

# VLIV VSTUPNÍHO TOKU VOZIDEL PŘI NÁVRHU SIGNÁLNÍHO PLÁNU SVĚTELNĚ ŘÍZENÉ KŘÍŽOVATKY - SIMULAČNÍ STUDIE

## CARS INPUT PROCESS EFFECT ON PROPOSAL OF LIGHT CONTROLLED INTERSECTION CONTROL PLAN - SIMULATION STUDY

Michal Dorda<sup>1</sup>

---

*Anotace: Článek se zabývá experimentálním ověřením vlivu vstupního procesu vozidel na návrh signálního plánu světelně řízené křižovatky. Problém je studován simulačním přístupem na fiktivní zjednodušené křižovatce s využitím software Witness.*

*Klíčová slova: Světelně řízená křižovatka, Signální plán, Vstupní tok, Erlangovo rozdělení, Simulace, Witness*

*Summary: The paper deals with an experimental evaluation of the impact of cars input process on proposal of light controlled intersection control plan. The problem is investigated on an imaginary simplified crossroad by using an simulation approach by means of software Witness.*

*Key words: Signalized Intersection, Control Plan, Input process, Erlang distribution, Simulation, Witness*

### ÚVOD

Při návrzích signálních plánů světelně řízených křižovatek se zpravidla vychází z intenzit dopravních proudů, ale již se blíže nezkoumá charakter vstupního toku v jednotlivých proudech, resp. se předpokládá např. Poissonův vstupní tok, ale tento předpoklad se již dále netestuje, ba dokonce se často ani neuvádí. Např. obecně známé metody návrhu signálního plánu popsané v TP 81 – Zásady pro navrhování světelných signalizačních zařízení na pozemních komunikacích (1) – uvádí jako podklad pro návrh signálního plánu intenzity dopravy (špičkové, denní, týdenní apod.) a složení dopravního proudu. Při návrhu signálního plánu pomocí metod lineárního programování se zase předpokládají konstantní mezery mezi příjíždějícími vozidly (deterministický vstupní tok), příslušné matematické modely lze nalézt v knize (2). V článku (3) a v jeho pokračování (4) je pak provedeno srovnání výsledků dosažených při použití metody saturovaného toku a metod lineárního programování při návrhu pevného signálního plánu.

Jak již bylo dříve simulačními experimenty ukázáno – viz (5), charakter vstupního toku má podstatný vliv na průměrnou délku fronty a průměrné zdržení vozidel na křižovatce řízené světelným signalizačním zařízením. V tomto článku byl pro fiktivní čtyřramennou křižovatku

---

<sup>1</sup> Ing. Michal Dorda, Ph.D., VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu 15/2172, 708 33 Ostrava – Poruba, Tel.: +420 597 325 754, E-mail: [michal.dorda@vsb.cz](mailto:michal.dorda@vsb.cz)

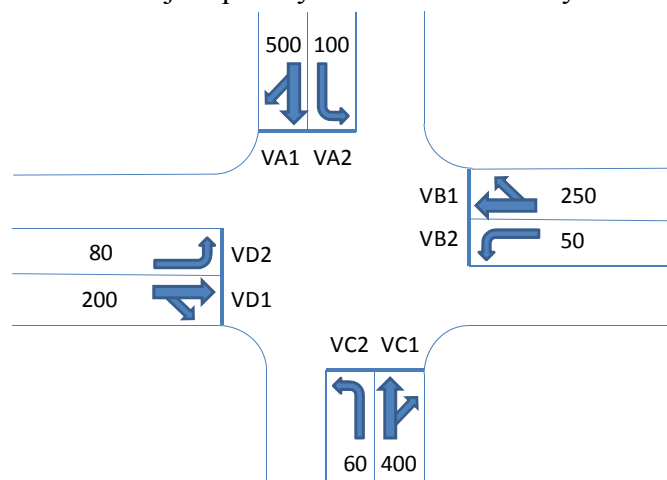
metodou lineárního programování navržen pevný signální plán a následně byl v software Witness vytvořen simulační model této křižovatky, přičemž úkolem simulace bylo ověřit, zda existuje vliv charakteru vstupního toku na výše uvedené charakteristiky.

