení na všechny trasy v periodě vzorkování bude dále označováno jako

$$u(k) \in \overline{U}(k). \tag{6}$$

Omezení na skladovací kapacitu HUBu s indexem *i* v periodě vzorkování *k*

$$\sum_{j=1}^{n_H}\sum_{d=0}^{d_{\max}} x_i^{j,d}(k) \le \overline{x}_i, \tag{7}$$

souhrnné omezení pro všechny sklady v periodě vzorkování bude dále označováno jako

$$x(k) \in \overline{X}(k). \tag{8}$$

3.4 Časový vývoj přepravní sítě

Časový vývoj počtu kontejnerů v hubu s indexem i, které míří do hubu s indexem *j* a k doručení jim zbývá *d>0* period vzorkování

$$x_i^{j,d}(k) = x_i^{j,d+1}(k-1) + d_i^{j,d}(k) - \sum_{r\in A_i^j} u_r^{j,d}(k) + \sum_{r\in A_i^j} u_r^{j,d+T(r)}(k-T(r)), \tag{9}$$

a speciálně pro stavy kontejnerů, kterým k doručení zbývá nula period vzorkování

$$x_i^{j,0}(k) = x_i^{j,0}(k-1) + x_i^{j,1}(k-1) + d_i^{j,0}(k) - \sum_{r\in A_i^j} u_r^{j,0}(k) + \sum_{r\in A_i^j}\sum_{m=0}^{T(r)} u_r^{j,m}(k-T(r)), \tag{10}$$

a dále speciálně pro kontejnery, které dospěly do místa určení

$$x_i^{i,0}(k) = 0. \tag{11}$$

Souhrnně lze časový vývoj přepravní sítě zapsat jako

$$x(k) = f\big(x(k-1), d(k), u(k), \ldots, u(k-T_{\max})\big). \tag{12}$$

3.5 Formulace prediktivní optimalizace

Prediktivní formulace minimalizuje součet celkových nákladů přepravní sítě na *N* periodách vzorkování od současného okamžiku do budoucnosti (horizont predikce). Souhrnně lze úlohu zapsat jako lineární diskrétní programování

$$\min_{u(k),\ldots,u(k+N)} \sum_{l=k}^{N} J(l) \qquad s.t. \qquad \begin{array}{c} u(k)\in\overline{U}(k),\ldots,u(k+N)\in\overline{U}(k+N) \\ x(k)\in\overline{X}(k),\ldots,x(k+N)\in\overline{X}(k+N) \\ x(k) = f\big(x(k-1), d(k), u(k), \ldots, u(k-T_{\max})\big) \end{array}, \tag{13}$$

Při zavedení vhodné notace lze tuto úlohu zapsat v maticovém tvaru. Pro periodu vzorkování *k* zavedeme vektor skladových zásob *x(k)*, vektor aktivace přepravních tras *u(k)* a vektor nových kontejnerů *d(k)* vstupujících do přepravní sítě

$$\begin{aligned} x(k) &= \left(x_1^{1,0\,\prime}(k) \quad \dots \quad x_1^{1,d_{\max}\,\prime}(k) \;\vdots\; \dots \;\vdots\; x_1^{n_H,0\,\prime}(k) \quad \dots \quad x_1^{n_H,d_{\max}\,\prime}(k) \;\middle|\; x_2^{1,0\,\prime}(k) \quad \dots\right)^T, \\ u(k) &= \left(u_1^{1,0\,\prime}(k) \quad \dots \quad u_1^{1,d_{\max}\,\prime}(k) \;\vdots\; \dots \;\vdots\; u_1^{n_H,0\,\prime}(k) \quad \dots \quad u_1^{n_H,d_{\max}\,\prime}(k) \;\middle|\; u_2^{1,0\,\prime}(k) \quad \dots\right)^T, \\ d(k) &= \left(d_1^{1,0\,\prime}(k) \quad \dots \quad d_1^{1,d_{\max}\,\prime}(k) \;\vdots\; \dots \;\vdots\; d_1^{n_H,0\,\prime}(k) \quad \dots \quad d_1^{n_H,d_{\max}\,\prime}(k) \;\middle|\; d_2^{1,0\,\prime}(k) \quad \dots\right)^T. \end{aligned} \tag{14}$$

