ČASOVÁ KOORDINACE SPOJŮ VEŘEJNÉ HROMADNÉ DOPRAVY NA ÚSECÍCH DOPRAVNÍ SÍTĚ

THE TIME COORDINATION OF PUBLIC MASS TRANSPORT ON SECTIONS OF THE TRANSPORT NETWORK

Petr Kozel[1]

Anotace: Předložený příspěvek se zabývá optimalizací časových poloh spojů z hlediska rovnoměrného rozložení na úseku dopravní sítě pojížděného několika linkami veřejné hromadné dopravy. Příspěvek uvádí soupis vstupních údajů, které jsou k řešení úlohy potřebné, definuje vhodná optimalizační kritéria a dále pak matematický model sloužící pro řešení uvedeného problému. V závěru příspěvku je uvedena konkrétní aplikace, která slouží k ověření funkčnosti matematického modelu. V předloženém příspěvku je uveden matematický model jednosměrné časové koordinace spojů.

Klíčová slova: linka, spoj, časová koordinace.

Summary: This paper focuses on optimizing the temporal position of the connection with regard to uniform distribution connection on section of transport network, which is operated by several lines of public mass transport. This article presents a list of input data that are needed to solve the problem, define appropriate optimization criteria and the mathematical model used to solve the problem. In the conclusion of this paper there is specific application used to verify the functionality of a mathematical model. In the present paper there is shown a mathematical model of one-way time coordination of connection.

Key words: service, connection, time coordination.

ÚVOD

Veřejná hromadná osobní doprava se objemem svých výkonů v rámci všech druhů doprav podstatnou částí podílí na uskutečňování přemísťovacího procesu, v rámci všech regionů České republiky. Za účelem zkvalitňování přepravních služeb je žádoucí nabízet cestujícím nejen dostatek spojů, ale také takové rozmístění spojů v čase, které co nejlépe vyhovuje jejich představám, např. je co nejrovnoměrnější. Kritickými obdobími z hlediska rovnoměrného rozmístění spojů v čase jsou období přepravních sedel, sobot, nedělí a státních svátků, kdy je

[1] Ing. Petr Kozel, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu 15, 708 33 Ostrava – Poruba, tel.: +420 739 002 714, E-mail: kozelp@seznam.cz

ve srovnání s přepravní špičkou nabízen nižší počet spojů a význam časové koordinace tedy roste. Tato skutečnost je impulzem k řešení úlohy, která se bude zabývat časovou koordinací spojů v období přepravního sedla v rámci možností, které současné rozložení spojů nabízí.

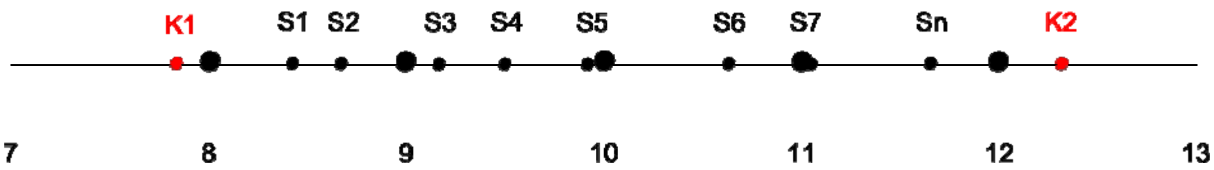
V tomto příspěvku je pozornost věnována tvorbě matematických modelů pro jednosměrnou časovou koordinaci spojů, přičemž v první variantě časový posun spojů není omezen. Ve druhé variantě řešení pak tento časový posun spojů omezen je.

V prvé řadě bude pozornost věnována tvorbě matematického modelu časové koordinace spojů, za předpokladu, že posun spojů není omezen, který vychází z matematického modelu tzv. „přiřaďovací úlohy“.

