

APLIKACE METOD BARVENÍ GRAFŮ PRO URČENÍ MINIMÁLNÍHO POČTU FÁZÍ SVĚTELNĚ ŘÍZENÝCH KŘÍŽOVATEK

APPLICATIONS OF GRAPH COLORING METHODS FOR DETERMINING THE MINIMUM NUMBER OF STAGES LIGHT CONTROLLED INTERSECTIONS

Michal Rusek¹

Anotace: Předložený článek pojednává o možných přístupech k řešení problému vyhledání minimálního počtu fází potřebných k řízení světelně řízených křižovatek. V úvodních kapitolách jsou popsány a rozebrány přístupy (heuristické i exaktní), které je možno použít pro řešení dané úlohy. V následující kapitole jsou tyto přístupy aplikovány pro získání řešení na konkrétní reálné křižovatce a v závěrečné kapitole jsou porovnány výhody a nevýhody plynoucí z použití jednotlivých přístupů.

Klíčová slova: křižovatka, fáze, proud, graf, vrchol.

Summary: The article discusses possible approaches to solving the problem to find the minimum number of phases required to drive light controlled intersections. The introductory chapters are described and discussed approaches (heuristic and exact), which can be used to solve the problem. In the next chapter, these approaches are applied to obtain solutions at the real intersection, and final chapter compares the advantages and disadvantages of using different approaches.

Key words: intersection, phase, traffic flow, graph, node.

ÚVOD

Nejčastěji používaným přístupem sloužícím k vyhledání minimálního počtu fází, publikovaným v (1) je hledání maximálních kompletních podgrafů v grafu bezkoliznosti, ve kterém vrcholy představují jednotlivé proudy vstupující do křižovatky a hrany reprezentují vztah bezkoliznosti. Jsou-li tedy dva proudy nekolizní nebo podmíněně kolizní (mohou vstupovat do křižovatky v jedné fázi), jsou dva vrcholy reprezentující uvedené proudy spojeny v grafu bezkoliznosti hranou. Principiálně je problém velice jednoduchý, potíže pro řešitele však nastávají v případech, kdy v grafu bezkoliznosti existuje velké množství hran, situace se stává nepřehlednou a je vysoce pravděpodobné, že řešitel některý z výhodných maximálních kompletních podgrafů přehlédne.

Jiným možným přístupem je přístup založený na prohledávání komplementárního grafu ke grafu bezkoliznosti – grafu koliznosti. Situaci, kdy je v grafu bezkoliznosti velké množství hran, totiž odpovídá řídká matice mezičasů kolizních signálních skupin, graf koliznosti je pak

¹ Ing. Michal Rusek, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu 15, 708 33 Ostrava – Poruba, tel.: +420 737 168 052, E-mail: michal.rusek@atlas.cz

méně rozsáhlý a tím i přehlednější. V této souvislosti existuje poznatek, že úlohu o vyhledání počtu fází je možno transformovat na úlohu o úlohu barvení vrcholů grafu koliznosti.

Obecně je cílem úlohy o barvení grafů zabarvit všechny vrcholy daného grafu minimálním počtem barev tak, aby každý vrchol byl obarven a žádné dva sousední vrcholy nebyly obarvené stejnou barvou. V případě aplikace na určení minimálního počtu fází je možno tento problém definovat jako přiřazení všech proudů do fází tak, aby počet fází byl co nejmenší, žádné dva vrcholy, které jsou ve vztahu kolize, nebyly se stejné fázi a každý proud byl v přiřazen do nějaké fáze, přičemž fáze reprezentována v úloze výběru minimálního počtu fází, respektive v úloze optimalizace signálního plánu, představuje barvu v úlohách o barvení grafů. Článek si klade zejména za cíl poukázat na tento netradiční způsob řešení úlohy, která se v praxi vyskytuje velice často.

1 TEORETICKÁ VÝCHODISKA – DOSTUPNÉ ALGORITMY

Řešení úlohy barvení grafu je možno provést několika způsoby. Je možno použít například exaktní algoritmus popsany v (2). Vzhledem k faktu, že problém zabarvení grafu minimálním počtem barev je NP-těžký je použití exaktního algoritmu pro úlohy většího rozsahu časově náročné. V uvedených případech je proto vhodnější použít heuristický algoritmus.