Na základě dosažených výsledků v článku (5) má smysl se ptát, zda může mít charakter vstupního toku pro jednotlivé proudy vliv na optimální signální plán; jinými slovy, dá se např. pro Poissonovský vstupní tok očekávat jiný signální plán než pro vstupní tok nesplňující podmínky Poissonova vstupního toku? Na tuto otázku se pokusíme s využitím simulace odpovědět.

Článek je koncipován následujícím způsobem. V kapitole 2 ve stručnosti představíme fiktivní křižovatku, na které bude tato problematika zkoumána; jedná se o stejnou křižovatku, jež byla zkoumána v člancích (5) a (6). Simulační model této křižovatky, ze kterého bylo vycházeno, byl popsán v článku (6), proto se jeho popisem nebudeme podrobně zabývat. V kapitole 3 pouze popíšeme změny, které byly v modelu provedeny. V kapitole 4 se budeme zabývat dosaženými výsledky a jejich vyhodnocením.

## 1. POPIS ŘEŠENÉ KŘIŽOVATKY

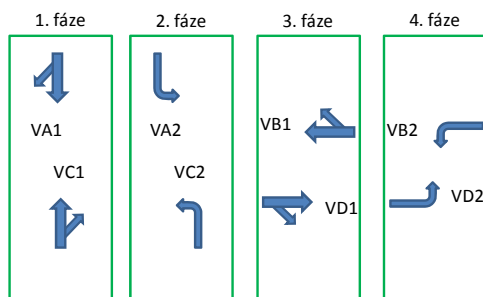
Problematika bude studována na fiktivní křižovatce, jejíž schéma je uvedeno na obrázku 1. Jedná se o úrovnňovou, čtyřramennou průsečnou křižovatku. Do křižovatky vstupuje celkem 8 vozidlových proudů, chodecké ani jiné proudy nebudou uvažovány.



Zdroj: Autor

Obr. 1 – Schéma řešené křižovatky

Dále jsou známy špičkové hodinové intenzity jednotlivých proudů v [j.v./h], při simulaci budeme pracovat s homogenními dopravními proudy; intenzity jednotlivých proudů jsou rovněž uvedeny na obrázku 1. V rámci zjednodušení bude mezi jednotlivými kolizními proudy uvažována konstantní hodnota mezičasu 5 s. Fázové schéma je znázorněno na obrázku 2.