1. PROBLÉM I, JEDNOSMĚRNÁ ČASOVÁ KOORDINACE S NEOMEZENÝM POSUNEM ODJEZDU SPOJŮ

1.1 Formulace problému I

Je dán počet spojů n, ohraničených spoji K_1 a K_2 (celkem tedy n+2 spojů) a jejich aktuální polohy na časové ose. Spoje K_1 a K_2 nejsou zahrnuty do řešení. Dále je vymezeno období přepravního sedla, ve kterém jsou tyto spoje rozmístěny. Všechny spoje obsluhují společný úsek mezi místy A a B. Jednotlivé spoje nejsou vzájemně provázány, z hlediska nasazených vozidel, tj. každý spoj je obsluhován jiným vozidlem. Časové posuny spojů nejsou nikterak omezeny. Úkolem je určit optimální rozložení spojů z hlediska rovnoměrnosti na časovém úseku ohraničeném spoji K_1, K_2. Výchozí situace je zachycena na obrázku č. 1, kde $S_1 - S_n$ je označení spojů, které budou předmětem koordinace.



Zdroj: Autor

Obr. 1 – Rozložení spojů $S_1 - S_n$ na časové ose

Dříve než bude představen matematický model je potřeba připravit potřebná data, která budou do matematického modelu vstupovat. V prvé řadě je potřeba určit ideální polohy spojů $\overline{t_i}$ na časové ose z hlediska rovnoměrnosti. Jednotlivé spoje budou optimálně rozloženy v čase, budou-li se mezi nimi vyskytovat intervaly o stejné délce. Za tím účelem bude časový úsek ohraničený spoji K_1 a K_2 (jeho délka bude označena T_v) rozdělen na $n+1$ časových úseků (jejich délka bude označena symbolem o), přičemž n je počet spojů. Touto operací bude získáno n ideálních časových poloh $\overline{t_i}$. Pro snazší výpočet budou časové polohy spojů převedeny na minuty. Matematicky lze výše uvedený postup vyjádřit následujícím způsobem.

$$T_v = K_2 - K_1 \qquad [min] \tag{1}$$

$$o = \frac{T_v}{n+1} \qquad [min] \tag{2}$$

S použitím vypočtené hodnoty velikosti časových oddílů *o,* je možné stanovit ideální časové polohy $\overline{t_i}$ podle následujícího vztahu.

$$\overline{t_i} = K_1 + o \cdot i, \qquad [min], \qquad \text{pro } i = 1, ..., n \tag{3}$$

V dalším kroku je potřeba sestavit matici odchylek $c_{i,j}$, která je tvořena absolutními hodnotami odchylek aktuálních poloh spojů od ideálních poloh spojů $\overline{t_i}$ vypočtených podle vztahu (3). Hodnoty odchylek budou vypočteny podle vztahu:

$$c_{i,j} = \left| \overline{t_i} - t_j \right|, \tag{4}$$

přičemž $\overline{t_i}$ jsou hodnoty ideálních poloh spojů pro $i = 1, ..., n$ a t_j jsou hodnoty aktuálních poloh spojů pro $j = 1, ..., n$. Nevýhodou tohoto přístupu může být, že ideální časové polohy spojů nebudou celočíselné. Nyní jsou k dispozici všechna potřebná data, která budou do matematického modelu vstupovat, a je možné přistoupit k jeho sestavení.

1.2 Matematický model pro jednosměrnou časovou koordinaci spojů s neomezeným posunem spojů

V případě, kdy není časový posun spojů omezen je možné k řešení problému použít model přiřaďovacího problému. V rámci řešení časové koordinace na základě „přiřaďovací úlohy“ bude docházet k přiřazování aktuálních časových poloh polohám ideálním tak, aby součet odchylek mezi ideálními časovými polohami spojů a aktuálními polohami spojů byl minimální. Proměnné v modelu jsou bivalentní. Pokud:

$x_{i,j} = 0$ nedojde k přiřazení $j-tého$ spoje, ideální poloze *i,*

$x_{i,j} = 1$ dojde k přiřazení $j-tého$ spoje, ideální poloze *i.*

Matematický model této úlohy má tvar:

$$Minimize\ f(x) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} c_{i,j} \cdot x_{i,j} \tag{5}$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i,j} = 1, \qquad \text{pro } j = 1, ..., n \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{i,j} = 1, \qquad \text{pro } i = 1, ..., n \tag{7}$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\}, \qquad \text{pro } i = 1, ..., n; \; j = 1, ..., n \tag{8}$$

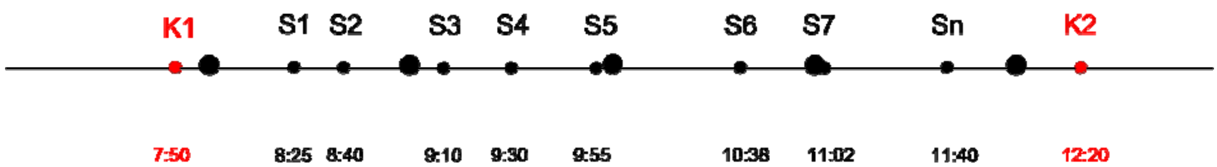
Výraz (5) reprezentuje účelovou funkci. Podmínky (6) zabezpečují, že každý spoj bude přiřazen právě jedné ideální poloze, podmínky (7) pak zajišťují, že každá ideální poloha bude obsazena právě jedním spojem. Podmínky (8) jsou obligatorními podmínkami. Výsledkem je zcela rovnoměrné rozložení spojů na časové ose.

Výše uvedený matematický model sestavený na základě přiřaďovacího problému je možno pro časovou koordinaci použít pouze v situacích, kdy lze se spoji v čase posouvat bez omezení. Možnosti, kdy lze se spoji libovolně posouvat v čase, se však vyskytují zřídka, a proto je zapotřebí věnovat se řešení časové koordinace spojů v situaci, kdy jsou posuny jednotlivých spojů limitovány. Je tedy potřeba sestavit matematický model, který bude respektovat, že posuny spojů mohou být pouze v určitém, přípustném intervalu. Tato situace bude formulována jako problém č. II.

1.3 Výpočetní experimenty

Matematický model sestavený při řešení problému č. 1. byl použit při řešení problematiky časové koordinace spojů hromadné osobní dopravy v úseku Frýdek-Místek – Dobrá, v období dopoledního přepravního sedla. Výsledky tohoto řešení budou nyní prezentovány. Výpočetní experimenty s tímto modelem byly provedeny v optimalizačním software Xpress-IVE, čas výpočtu byl pod hranicí jedné sekundy.

V rámci řešení jednosměrné časové koordinace spojů na úseku Frýdek-Místek – Dobrá bylo dáno $n = 8$ spojů. Období přepravního sedla bylo stanoveno na interval 8 – 12 hodin. Aktuální časové polohy t_j, spojů S_j, pro $j = 1, ..., n$ jsou zachyceny na obrázku č. 2, kde je zároveň uveden i přepočet na minuty a v tabulce č. 1.



Zdroj: Autor

Obr. 2 – Aktuální časové polohy spojů na časové ose

Tab. 1 - Aktuální časové polohy spojů t_j

j	1	2	3	4	5	6	7	8
S_j *[hh:mm]*	8:25	8:40	9:10	9:30	9:55	10:38	11:02	11:40
t_j *[min]*	505	520	550	570	595	638	662	700

Zdroj: Autor

Data vstupující do matematického modelu byla připravena na základě výše uvedených vztahů (1), (2), (3) a (4) a jsou uvedena v tabulce č. 2 a v tabulce č. 3.