Na celém horizontu predikce pak stavy skladů, aktivace přepravních cesta a vstupy nových kontejnerů můžeme poskládat jako

$$X = \begin{pmatrix} x(k+1) \\ \vdots \\ x(k+N) \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} u(k-T_{\max}) \\ \vdots \\ u(k+N-1) \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} d(k) \\ \vdots \\ d(k+N-1) \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Ze stavu skladů x*(k)* v periodě vzorkování *k* a ze znalosti aktivací přepravních tras *U* a vstupu nových kontejnerů *D* můžeme spočítat stavy skladů na horizontu predikce

$$X = Sx(k) + HU + D, \tag{16}$$

kde *S* a *H* jsou matice sestavené na základě znalosti topologie přepravní sítě. Náklady přepravní sítě lze zapsat jako

$$J(k) = C_S^T X + C_T^T U + C_{PX}^T X + C_{PU}^T U, \tag{17}$$

kde C_S, C_T, C_{PX}, C_{PU} jsou sestaveny z rovnice (1), (2) a (3). Náklady lze reformulovat jako lineární kritérium $J(k) = C^T U + c_0$. Podobně omezení na kapacity skladů a přepravních tras lze naformulovat jako lineární ve tvaru $AU \leq b$ podle rovnic (5) a (7). Finální optimalizační úloha má pak tvar lineárního diskrétního programování v maticovém zápisu

$$\min_U C^T U, \quad AU \leq b. \tag{18}$$

4. JEDNOTLIVÉ VARIANTY OPTIMALIZACE

V této kapitole bude popsáno porovnání jednotlivých variant optimalizací.

4.1 Nejrychlejší přeprava

Nejrychlejší přeprava je strategie řízení minimalizující dobu přepravy bez ohledu na cenu přepravy. V podstatě požívá obdobný algoritmus jako cenově optimální přeprava s tím rozdílem, že kritérium je rozšířeno o „fiktivní“ progresivní penále, které je úměrné době přepravy každého kontejneru. Váha (cena) tohoto penále výrazně převyšuje cenu za přepravu a skladování. To způsobí, že optimalizace vždy nejprve vybere nejrychlejší přepravní trasu a tu levnější vybírá pouze v případě, že jsou časově ekvivalentní. Modifikace této varianty znamená úpravu hodnot koeficientu *p(d)* udávajícího penále za kontejner, kterému zbývá *d* period vzorkování k nejzazšímu termínu doručení. Příklad možné úpravy

$$\overline{p}(k) = 1000 c_{\max} / k , \tag{19}$$

kde $c_{\max}$ je maximum přes koeficienty *c(i)* a *s(i)*, tj. cena nejdražšího skladu nebo cena nejdražší přepravní trasy.

4.2 Přeprava první možnou cestou

Přeprava první možnou cestou je strategie řízení která pro kontejnery čekající v HUBu vybírá vždy první možnou přepravu, která míří směrem k místu určení (nemusí mířit přímo do místa určení). V případě více možností je vybrána vždy cenově výhodnější kombinace. Této varianty je dosahováno rozšířením kritéria o vysoké „fiktivní“ penále za využití skladu. Modifikace této varianty znamená úpravu umělé navýšení cenového koeficientu *s(i)*, například na tisíci násobek

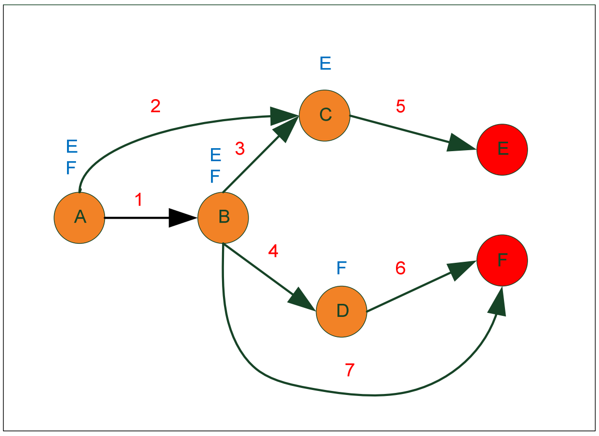
$$\overline{s}(k) = 1000 s(k). \tag{20}$$

4.3 Cenově optimální přeprava

Cenově optimální přeprava je strategie řízení minimalizující celkové náklady na přepravu a zohledňující penále za překročení doby dodání. Jedná se o multi-kriteriální optimalizaci uvažující současně cenu za přepravu, skladování a cenu případného penále popsanou v kapitole 3..