1.1 Heuristické přístupy

Mezi heuristické algoritmy patří algoritmus sekvenčního barvení grafu, algoritmus paralelního barvení grafu a algoritmu LDF (Largest Degree First). V následující části článku budou jednotlivé heuristické algoritmy stručně popsány.

1.1.1 Algoritmus sekvenčního barvení

Algoritmus obarví vrchol v_i barvou nejmenšího čísla takovou, kterou nejsou obarveni sousedé vrcholu v_i (soused = vrchol spojený s vrcholem v_i).

Tento algoritmus se řeší ve dvou krocích:

Krok č.1: Zvolí se libovolná posloupnost vrcholů grafu $G = (V, H)$: $P = v_1, v_2, \dots, v_n$.

Krok č.2: Vrchol v_i pro $i = 1, 2, \dots, n$ se obarví barvou nejnižšího čísla, kterou nebyl dosud žádný vrchol obarven.

V tomto algoritmu jsou tedy postupně vybírány všechny vrcholy a jsou barveny vždy nejnižší barvou takovou, kterou nejsou obarveni sousedé tohoto vrcholu. Tento algoritmus zabarví barvou 1 vrchol 1. nechť je již zabarveno i vrcholů v_1, v_2, \dots, v_i . Další vrchol v_{i+1} algoritmus obarví barvou nejnižšího čísla, která není přiřazena žádnému sousedovi.

1.1.2 Algoritmus paralelního barvení grafu

Zatímco algoritmus sekvenčního barvení grafu postupně vybíral vrcholy a barvil je nejnižší možnou barvou, algoritmus paralelního barvení grafu vezme jednu barvu a tou zabarví nejvyšší možný počet vrcholů grafu. Poté vezme další barvu a tou zabarví další vrcholy. Tento postup se opakuje, dokud nejsou zabarveny všechny vrcholy. Opět platí, že

barvou b může být vrchol zabarven pouze tehdy, pokud touto barvou není zabarven žádný ze sousedů tohoto vrcholu. Další změnou je úprava posloupnosti vrcholů. Zatímco u algoritmu sekvenčního barvení grafu byla posloupnost vrcholů náhodná (vrcholy mohly být uspořádány libovolně), v tomto algoritmu se vrcholy do posloupnosti upořádají podle stupně jednotlivých vrcholů a to sestupně od vrcholů s největším stupněm po vrcholy s nejmenším stupněm.

Algoritmus se realizuje ve 4 následujících krocích:

Krok č.1: Vrcholy grafu $G = (V, H)$ se seřadí do posloupnosti $P = v_1, v_2, \dots, v_n$ podle stupně vrcholu a to sestupně. Dále se inicializuje množina barev $F = \{1\}$, $j := 1$.

Krok č.2: Pro vrcholy v_1, v_2, \dots, v_n posloupnosti P se postupně provede: Pokud vrchol v_i není obarven barvou a nemá souseda zabarveného barvou j tak bude zabarven barvou j .

Krok č.3: Pokud jsou všechny vrcholy posloupnosti P zabarveny, algoritmus končí.

Krok č.4. Pokud nejsou všechny vrcholy posloupnosti P zabarveny, zvýší se počet barev, tedy $j := j + 1$, a následuje návrat ke kroku č. 2.

1.1.3 Algoritmus LDF

Tento algoritmus vychází ze sekvenčního algoritmu. Rozdíl je pouze v tom, jakým způsobem je vytvořena posloupnost vrcholů. U sekvenčního algoritmu byla posloupnost vrcholů náhodná, algoritmus LDF si v průběhu výpočtu stanovuje, kterému z vrcholů bude přidělena nejnižší přidělitelná barva. Pro účel tohoto algoritmu je potřeba definovat tzv. barevný stupeň vrcholu v . Ten se určí jako počet různých barev, kterými jsou obarveni sousedé vrcholu v .

Algoritmus se realizuje v následujících třech krocích:

Krok č.1: ze všech nezabarvených vrcholů s největším stupněm se vybere vrchol v s největším barevným stupněm.