Tab. 2 - Hodnoty ideálních časových poloh spojů t_i

j	1	2	3	4	5	6	7	8
S_i *[hh:mm]*	8:20	8:50	9:20	9:50	10:20	10:50	11:20	11:50
$\bar{t}_i$ *[min]*	500	530	560	590	620	650	680	710

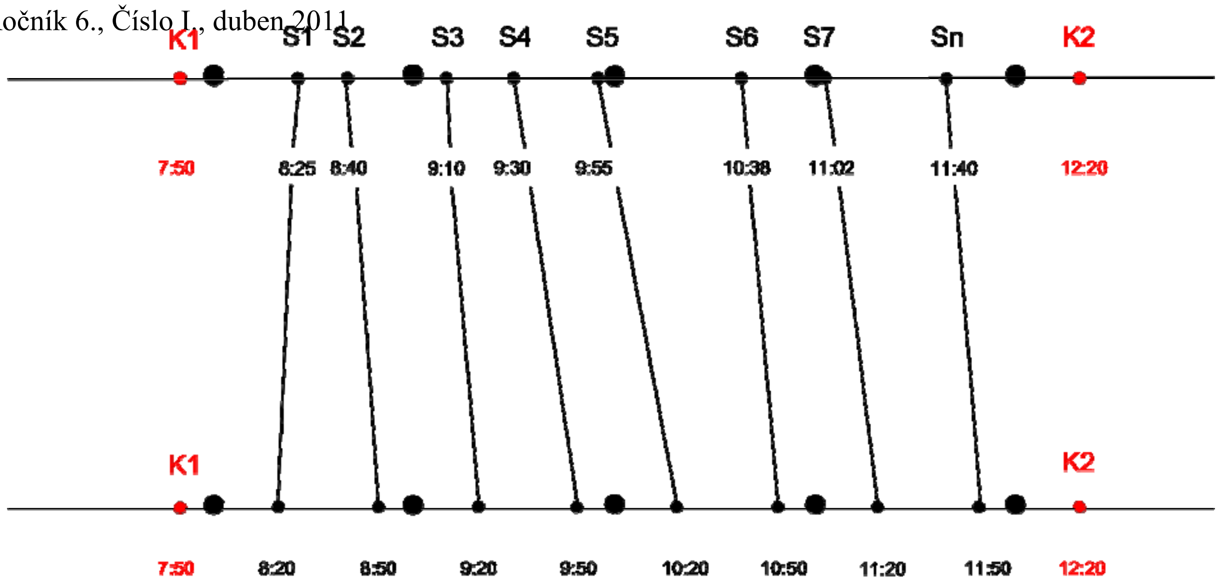
Zdroj: Autor

Optimalizačním kritériem je součet odchylek aktuálních poloh spojů od ideálních poloh spojů, cílem optimalizace je tento součet minimalizovat. Výsledky, které byly dosaženy po vyřešení výše uvedeného matematického modelu v optimalizačním software Xpress-IVE jsou shrnuty v tabulce č. 4 a pro lepší představu znázorněny do obrázku č. 3.

Tab. 3 - Matice odchylek aktuálních poloh spojů t_j od poloh spojů ideálních $\bar{t}_i$

$t_j / \bar{t}_i$	500	530	560	590	620	650	680	710
505	5	25	55	85	115	145	175	205
520	20	10	40	70	100	130	160	190
550	50	20	10	40	70	100	130	160
570	70	40	10	20	50	80	110	140
595	95	65	35	5	25	55	85	115
638	138	108	78	48	18	12	42	72
662	162	132	102	72	42	12	18	48
700	200	170	140	110	80	50	20	10