5. IMPLEMENTACE NA MODELOVOU DOPRAVNÍ SÍŤ

Ukázková dopravní síť je zakreslena na následujícím obrázku, kde jsou červeně označena čísla jednotlivých tras, modrými písmeny je označeno kam z daného HUBu mohu jet (do kterého cílového hubu). Červeně jsou označeny cílové HUBy (E a F). Oranžově jsou znázorněny HUBy, do kterých mohou vstupovat jednotlivé kontejnery.



Zdroj: Autoři

Obr. 1 – Modelová dopravní síť

Každá trasa má definovaný způsob přepravy (vlak, tahač), dobu přepravy ve dnech, přepravní kapacitu (tj. kolik kontejnerů je možné po dané trase maximálně přepravit), cenu přepravy (kolik stojí přeprava jednoho kontejneru) a svůj jízdní řád (zda v daný den je možné tuto trasu využít či nikoli). Každý HUB má definovánu cenu za uskladnění kontejneru za den.

Definice jednotlivých parametrů zvolené přepravní sítě je vyznačena v následujících tabulkách. Kde Tabulka 1 formuluje jednotlivé přepravní trasy a Tabulka 2 formuluje náklady za skladování kontejnerů v jednotlivých HUBech. Kde doba přepravy je vyjádřená ve dnech a cena (přeprav a skladování) je vyjádřena v peněžních jednotkách (dále jen PJ).

Tab. 1 – Definice přepravních tras

trasa přepravy	způsob přepravy	z HUBu	do HUBu	doba přepravy	cena přepravy	jízdní řád							kapacita přepravy
						po	út	st	čt	pá	so	ne	
1	tahač	A	B	1	2	1	0	1	0	1	0	1	5
2	vlak	A	C	2	1	0	0	1	0	0	1	0	8
3	tahač	B	C	1	2	0	1	0	1	1	1	0	3
4	tahač	B	D	1	2	0	1	0	1	1	1	1	3
5	tahač	C	E	1	2	1	1	1	0	1	0	1	3
6	tahač	D	F	1	2	1	0	1	1	0	1	0	3
7	vlak	B	F	2	1	0	1	0	0	1	0	0	3

Zdroj: Autoři

Číslice 1 značí v jízdním řádu, že daný spoj v daném dni jede, číslice 0, že daný spoj v tomto dni nejede.

Tab. 2 – Definice HUBů

HUB	cena skladování/den
A	0,5
B	0,75
C	1
D	1
E	1
F	1

Zdroj: Autoři

Požadavek příjemců (E a F) je na maximální dobu doručení do čtyř dnů od vstupu kontejneru do HUBu. Při překročení této doby je definováno penále ve výši desetinásobku ceny přepravy z HUBu A do HUBu C a to za každý den zpoždění.

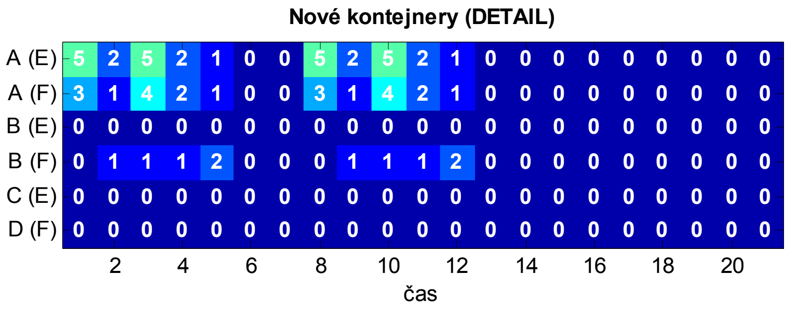
6. VÝSLEDKY NA MODELOVÉ PŘEPRAVNÍ SÍTI

6.1 Grafické znázornění

Výsledky aplikace prediktivního řízení na modelovou dopravní síť je možné znázornit graficky.

Obrázek 2 popisuje celkový počet nových kontejnerů, které do přepravní sítě vstoupily za jednotku času (jeden den) s rozlišením pro jaké cílové místo je kontejner určen. Kde vodorovná osa značí jednotlivé dny a svislá osa značí jednotlivé HUBy s rozlišením cílového místa uvedeno vždy v závorce. Z uvedeného zobrazení mohu zjistit, že první den vstoupilo celkem do HUBu A osm kontejnerů, z toho pět směřuje do cílového HUBu E a tři do cílového

HUBu F. Do ostatních HUBů první den nevstoupily žádné kontejnerey. Druhý den do HUBu A vstoupily celkem 3 kontejnery, z toho dva pro HUB E a jeden pro HUB F. Do HUBu B druhý den vstoupil jen jeden kontejner pro cílový HUB F.