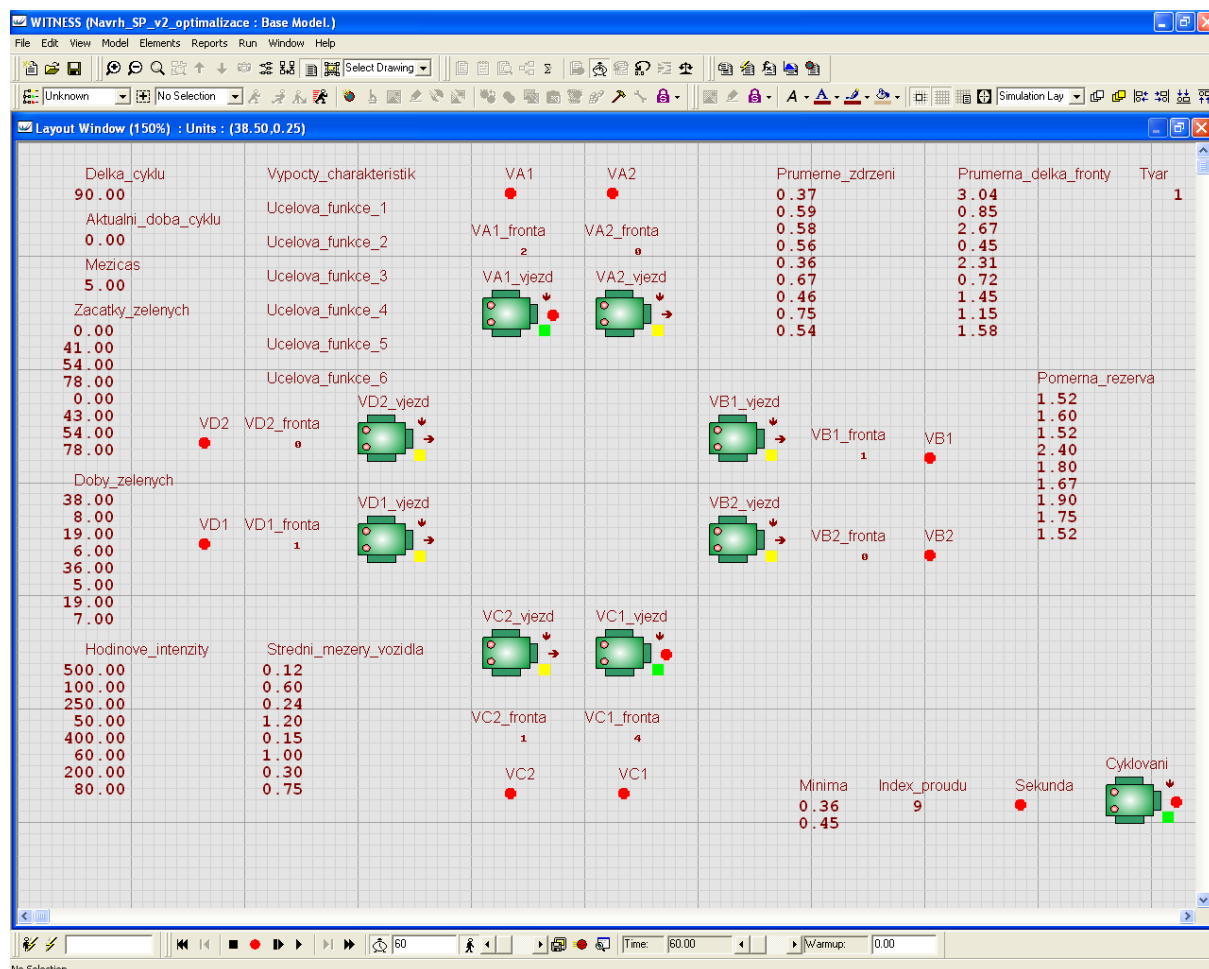


Zdroj: Autor

Obr. 2 – Fázové schéma řešené křižovatky

## 2. POPIS ÚPRAV SIMULAČNÍ MODELU

Simulační model vytvořený v prostředí Witness modeluje příjezdy vozidel ke křižovatce, jejich čekání před křižovatkou a vjezd vozidel do křižovatky pro jednotlivé dopravní proudy vyplývající z obrázku 1. Jak již bylo v úvodu zmíněno, simulační model zobrazený na obrázku 3 vychází z modelu, který byl podrobně popsán v článku (6), nebudeme se tedy již jeho popisem zabývat, zaměříme se pouze na provedené změny.



Zdroj: Autor

Obr. 3 – Náhled vytvořeného simulačního modelu

Podstatná změna tkví ve změně charakteru vstupního toku. Původní simulační model předpokládal konstantní mezery mezi příjezdy vozidel ke křižovatce, jednalo se tedy o deterministický vstupní tok. Jelikož budeme v tomto článku zkoumat vliv charakteru vstupního toku na signální plán, musíme deterministický vstupní tok nahradit vstupním tokem stochastickým; potřebujeme tedy najít vhodné pravděpodobnostní rozdělení mezer mezi příjezdy po sobě následujících vozidel v jednotlivých proudech, neboť v simulačním software Witness se zadávají intervaly mezi příjezdy.