Zdroj: Autor



Zdroj: Autor

Obr. 3 - Přiřazení aktuálních poloh spojů ideálním polohám spojů

2. PROBLÉM II, JEDNOSMĚRNÁ ČASOVÁ KOORDINACE S OMEZENÝM POSUNEM ODJEZDU SPOJŮ

2.1 Formulace problému II

Situace je podobná jako u předcházející varianty, kdy nebyl posun spojů omezen. Je dán počet spojů *n* a jejich aktuální polohy na časové ose. Dále je vymezeno časové období, ve kterém jsou tyto spoje rozmístěny. Všechny spoje obsluhují společný úsek mezi místy *A* a *B*. Jednotlivé spoje nejsou vzájemně provázány, tj. každý spoj je obsluhován jiným vozidlem. Časové posuny spojů jsou omezeny přípustným intervalem, který je vytvořen na základě přesně definovaných pravidel s pomocí příslušných podkladů. Těmito podklady jsou jízdní řády, které obsahují pravidelné časy odjezdů jednotlivých spojů a jízdní doby a turnusové příkazy, které obsahují doby jednotlivých technologických činností, které jsou v průběhu zabezpečování spojů vykonávány, a které je potřeba respektovat. Pro každý spoj, který bude předmětem koordinace, je tedy známa jeho aktuální časová poloha a možnosti posunu spoje v kladném a záporném směru na časové ose. Cílem je s přihlédnutím k intervalům omezujícím posuny spojů rozmístit spoje ve vymezeném časovém intervalu tak, aby jejich polohy byly v čase rozmístěny co nejpravidelněji.

Při řešení problému koordinace spojů v lineárním programování je nutno respektovat, aby k časovým posunům odjezdů jednotlivých spojů docházelo pouze v kladném směru na časové ose. Tento požadavek vyplývá z metod lineárního programování, které nepřipouštějí existenci záporných hodnot proměnných. Možnost časového posunu v záporném směru na časové ose, bude s ohledem na požadované hodnoty proměnných v lineárním programování zabezpečena časovým posunem spoje do nejdříve možného začátku spoje před započetím procesu optimalizace. Uvedený posun spoje do nejdříve možné polohy nemá žádný negativní vliv na hodnotu optimálního řešení.

2.2 Matematický model pro jednosměrnou časovou koordinaci spojů s omezeným posunem spojů

Pro účely sestavy matematického modelu časové koordinace byly zavedeny tři veličiny popisující jednotlivá rozhodnutí, či stavy. Těmito veličinami jsou: Proměnná $y_{i,j}$ popisuje časový rozdíl mezi každými dvěma sousedními spoji i, j obsluhujícími řešený úsek. Je-li koordinováno n spojů, pak počet těchto proměnných bude $n-1$, pro spoje $i = 1, ..., n-1$, přičemž spoje $j = i+1$. Proměnná x_i modeluje posun $i-tého$ spoje v kladném směru na časové ose, pro spoje $i = 1, ..., n$. Proměnná d modeluje minimální rozdíl mezi dvojicí sousedních spojů. V modelu dále vystupují hodnoty c_i, c_j odpovídající nejdříve možným odjezdům jednotlivých spojů, pro $i = 1, ..., n-1$ a $j = i+1$, které jsou z důvodu zjednodušení výpočtu, přepočteny na minuty. Maximální dovolený posun $i-tého$ spoje je modelován veličinou a_i, která je nezápornou celočíselnou hodnotou, kde $i = 1, ..., n$. Při řešení reálných problémů nelze připustit získání optimálního řešení, které by uvažovalo s neceločíselnými časovými posuny. Z uvedeného důvodu je nutno, aby v modelu byl akceptován požadavek na celočíselnost proměnné x_i. Obligatorní podmínka tedy bude mít tvar: $x_i \in Z^+$, pro $i = 1, ..., n$, kde Z^+ je množina celých nezáporných čísel. Zavedením požadavku na celočíselnost proměnné x_i je rovněž ošetřena i celočíselnost proměnných $y_{i,j}$ a d. Cílem optimalizace je maximalizovat minimální rozdíl mezi dvojicí sousedních spojů.