Krok č.2: provede se přiřazení barvy nejnižšího možného čísla vrcholu v

Krok č.3: pokud jsou všechny vrcholy obarvené algoritmus končí, pokud nikoliv, přejde se na

krok 1.

1.1.4 Obecné zhodnocení heuristických přístupů

Algoritmy uvedené v podkapitole 1.1 jsou v prvé řadě velmi jednoduché. Je pro ně charakteristické, že pokud se vrcholu přidělí barva, je toto přidělení definitivní a v algoritmech nejsou zabudovány žádné další opravné kroky. Sestavené algoritmy by bylo možno modifikovat tak, že by se v průběhu řešení měnilo vstupní pořadí vrcholů, na kterém závisí výstup z jednotlivých algoritmů. Markantní je to zejména v případě sekvenčního algoritmu. Tam je totiž posloupnost vrcholů libovolná, je tedy možné ji modifikovat. Toto platí v omezené míře i u obou zbývajících algoritmů. Přestože zde je posloupnost vrcholů určena (u algoritmu paralelního barvení grafů podle stupně vrcholu a u algoritmu LDF barevným stupněm vrcholu), je zcela běžné, že v řešené úloze může mít stejný stupeň několik vrcholů a u těchto vrcholů může být změněno jejich pořadí.

Přestože řešící postup je u jednotlivých algoritmů mírně odlišný, je podstata všech třech algoritmů principiálně stejná. Rozdíly jsou v uspořádání vrcholů (pořadí, ve kterém jsou vrcholy vybírány do řešení) a dále způsobu barvení. Protože se ovšem jedná pouze o heuristické algoritmy, které nezaručují vyhledání optimální řešení a exaktní algoritmus je velmi složitý, je vhodné mít k dispozici i jiný přístup, který zaručí optimální řešení a není obtížný na zpracování. Přístupem, který tyto nedostatky odstraňuje, je přístup založený na řešení lineárního modelu.

V následujícím textu budou popsány související lineární modely, které lze pro řešení úloh barvení grafu použít.

1.2 Exaktní přístupy

Jak již bylo uvedeno výše v textu, úlohy barvení grafů je možno řešit rovněž pomocí matematických modelů. Dostupné jsou zejména dva modely. Autorem prvního z nich je doc. RNDr. Štefan Peško, CSc. (výchozí model), autorem druhého modelu je prof. RNDr. Jaroslav Janáček, CSc. a Tomáš Lacko (rozšířený model).

Na základě řešení výchozího modelu se každý vrchol barví pouze jednou barvou. Po vyřešení rozšířeného modelu může být jeden vrchol více barvami, což je důležité např. v případě výběru minimálního počtu fází. Pokud je totiž jeden proud vstupující do křižovatky přiřazen do více fází, je zřejmé, že se díky tomu zvýší doba, po kterou mohou vozidla v rámci cyklu vstupovat do křižovatky a tím se zvýší propustnost křižovatky. Jistou nevýhodou rozšířeného modelu zůstává, že je možné jej použít pouze po předchozí aplikaci první varianty modelu, neboť již musí být znám minimální počet barev a následně se provádí pouze přiřazení více barev jednotlivým vrcholům.

1. varianta modelu má následující tvar:

Účelová funkce:

$$\min y \tag{1}$$

za podmínek

$$\sum_{c \in C} x_{ic} = 1 \quad i \in V \tag{2}$$

$$x_{ic} + x_{jc} \leq 1 \quad c \in C, i \in V, i \neq j, a_{ij} = 1 \tag{3}$$

$$c \cdot x_{ic} \leq y \quad c \in C, i \in V \tag{4}$$

$$x_{ic} \in \{0, 1\}, \quad c \in C, i \in V \tag{5}$$

$$y \geq 0 \tag{5a}$$

Výraz (1) představuje účelovou funkci modelu, přičemž proměnná y představuje počet barev použitých při barvení grafu a její hodnota je minimalizována. Skupina omezujících podmínek (2) představuje podmínky, které zabezpečí, aby zabarvení vrcholu $i \in V$ bylo právě