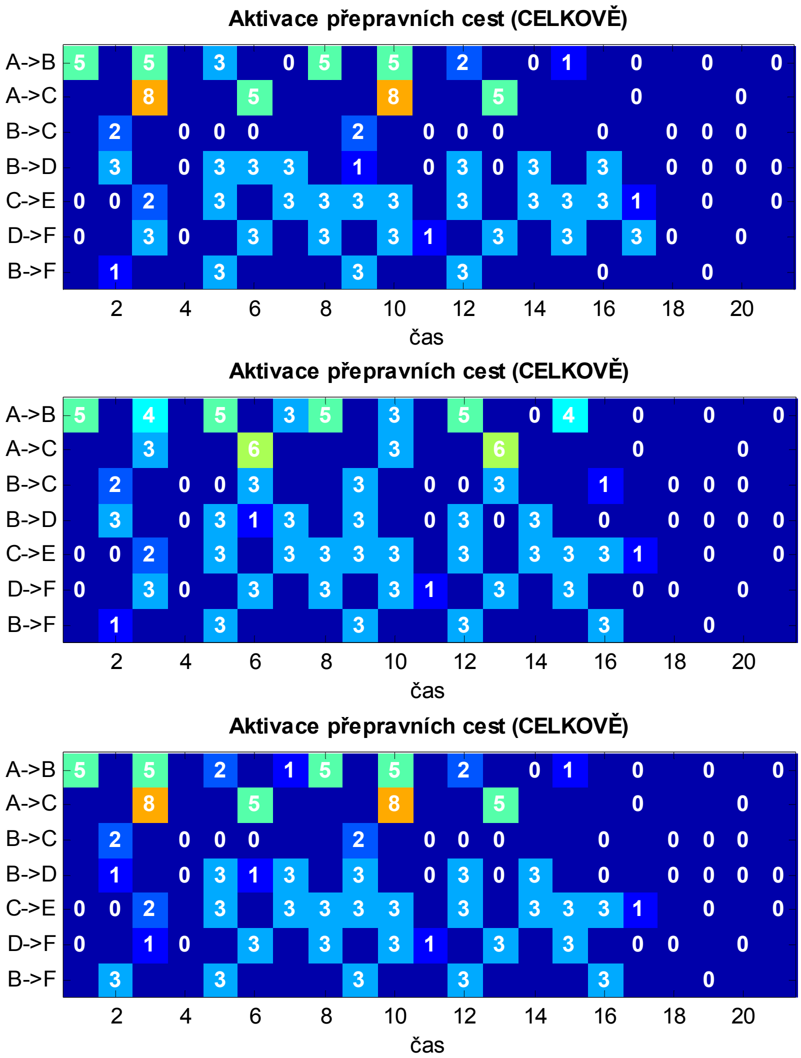


Zdroj: Autoři

Obr. 2 – Kontejnery vstupující do přepravní sítě s rozlišením cílového místa

Na obrázku 3, je znázorněno kolik kontejnerů celkově vstoupilo na jakou přepravní cestu v jaký den pro tři možné varianty optimalizace. Nahoře je uvedena nejrychlejší přeprava, uprostřed je uvedena přeprava první možnou přepravní cestou a dole je uvedena optimální přeprava. Z obrázku je tedy možné zjistit, že pro všechny tři varianty první den vstoupilo na přepravní trasu z HUBu A do HUBu B celkem 5 kontejnerů (první den je tedy z pohledu všech variant stejný).