Uvažujme tedy, že náhodná proměnná  $T$  – mezer mezi příjezdy po sobě následujících vozidel – bude Erlangovou náhodnou proměnnou; budeme tedy pracovat s Erlangovým vstupním tokem. Erlangovo rozdělení je rozdělení spojitého typu definované dvěma parametry – parametrem tvaru  $k$ , kde  $k \in \mathbb{N}$ , a parametrem měřítka  $\mu$ , kde  $\mu > 0$ . Erlangovo rozdělení můžeme definovat pomocí hustoty pravděpodobnosti ve tvaru:

$$f(t) = \begin{cases} \mu e^{-\mu t} \cdot \frac{(\mu t)^{k-1}}{(k-1)!} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

nebo pomocí distribuční funkce ve tvaru:

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu t} \cdot \sum_{j=0}^{k-1} \frac{(\mu t)^j}{j!} & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases}$$

Pro střední hodnotu a směrodatnou odchylku Erlangova rozdělení platí:

$$ET = \frac{k}{\mu} \text{ a } \sigma = \frac{\sqrt{k}}{\mu}.$$

Podělíme-li směrodatnou odchylku  $\sigma$  střední hodnotou  $ET$ , získáme variační koeficient  $V_T$ , pro který v případě Erlangova rozdělení platí:

$$V_T = \frac{1}{\sqrt{k}} \leq 1. \quad (1)$$

Ze vztahu (1) vidíme, že s rostoucí hodnotou parametru tvaru  $k$  klesá variační koeficient a tedy i rozptýlenost hodnot kolem střední hodnoty. Pro  $k \rightarrow \infty$  se variační koeficient blíží nule a tudíž dostáváme konstantní mezery mezi příjezdy vozidel. Při našich experimentech budeme uvažovat, že hodnota parametru tvaru nabývá hodnot  $k \in \{1, 2, \dots, 10\}$ , přičemž budeme uvažovat, že pro všechny dopravní proudy bude hodnota parametru tvaru stejná. Hodnota parametru tvaru Erlangova rozdělení je uložena v proměnné s názvem Tvar – viz náhled simulačního modelu na obrázku 3.

Ještě než přistoupíme k vlastním experimentům, musíme si stanovit vhodné optimalizační kritérium. V článku (6) byla jako optimalizační kritérium použita minimální poměrná rezerva mezi nabízenou dobou zelené a průměrně požadovanou dobou zelené. Jelikož při výpočtu poměrné rezervy nehraje roli charakter vstupního toku daného proudu, protože se při jejím výpočtu pracuje pouze s hodinovou intenzitou, je tedy nutné pro naše účely použít jiné optimalizační kritérium a to průměrné čekání vozidel ve frontě před křižovatkou, které se budeme snažit minimalizovat. Průměrné čekání vozidel budeme stanovovat jako vážený průměr průměrných čekání pro jednotlivé dopravní proudy, kde

váhami budou počty vozidel, které v daném proudu přijedou ke křižovatce za zvolenou časovou jednotku.

Optimalizační kritérium můžeme tedy zapsat ve tvaru:

$$\frac{\sum_{i=1}^8 \text{Prumerne\_zdrzeni}(i) \cdot \text{TOTALIN}(i)}{\sum_{i=1}^8 \text{TOTALIN}(i)} \rightarrow \min, \quad (2)$$

kde *Prumerne zdrzeni(i)* odpovídá průměrnému čekání vozidel v *i*-tém proudu a *TOTALIN(i)* reprezentuje celkový počet vozidel, která přijela ke křižovatce v *i*-tém proudu za zvolenou časovou jednotku.

### 3. PROVEDENÉ EXPERIMENTY A JEJICH VYHODNOCENÍ

Cílem experimentů bude navrhnout doby trvání zelených pro jednotlivé proudy tak, aby se minimalizovalo celkové průměrné zdržení vozidel stanovené dle vztahu (2). Při optimalizaci budeme uvažovat, že:

- Simulární čas při každém experimentu bude omezen na 60 minut, tzn., že budeme simulovat 1 hodinu reálného provozu.
- Minimální doba trvání zelené je stanovena dle technických podmínek (1) na hodnotu 5 s.
- Maximální dobu trvání zelené budeme uvažovat 40 s, přičemž budeme uvažovat pouze celočíselné hodnoty.
- Maximální délku cyklu budeme uvažovat 90 s.