jednou barvou. V této podmínce proměnná x_{ic} reprezentuje rozhodnutí, zda i -tý vrchol z množiny vrcholů V bude obarven c -tou barvou z množiny barev C ($x_{ic}=1$) či nikoliv ($x_{ic}=0$). Skupina omezujících podmínek (3) představuje podmínky zabezpečující, aby dva sousední vrcholy i a j byly zbarveny různými barvami. Zda jsou vrcholy sousední, či nikoliv se určí z incidenční matice. Pokud prvek incidenční matice $a_{ij}=1$, vrcholy jsou sousední, pokud $a_{ij}=0$, vrcholy sousední nejsou. Skupina omezujících podmínek (4) reprezentuje podmínky zabezpečující, aby při barvení byly použity barvy nejnižších hodnot. Skupina omezujících podmínek (5) a (5a) představuje obligatorní podmínky modelu.

Rozšířený model má následující tvar:

Účelová funkce:

$$\max \sum_{i \in V} \sum_{c \in C} x_{ic} \quad (6)$$

za podmínek

$$\sum_{c \in C} x_{ic} \geq 1 \quad i \in V \quad (7)$$

$$x_{ic} + x_{jc} \leq 1 \quad c \in M, i \in V, i \neq j, a_{ij}=1 \quad (8)$$

$$x_{ic} \in \{0, 1\}, \quad c \in M, i \in V \quad (9)$$

Jak je patrné, je v rozšířené variantě modelu několik zásadních rozdílů. V první řadě se model odlišuje v účelové funkci (6), ve které se nyní počet vrcholů obarvených barvou c maximalizuje. Dále je odlišná skupina omezujících podmínek (7), neboť již není v modelu vyžadováno, aby byl vrchol zbarven právě jednou barvou. Skupina omezujících podmínek (8) se změnila v tom, že barvy c již nejsou z množiny C , což byla v prvním modelu množina všech barev připadajících v úvahu (těch bylo tolik, kolik je v úloze vrcholů), ale z množiny M , což je množina minimálního potřebného počtu barev, která byla získána jako výstup z prvního modelu. Skupina omezujících podmínek reprezentujících požadavek na použití co nejnižšího počtu barev zde již nemusí být uvedena, neboť počet barev je znám z předchozího modelu a tato hodnota se v průběhu řešení nemění. Skupina omezujících podmínek (9) reprezentuje obligatorní podmínky modelu, které se opět liší v tom, že barva c již není vybírána z množiny C , ale M .

V následující části textu budou výše uvedené přístupy k řešení úloh barvení grafů aplikovány na konkrétním příkladu.

2 APLIKACE METOD NA REÁLNÉM PROBLÉMU

Nejdříve bude provedena charakteristika křižovatky, na kterou se budou přístupy popsané v předchozích kapitolách aplikovat. Jedná se o křižovatku ulic Mariánskohorská x Nádražní, nacházející se ve městě Ostrava, městské části Moravská Ostrava a Přívoz v lokalitě Sad Boženy Němcové. Letecký pohled na tuto křižovatku je možno vidět na obrázku 1.