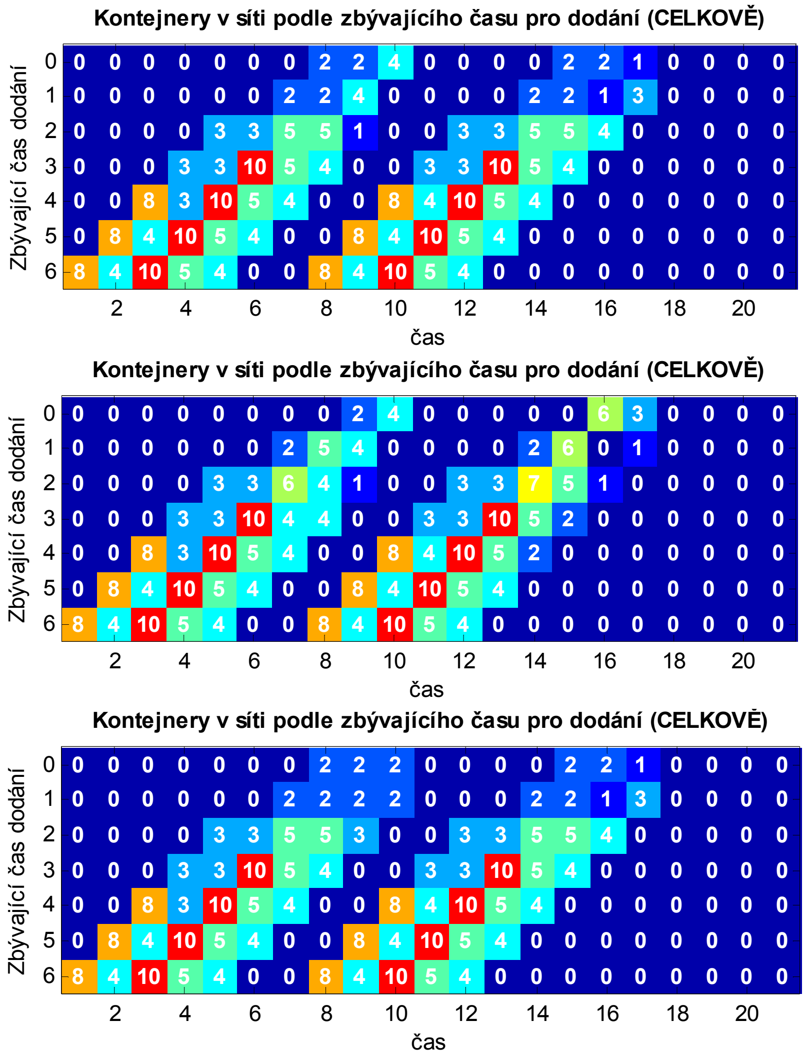
Druhý den pro variantu nejrychlejší přepravy vstoupily na trasu z HUBu B do C celkem 2 kontejnery. Na trasu z HUBu B do D druhý den vstoupily 3 kontejnery a na trasu z HUBu B do F jeden kontejner. Totéž platí i pro variantu přepravu první možnou trasou. Rozdíl je patrný až pro variantu cenově optimální přepravy kdy druhý den na přepravní trasu z HUBu B do D vstoupil jeden kontejner a na přepravní trasu z HUBu B do F vstoupily 3 kontejnrey.



Zdroj: Autoři

Obr. 3 – Aktivace jednotlivých přepravních cest. Nahoře: nejrychlejší přeprava. Uprostřed: přeprava první možnou cestou. Dole: cenově optimální přeprava.

Obrázek 4 zobrazuje celkový počet kontejnerů v přepravní síti podle zbývajícího času na doručení pro tři možné varianty optimalizace. Nahoře je uvedena nejrychlejší přeprava, uprostřed je uvedena přeprava první možnou přepravní cestou a dole je uvedena optimální přeprava. Z obrázku je tedy možné zjistit, že první den je shodný pro všechny tři varianty, tj. že první den je v přapravní síti celkem osm kontejnerů, kterým zbývá 6 dní na dodání. Druhý den je rovněž shodný pro všechny varianty. Druhý den je v přepravní síti osm kontejnerů kterým zbývá 5 dní na doručení a čtyři kontejnery, kterým zbývá 6 dní na doručení.



Zdroj: Autoři

Obr. 4 – Kontejnery v přepravní síti podle zbývajícího času doručení. Nahoře: nejrychlejší přeprava. Uprostřed: přeprava první možnou cestou. Dole: cenově optimální přeprava.