Při optimalizaci bude použita nástavba Witness Optimizer; k vyhledání extrému účelové funkce bude použita vestavěná metaheuristika Adaptive Thermostatistical Simulated Annealing, přičemž maximální počet provedených simulačních běhů s různým nastavením vstupních proměnných omezíme na hodnotu 2500 a maximální počet provedených simulačních běhů bez zlepšení hodnoty účelové funkce nastavíme na 500. Jelikož se jedná o stochastický simulační model, bude pro každé nastavení modelu provedeno 10 nezávislých simulačních běhů za účelem dalšího statistického zpracování. Poznamenejme, že použitá metaheuristika nezaručuje nalezení globálního extrému (tedy optimálního řešení), nicméně v našem případě je prohledání celé množiny přípustných řešení z časových důvodů nerealizovatelné.

Abychom se pokusili o co nejlepší přiblížení ke globálnímu extrému, budeme celý proces optimalizace provádět ve třech fázích, přičemž po první fázi a druhé fázi provedeme na základě dosažených výsledků redukci množiny přípustných řešení.

### 3.1 První fáze optimalizace

Po první fázi optimalizace bylo dosaženo výsledků uvedených v tabulce 1.

Tab. 1 – Výsledky provedených experimentů po první fázi

Parametr tvaru	Doby zelených [s]								Délka cyklu [s]	OK – průměr [min]	OK – směr. odch. [min]
	VA1	VA2	VB1	VB2	VC1	VC2	VD1	VD2			
k=1	35	5	19	7 (9)	36	5 (6)	15	5	85	0,482	0,023
k=2	30	5	13	5	31	5 (6)	13	5	74	0,392	0,007
k=3	27	6 (7)	25	6	27	7	24	5	84	0,441	0,009
k=4	26	6	17	5 (10)	27	5	12	5	75	0,393	0,007
k=5	25	6	18	6 (10)	26	6 (7)	13	5	75	0,391	0,004
k=6	25	5	19	5 (11)	29	7 (9)	13	5	78	0,413	0,006
k=7	26	5 (6)	18	7 (9)	26	6	14	5	75	0,39	0,003
k=8	28	6 (9)	18	7 (11)	27	8	13	6	80	0,42	0,004
k=9	27	5 (9)	21	6	23	5	21	6	79	0,413	0,004
k=10	34	5 (12)	12	8 (9)	27	5	10	7	78	0,398	0,006

pozn. Zápisem OK rozumíme optimalizační kritérium.

Zdroj: Autor

V tabulce 1 vidíme značně rozkolísané dosažené výsledky, toto je způsobeno rozsáhlou množinou přípustných řešení; tato rozkolísanost lze velmi dobře vidět jak na délce cyklu, tak i na průměrné hodnotě optimalizačního kritéria pro jednotlivé hodnoty parametru tvaru  $k$ , z dosažených hodnot nelze vypožorovat ani rostoucí, ani klesající trend. V některých případech je možno ještě dobu zelené ručně prodloužit (ovšem bez vlivu na délku cyklu), hodnoty dob zelených po prodloužení jsou potom uvedeny v závorce. Dá se předpokládat, že použitím těchto prodloužených délek zelených by mohlo dojít k mírnému poklesu hodnoty optimalizačního kritéria, což bychom mohli ověřit dalším simulačním experimentem.

Pokusme se nyní redukovat množinu přípustných řešení. Na základě výsledků dosažených v první fázi omezíme přípustné délky zelených pro jednotlivé vozidlové proudy na hodnoty uvedené v tabulce 2; dolní hranice délky zelené je tvořena minimální délkou zelené a horní hranice maximální délkou zelené pro jednotlivé proudy z tabulky 1. Poznamenejme, že při úpravě přípustných délek nebyly brány v úvahu prodloužené hodnoty délek zelených.

Tab. 2 – Přípustné délky zelených pro druhou fázi

Proud	VA1	VA2	VB1	VB2	VC1	VC2	VD1	VD2
Uvažované rozmezí délky zelené [s]	25 – 35	5 – 6	12 – 25	5 – 8	23 – 36	5 – 8	10 – 24	5 – 7

Zdroj: Autor

### 3.2 Druhá fáze optimalizace

Po druhé fázi optimalizace bylo dosaženo výsledků uvedených v tabulce 3.