Obecný zápis matematického modelu má tvar:

$$Maximize\ f = d \tag{9}$$

$Subject\ to$:

$$y_{i,j} = c_j + x_j - c_i - x_i, \quad \text{pro } i = 1, ..., n-1;\ j = i+1 \tag{10}$$

$$y_{i,j} \geq d, \quad \text{pro } i = 1, ..., n-1;\ j = i+1 \tag{11}$$

$$x_i \leq a_i, \quad \text{pro } i = 1, ..., n \tag{12}$$

$$x_i \in Z^+, \quad \text{pro } i = 1, ..., n \tag{13}$$

$$y_{i,j} \geq 0, \quad \text{pro } i = 1, ..., n-1;\ j = i+1 \tag{14}$$

$$d \geq 0 \tag{15}$$

Výraz (9) reprezentuje účelovou funkci a podmínky (10) představují časový rozdíl mezi dvojicemi sousedních spojů po zapracování případných posunů. Podmínky (11) zabezpečují, že tento rozdíl nebude menší než hodnota minimálního rozdílu d. Další podmínky (12) zajišťují, že posun $i-tého$ spoje se uskuteční v dovolených mezích. Podmínky (13) – (15) jsou podmínkami obligatorními.

2.3 Výpočetní experimenty

Tento v pořadí druhý matematický model byl opět použit při řešení problematiky časové koordinace spojů hromadné osobní dopravy v úseku Frýdek-Místek – Dobrá, v období dopoledního přepravního sedla. Výpočetní experimenty s výše uvedeným modelem byly opět provedeny v optimalizačním software Xpress-IVE a čas výpočtu byl rovněž pod hranicí jedné sekundy.

V rámci řešení jednosměrné časové koordinace spojů na úseku Frýdek-Místek – Dobrá bylo dáno $n = 9$ spojů. Období přepravního sedla je, stejně jako v předcházejícím případě, stanoveno na interval 8 – 12 hodin. Nejdříve možné odjezdy spojů c_i jsou společně s hodnotami maximálních časových posunů spojů a_i převedeny na minuty a uvedeny v tabulce č. 5.

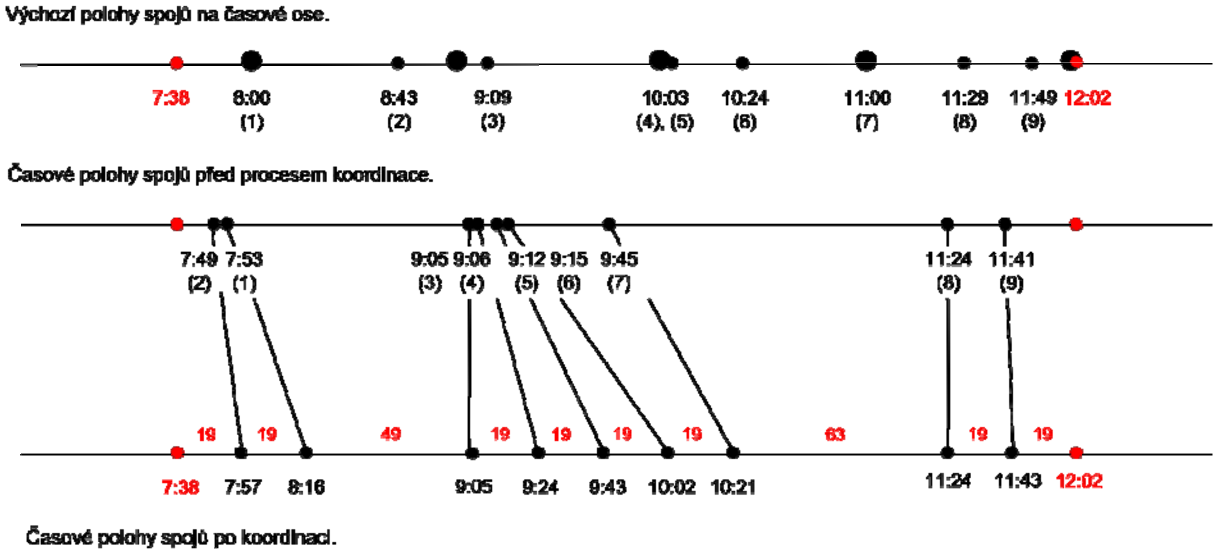
Tab. 5 - Hodnoty nejdříve možných odjezdů spojů a hodnoty maximálních možných časových posunů spojů

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
c_i *[min]*	469	473	545	546	552	555	585	684	701
a_i *[min]*	57	65	7	63	78	71	83	5	44

Zdroj: Autor

Výsledky, které byly dosaženy řešením matematického modelu s výše uvedenými daty v optimalizačním software Xpress-IVE je možné vidět na obrázku č. 4.