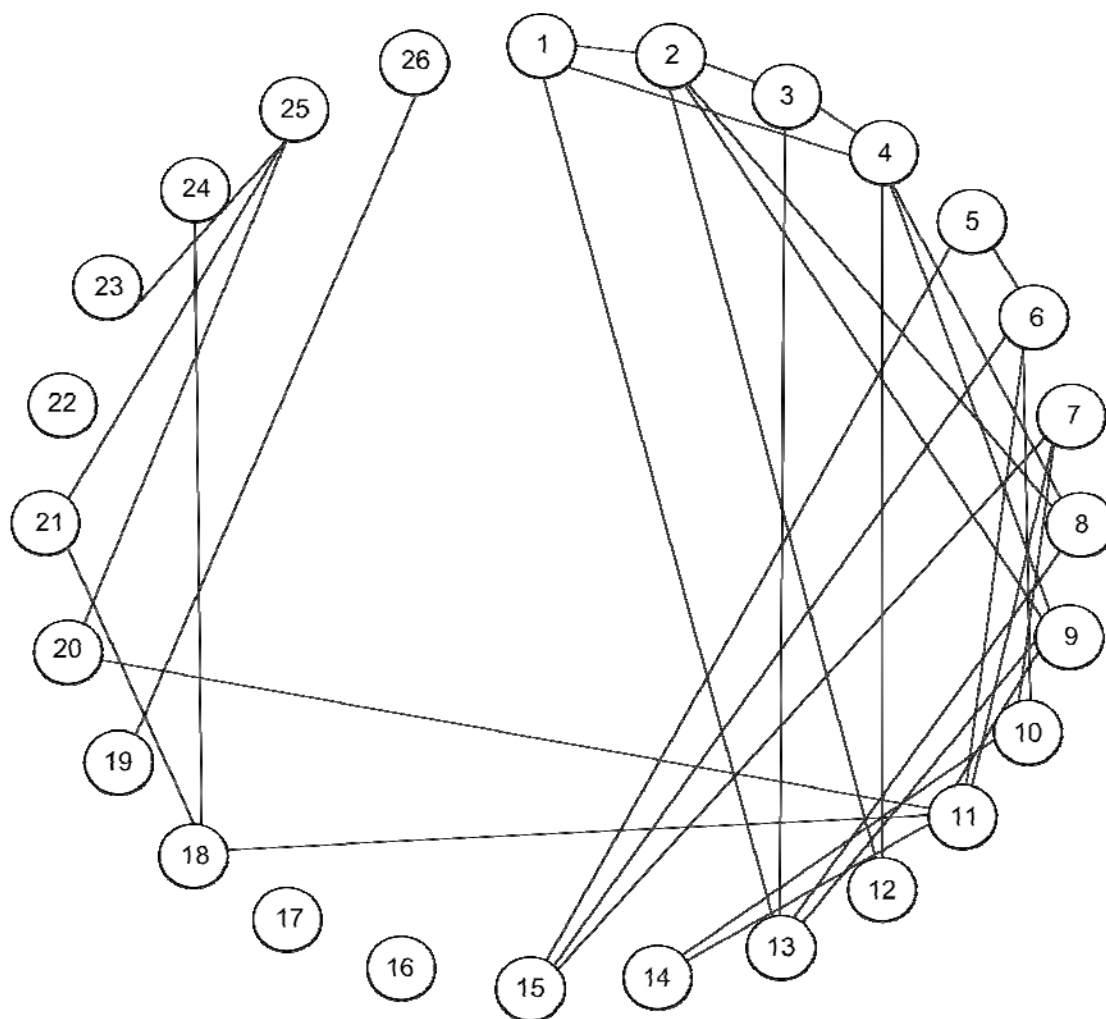


Zdroj: (3)

Obr. 1 - Letecký pohled na řešenou křižovatku

Jedná se o rozsáhlou křižovatku s vysokým počtem proudů a vysokou intenzitou provozu. Do křižovatky vstupuje celkem 10 vozidlových, 7 chodeckých a 7 tramvajových proudů. Dále se zde nacházejí dvě návěstidla se signálem „žluté světlo ve tvaru chodce“. Křižovatka je součástí městského okruhu a prochází jí hlavní spojnice centra města s hlavním nádražím.

Řešení úlohy barvení grafu pomocí heuristických metod bude předvedeno pouze za pomoci prvních dvou ze třech popisovaných heuristických metod. Vzhledem ke skutečnosti, že algoritmy jsou velmi obdobné, je zbytečné realizovat všechny tři metody a úloha barvení grafu bude provedena pouze pomocí algoritmu sekvenčního barvení grafu a algoritmu paralelního barvení grafu. Demonstrace řešení pomocí matematického modelu bude provedena na základním i rozšířeném modelu. Na obrázku 2 je možno vidět graf koliznosti řešené křižovatky, ze kterého řešící metody vycházejí.



Zdroj: Autor

Obr. 2 – Graf koliznosti řešené křižovatky

2.1 Řešení úlohy pomocí algoritmu sekvenčního barvení grafu

Ve vstupní posloupnosti se nachází celkem 26 vrcholů. V tomto algoritmu je posloupnost vrcholů libovolná. Bude tedy uvažováno s pořadím vrcholů takovým, které je uvedeno v matici mezičasů kolizních signálních skupin.

Posloupnost tedy bude:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26.

Před započítáním výpočtu je vhodné vytvořit množiny sousedů jednotlivých vrcholů, neboť zjišťování, zda jsou jednotlivé vrcholy sousední či nikoliv, je z tohoto výpisu rychlejší a přehlednější, než odečítání přímo z grafu.