Tab. 3 – Výsledky provedených experimentů po druhé fázi

Parametr tvaru	Doby zelených [s]								Délka cyklu [s]	OK – průměr [min]	OK – směr. odch. [min]
	VA1	VA2	VB1	VB2	VC1	VC2	VD1	VD2			
k=1	26	6	14	7	25	5	12	5	70	0,41	0,012
k=2	25	6	13	6	24	5	12	5	68	0,365	0,006
k=3	26	5	13	6	26	5	12	5	69	0,358	0,007
k=4	25	5	14	5	27	7	14	5	71	0,366	0,004
k=5	25	5	12	5 (7)	24	6	12	5	68	0,355	0,003
k=6	25	5	14	7 (8)	25	5	12	6	70	0,363	0,005
k=7	25	5	13	5 (7)	25	5	11	5	68	0,348	0,004
k=8	25	5	13	5	25	5	13	5	68	0,344	0,004
k=9	25	5	14	6	25	5	13	5	69	0,351	0,006
k=10	34	5	14	7	34	5	12	5	78	0,37	0,004

Zdroj: Autor

Zúžením množiny přípustných řešení jsme docílili podstatně vyrovnanějších výsledků než po 1. fázi optimalizace; vidíme, že délka cyklu se pohybuje od 68 s do 71 s vyjma délky cyklu 78 s pro hodnotu parametru tvaru  $k=10$ . Přístupme opět k dalšímu zúžení množiny přípustných řešení obdobným způsobem jako v předchozím případě, tentokrát nebudeme ovšem kromě prodloužených dob zelených uvažovat i délky zelených pro proud VA1 a VC1 o hodnotě 34 s. Přípustné délky zelených uvažované pro 3. fázi optimalizace jsou uvedeny v tabulce 4.

Tab. 4 – Přípustné délky zelených pro třetí fázi

Proud	VA1	VA2	VB1	VB2	VC1	VC2	VD1	VD2
Uvažované rozmezí délky zelené [s]	25 – 28	5 – 6	12 – 14	5 – 7	24 – 28	5 – 7	11 – 14	5 – 6

Zdroj: Autor

### 3.3 Třetí fáze optimalizace

Po třetí fázi optimalizace bylo dosaženo výsledků uvedených v tabulce 5.

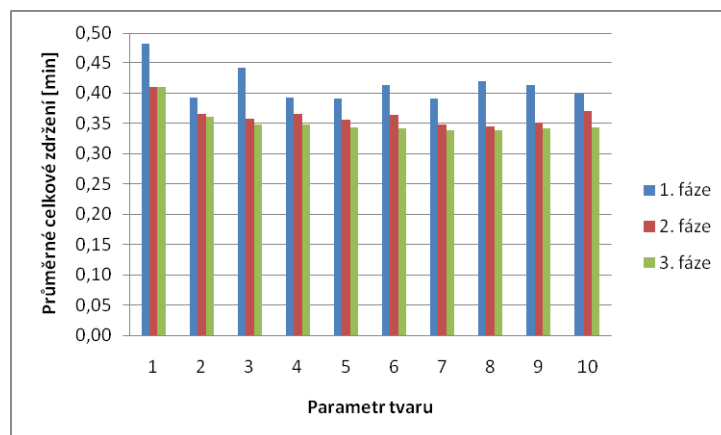
Tab. 5 – Výsledky provedených experimentů po třetí fázi

Parametr tvaru	Doby zelených [s]								Délka cyklu [s]	OK – průměr [min]	OK – směr. odch. [min]
	VA1	VA2	VB1	VB2	VC1	VC2	VD1	VD2			
k=1	26	6	14	6	25	5	13	5	70	0,409	0,011
k=2	26	6	12	5	25	5	12	5	68	0,361	0,007
k=3	26	5	12	5	26	5	12	5	68	0,348	0,007
k=4	25	5 (6)	12	5	24	5	12	5	67	0,348	0,003
k=5	25	5	12	5	25	5	12	5	67	0,343	0,003
k=6	25	5	12	5	25	5	12	5	67	0,341	0,003
k=7	25	5	12	5	25	5	12	5	67	0,339	0,005
k=8	25	5	12	5	25	5	12	5	67	0,339	0,004
k=9	26	5	12	5	26	5	12	5	68	0,342	0,003
k=10	26	5	12	5	26	5	12	5	68	0,343	0,005