6.2 Porovnání jednotlivých výsledů

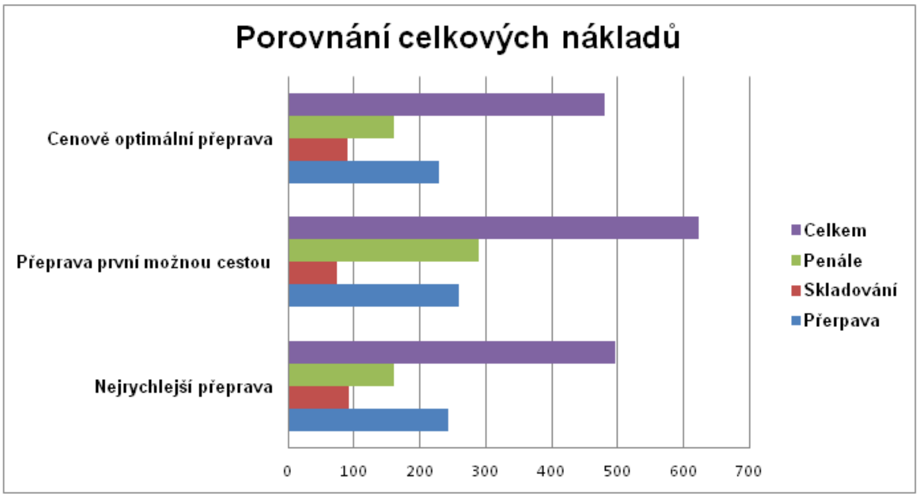
Jednotlivé výsledky optimalizací porovnává následující tabulka 3, kde jsou porovnány náklady na přepravu, skladování a případné penále za nedodržení max. doby doručení. Hodnoty jsou uvedeny v PJ.

Tab. 3 – Porovnání celkových nákladů

	Přerpava	Skladování	Penále	Celkem
Nejrychlejší přeprava	244	93	160	**497**
Přeprava první možnou cestou	259	74	290	**623**
Cenově optimální přeprava	229	91	160	**480**

Zdroj: Autoři

Rozdíl mezi optimální variantou a nejdražší variantou je 143 PJ. Následující obrázek 5 zobrazuje porovnání jednotlivých výsledků optimalizací lépe graficky. Kde modrou barvou jsou znázorněné náklady na přepravu, červeně náklady na skladování a zeleně penále. Celková náklady jsou znázorněné fialovou barvou.



Zdroj: Autoři

Obr. 5 – Porovnání celkových nákladů

ZÁVĚR

Jednou z možností jak optimalizovat procesy a celkové náklady intermodální dopravní sítě je možnost využití prediktivního řízení s klouzavým horizontem.

Uvedený článek popisuje možnost optimalizace intermodální dopravní sítě právě touto metodou. Článek dále popisuje postup sestavení optimalizačního algoritmu pro tuto úlohu modelové dopravní sítě a předkládá výsledky jednotlivých optimalizačních strategií. Výstupem je optimální cena a grafické znázornění několika veličin pro jednotlivé strategie řízení. Postup sestavení optimalizačního algoritmu je možné zobecnit a aplikovat jej na optimalizaci reálné dopravní sítě.

Výhodou prediktivního řízení je, že řeší optimalizační úlohu dynamicky v čase a pružně tak reaguje na nové zpřesňující informace, které vstupují do systému a způsobují nesoulad mezi predikcí a skutečností.

Vzhledem využívání prediktivního řízení s klouzavým horizontem v energetice, ale i chemickém a automobilovém průmyslu a k jeho pozitivním vlastnostem je předpoklad k jeho dalšímu rozšiřování a to i v oblasti logistických problémů.

POUŽITÁ LITERATURA

(1) CARRIS, A., MACHARIS, C., JANSSENS, G. K.: Planning problems in intermodal freight transport: accomplishments and prospects, Transportation Planning and Technology, č. 3, 2008.

(2) FRANCIS, P., ZHANG, G., SMILOWITZ, K.: Improved modeling and solution methods for the multi-resource routing problem, European Journal of Operational Research č. 3, srpen 2007, strany 1045-1059.

(3) ZILIASKOPOULOS, A., WARDELL, W.: An intermodal optimum path algorithm for multimodal networks with dynamic arc travel times and switching delays, European Journal of Operational Research č. 3, září 2000, strany 486-502.

(4) SCHLEGEL, M., SOBOTA, J.: Prediktivní regulátor pro průmyslovou praxi, AUTOMA 2/2007, ISSN 1210-9592.

(5) BELDA, K., BÖHM, J.: Prediktivní řízení pro mechatronické systémy, AUTOMATIZACE č. 4, duben 2007, ISSN 0005-125X.