V předcházejícím případě, kdy byla časová koordinace spojů řešena v situaci neomezeného časového posunu spojů, bylo výsledkem optimální, zcela rovnoměrné rozložení spojů na časové ose a na první pohled bylo zřejmé, že nově dosažené řešení je z pohledu rovnoměrnosti rozložení spojů na časové ose lepší, než výchozí stav. Za účelem porovnání výchozího a nově dosaženého řešení v problému č. 2 bylo použito hodnotícího kritéria. Jedná se o hodnotu minimálního rozdílu mezi sousedními spoji. Hodnotící kritérium bylo pro výchozí stav i nově navržené řešení vypočítáno a výsledek je uveden v tabulce č. 6.



Zdroj: Autor

Obr. 4 - Porovnání časových poloh výchozího a nově navrženého řešení

Tab. 6 - Porovnání hodnot minimálního rozdílu mezi sousedními spoji u výchozího a nově navrženého řešení

minimální rozdíl mezi sousedními spoji [min]	
výchozí rozložení spojů	nově navržené rozložení spojů
0	19

Zdroj: Autor

Z tabulky č. 6 je možné vidět srovnání hodnot optimalizačního kritéria pro výchozí a nově navržené řešení. Hodnotu minimálního rozdílu mezi sousedními spoji bylo v rámci procesu optimalizace cíleno maximalizovat. Jak je ze srovnání patrné, z pohledu vybraného hodnotícího kritéria je nově navržené řešení lepší než výchozí stav.

ZÁVĚR

Předložený článek je věnován problematice časové koordinace spojů hromadné osobní dopravy. Řešení této problematiky bylo uskutečněno s využitím metod lineárního programování. V rámci předloženého článku byly prezentovány dvě varianty řešení, které je možno k řešení časové koordinace použít v závislosti na možnostech posunů jednotlivých spojů vstupujících do procesu koordinace.

Všechny výpočetní experimenty, které byly v tomto článku prezentovány, byly realizovány v demoverzi optimalizačního software Xpress-IVE.

V souvislosti s problematikou uvedenou v předloženém článku je plánována realizace dalších experimentů, které povedou ke zvýšení kvality získaného přípustného řešení u matematického modelu uvedeného v pořadí jako druhého. Bude se jednat o analýzu citlivosti při dodání dodatečné podmínky, která bude shora omezovat rozdíl mezi sousedními spoji $y_{i,j}$ a dále bude pozornost věnována sestavení matematického modelu pro obousměrnou časovou koordinaci spojů hromadné osobní dopravy, eventuálně situace, kdy budou spoje provázány z hlediska obsluhy spojů stejnými vozidly.

Článek byl zpracován s podporou grantu Fakulty strojní VŠB-TU Ostrava č. SP2011/129 Výzkum v oblasti modelování pro podporu řízení dopravy ve městech.

POUŽITÁ LITERATURA

(1) JANÁČEK, J. *Matematické programování.* Žilina: Žilinská univerzita v Žilině, 2003. 225 s. ISBN 80-8070-054-0.

(2) JANÁČEK, J. *Optimalizace na dopravních sítích.* Žilina: Žilinská univerzita v Žilině, 2003. 248 s. ISBN 80-8070-031-1.

(3) *Jízdní řád autobusových linek provozovaných ČSAD Frýdek-Místek a. s. a dalších dopravců, kteří zajišťují veřejnou osobní linkovou dopravu v regionu Frýdek-Místek, 2008 – 2009.*

(4) *Turnusové příkazy dopravce ČSAD Frýdek-Místek a. s. 2007-2008; 2008-2009.*

(5) *Podklady Moravskoslezského kraje.*

(6) *Optimalizační software Xpress*-IVE, <http://optimization.fico.com>.