Zdroj: Autor

Podíváme-li se na výsledky dosažené po třetí fázi optimalizace, pak vidíme, že došlo k dalšímu vyrovnání výsledků. Vidíme, že pro hodnoty parametru tvaru  $k \in \{5,6,7,8\}$  dokonce dostáváme identický signální plán, stejný signální plán dostáváme i pro hodnoty parametru tvaru  $k \in \{3,9,10\}$ . Délka cyklu se pohybuje od 67 s do 70 s.

Než pokročíme dál, ověřme, zda došlo pro jednotlivé hodnoty parametru tvaru k postupnému snižování hodnoty optimalizačního kritéria; jinými slovy, zda jsme se při postupném zužování množiny přípustných řešení viditelně nevzdálili od směru k možnému globálnímu extrému. Na obrázku 4 vidíme srovnání průměrných hodnot optimalizačního kritéria pro jednotlivé fáze optimalizace a hodnoty parametru tvaru  $k$ . Můžeme konstatovat, že ve všech případech došlo k postupnému snižování hodnoty optimalizačního kritéria; na druhou stranu ovšem nemůžeme tvrdit, že se jedná o optimální řešení, o čemž se ještě dále přesvědčíme.



Zdroj: Autor

Obr. 4 – Dosažené hodnoty průměrného celkového zdržení

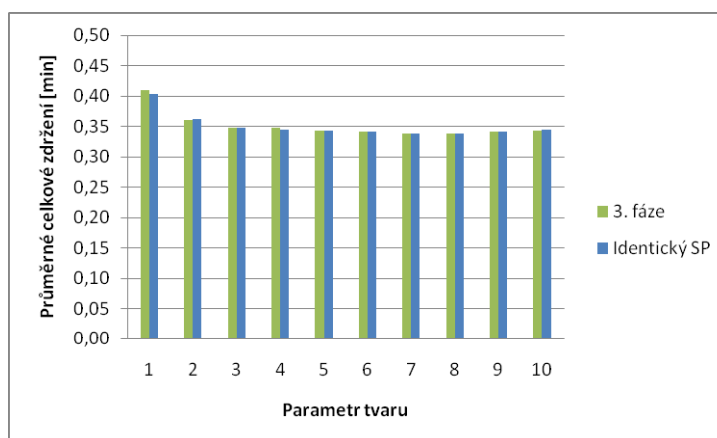


Zkusme na závěr provést ještě jeden experiment, ověříme, jaké dostaneme průměrné celkové zdržení vozidel pro jednotlivé hodnoty parametru tvaru  $k$ , použijeme-li signální plán pro parametr tvaru  $k \in \{5,6,7,8\}$ ; dále v textu budeme tento signální plán nazývat identickým signálním plánem. Dosažené výsledky jsou uvedeny v tabulce 6 a následně graficky porovnány s výsledky získanými po 3. fázi optimalizace na obrázku 5.

Tab. 6 – Výsledky provedených experimentů po identický signální plán

Parametr tvaru $k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Průměrné celkové zdržení [min]	0,404	0,362	0,348	0,345	0,343	0,341	0,339	0,339	0,342	0,345

Zdroj: Autor



Zdroj: Autor

Obr. 5 – Srovnání výsledků 3. fáze s výsledky při použití identického signálního plánu

Z obrázku 5 je patrné, že pro hodnotu parametru tvaru  $k \in \{1,4\}$  ještě došlo k mírnému poklesu průměrné hodnoty optimalizačního kritéria, pro hodnoty parametru tvaru  $k \in \{3,9\}$  dostáváme stejnou průměrnou hodnotu optimalizačního kritéria jako při použití signálního plánu získaného po 3. fázi optimalizace. Vidíme tedy, že pro hodnotu parametru tvaru  $k \in \{1,3,4,5,6,7,8,9\}$  dostáváme při použití tohoto signálního plánu minimální dosaženou hodnotu optimalizačního kritéria, pro zbylé hodnoty parametru tvaru jsou rozdíly mezi minimální hodnotou optimalizačního kritéria dosaženou po 3. fázi optimalizace a hodnotou optimalizačního kritéria dosaženou při použití identického signálního plánu prakticky zanedbatelné. Na základě dosažených výsledků můžeme tedy usoudit, že v tomto ukázkovém případě je vliv charakteru vstupního toku na návrh pevného signálního plánu při uvažování průměrného zdržení vozidel jako optimalizačního kritéria prakticky zanedbatelný.

## ZÁVĚR

Předložený článek byl věnován ověřování skutečnosti, zda má charakter vstupního toku vozidel vliv na návrh pevného signálního plánu. Problematika byla zkoumána simulačním přístupem na fiktivní zjednodušené křižovatce. Pro vlastní návrh signálního plánu byla použita nástavba Witness Optimizer, jako optimalizační kritérium bylo zvoleno celkové

průměrné zdržení vozidel. Jelikož není k dispozici efektivní algoritmus vedoucí k nalezení optimálního řešení, byla při optimalizaci signálního plánu použita jedna z vestavěných metaheuristik, proto nemohou být dosažené výsledky považovány za globální extrémy. Vlastní proces optimalizace probíhal ve třech po sobě následujících etapách, abychom zajistili pokud možno co nejlepší přiblížení ke globálnímu extrému optimalizačního kritéria.

Na základě dosažených výsledků můžeme konstatovat, že v tomto případě nebyl potvrzen pro potřeby praktických výpočtů zásadní vliv charakteru vstupního toku na návrh pevného signálního plánu, pro 8 z 10 uvažovaných případů jsme dokonce obdrželi totožný návrh signálního plánu, ve zbývajících případech jsou rozdíly zanedbatelné. Závěrem lze konstatovat, že do budoucna by bylo vhodné rozšířit simulační model o další faktory (např. dynamika vozidel) a věnovat se zkoumání této problematiky na podstatně komplexnějším modelu.

## POUŽITÁ LITERATURA

- (1) *TP 81 – Navrhování světelných signalizačních zařízení pro řízení silničního provozu.* Brno: Centrum dopravního výzkumu, 1996, 111 s. ISBN 80-902141-2-6.
- (2) ČERNÝ, J. – KLUVÁNEK, P. *Základy matematickej teórie dopravy.* Bratislava: VEDA, 1990, 279 s. ISBN 80-224-0099-8.
- (3) TEICHMANN, D. – TRESLER, F. Problematika návrhu pevných signálních plánů pro světelné řízení křižovatek z hlediska posouzení účinnosti různých přístupů na odstraňování kongescí – 1. část. *Silniční obzor*, 2010, roč. 71, č. 1, s. 9 – 12, ISSN 0322-7154.
- (4) TEICHMANN, D. – TRESLER, F. Problematika návrhu pevných signálních plánů pro světelné řízení křižovatek z hlediska posouzení účinnosti různých přístupů na odstraňování kongescí – 2. část. *Silniční obzor*, 2010, roč. 71, č. 2, s. 34 – 39, ISSN 0322-7154.
- (5) DORDA, M. – TEICHMANN, D. Experimentální ověření dob zdržení vozidel při návrhu signálního plánu metodou lineárního programování. In *sborník příspěvků semináře Úlohy diskrétní optimalizace v dopravní praxi – Kvantitativní metody optimalizace v dopravních a logistických systémech I.* Pardubice: Pardubice: Univerzita Pardubice. Dopravní fakulta Jana Pernera. Katedra informatiky v dopravě, 2010, s. 156 – 171. ISBN 978-80-7395-297-6.
- (6) DORDA, M. Studie využití simulačního software Witness při návrhu signálního plánu světelně řízené křižovatky. *Perner's Contacts*, 2010, roč. V, č. 3, s. 35 – 43, ISSN 1801-674X.