Nyní, v souladu s postupem uvedeným výše, se provede obarvení vrcholů. Vrchol i pro $i = 1..26$ bude obarven barvou nejmenšího čísla tak, aby žádný z již obarvených sousedních vrcholů nebyl touto barvou obarven. Vrchol 1 tedy bude obarven barvou 1. Vrchol 2 bude obarven barvou 2 (protože vrchol 1, který již je obarven barvou, 1 je soused vrcholu 2, nemůže být vrchol 2 obarven barvou 1. Nejnižší číslo barvy, kterou může být vrchol 2

obarven je tedy 2). Tento postup se opakuje, dokud nejsou obarveny všechny vrcholy. Obarvení všech vrcholů je tedy následující:

1-1, 2-2, 3-1, 4-2, 5-1, 6-2, 7-1, 8-1, 9-1, 10-3, 11-3, 12-1, 13-2, 14-1, 15-3, 16-1, 17-1, 18-1, 19-1, 20-1, 21-2, 22-1, 23-1, 24-2, 25-3, 26-2.

Výsledek algoritmu sekvenčního barvení je zobrazen v tabulce 1.

Tab. 1 – Výsledek algoritmu sekvenčního barvení

Číslo barvy	Vrchol
1	1, 3, 5, 7, 8, 9, 12, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23
2	2, 4, 6, 13, 21, 24, 26
3	10, 11, 15, 25

Zdroj: Autor

2.2 Algoritmus paralelního barvení grafu

Ve vstupní posloupnosti je opět 26 vrcholů. V tomto algoritmu je však posloupnost určena stupněm vrcholu. Protože však některé vrcholy mají stejný stupeň, bylo nutno zaujmout kritérium preferenčního výběru mezi těmito proudy. Byly vždy upřednostněny vrcholy reprezentující vozidlové proudy, následované proudy chodeckými a tramvajovými. I zde je doporučeno vytvořit si před započítáním výpočtu množiny sousedů jednotlivých vrcholů a dále ještě výpis stupňů jednotlivých vrcholů, aby podle něj mohla být sestavena vstupní posloupnost vrcholů.

Posloupnost vrcholů tedy bude následující:

11, 2, 4, 6, 13, 9, 1, 3, 7, 18, 15, 25, 8, 10, 5, 12, 14, 20, 21, 19, 24, 26, 23, 22, 16, 17.

Nyní v souladu s postupem se provede obarvení vrcholů. Vrchol 11 bude obarven barvou 1, vrcholy 2, 4, rovněž. Vrchol 6 je již ovšem soused těchto vrcholů, proto nemůže být obarven barvou 1, bude proto přeskočen a obarví se následující vrchol, tedy vrchol 13. Ten není sousedem žádného z dříve obarvených vrcholů, proto může být barvou 1 obarven. Takto se postupuje, dokud se neprověří všechny vrcholy. Po ukončení procesu prověřování následuje přesun na první neobarvený vrchol, zvýšení čísla barvy a celý postup se opakuje. První neobarvený vrchol byl vrchol 6, ten tedy nyní bude obarven barvou 2, následovat bude vrchol 9 atd. Celý tento postup se opakuje, dokud nejsou obarveny všechny vrcholy posloupnosti. Výsledek algoritmu paralelního barvení grafu je uveden v tabulce 2.

Tab. 2 – Výsledek algoritmu paralelního barvení grafu

Číslo barvy	Vrchol
1	11, 2, 4, 13, 15, 25, 10, 19, 24, 22, 16, 17
2	6, 9, 1, 3, 7, 18, 8, 12, 14, 20, 26, 23
3	5, 21

Zdroj: Autor

2.3 Řešení úlohy pomocí matematického modelu

Pro vyřešení matematických modelů uvedeného v kapitole 2.3 byl použit optimalizační software Xpress-IVE. Nejprve byl sestaven a vyřešen základní matematický model. Po zapsání modelu do podoby, která je optimalizačním software vyžadována, byl proveden výpočet. Na základě výpočtu pomocí optimalizačního software byl získán výstup, který je uveden v tabulce 3:

Tab. 3 – Výsledek získaný pomocí základního matematického modelu

Číslo barvy	Vrchol
1	2, 4, 10, 11, 13, 15, 16, 17, 22, 24, 25, 26
2	1, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 14, 18, 19, 20, 23
3	5, 21

Zdroj: Autor

Po získání tohoto výstupu mohl být sestaven rozšířený model. Po jeho zapsání do požadovaného tvaru a provedení výpočtu byl získán výstup, který je uveden v tabulce 4:

Tab. 4 – Výsledek získaný pomocí rozšířeného matematického modelu

Číslo barvy	Vrchol
1	2, 4, 5, 7, 13, 14, 16, 17, 18, 22, 25, 26
2	2, 4, 10, 11, 15, 19, 21, 22, 23, 24
3	1, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 18, 19, 20, 22, 23

Zdroj: Autor

Jak je možno vidět v druhém případě, bylo již některým vrcholům (2, 4, 7, 18, 19, 22, 23) přiřazeno více barev. Vrcholu 22 dokonce všechny tři barvy, což je způsobeno tím, že tento vrchol nemá žádného souseda, protože v reálném příkladu tento proud není kolizní s žádným z ostatních proudů. V tabulce 5 jsou shrnuty výsledky všech použitých algoritmů a matematických modelů. Barvy jsou již v této tabulce prezentovány jako fáze a u každé fáze je uveden počet proudů, vyskytujících se v dané fázi. Pořadí fází je seřazeno sestupně.

Tab. 5 – Výsledky použitých algoritmů a matematických modelů

Algoritmus sekvenčního barvení grafu	
Číslo fáze	Počet proudů ve fázi
1	15
2	7
3	4
Algoritmus paralelního barvení grafu	
Číslo fáze	Počet proudů ve fázi
1	12
2	12
3	2
Základní matematický model	
Číslo fáze	Počet proudů ve fázi
1	12

2	12
3	2
Rozšířený matematický model	
Číslo fáze	Počet proudů ve fázi
1	12
2	12
3	10

Zdroj: Autor

ZÁVĚR

Jak je patrné ze získaných výsledků, řešení je v každé variantě odlišné. Není to však způsobeno tím, že by některá z uvedených metod byla vhodnější či nikoliv, ale tím, že v každé metodě bylo jiné vstupní pořadí vrcholů. Optimalizačním kritériem je totiž ve všech případech pouze počet barev, který se vždy minimalizuje. Tomu odpovídají rovněž výsledky neboť minimální počet barev, respektive fází, je vždy stejný a je roven hodnotě 3. Co je ovšem rozdílné, je přiřazení barev jednotlivým vrcholům, respektive přiřazení jednotlivých proudů do fází. Příčinou je, že vrcholy jsou vždy vybírány postupně podle pořadí v posloupnosti a ta může být ve většině případů libovolná, a jak již bylo uvedeno výše v textu, přestože některé metody již uvažují určité uspořádání vrcholů, může i zde být posloupnost odlišná, neboť pokud existuje více vrcholů se stejnou vlastností, není již dále určeno, který bude mít při výběru přednost a je tedy možné mít i v tomto případě více variant posloupností.

Podstatný rozdíl mezi heuristickou metodou a matematickým modelem je v tom, že popisované heuristické metody dokážou obarvit každý vrchol pouze jednou barvou, respektive přiřadit každý proud pouze do jedné fáze. Matematický model, přesněji řečeno jeho rozšířená verze, dokáže přiřadit jednomu vrcholu více barev, resp. přiřadit proud do více fází, což je oproti heuristickým metodám velmi podstatný přínos.

Zásadním problémem však zůstává skutečnost, že ani jedna z vyjmenovaných metod již neuvažuje s dalším zpracováním získaných výsledků. Při použití výše uvedených metod je sice získáno optimální řešení z hlediska dané úlohy (je získán minimální počet barev a všechny vrcholy jsou zbarveny alespoň jednou barvou), ale toto řešení ovšem nemusí být optimální z hlediska dalšího zpracování. Při aplikování úlohy barvení grafu na vyhledání minimálního počtu fází není totiž předem známo, zda vybrané přiřazení proudů do fází je optimální z hlediska dalšího zpracování výsledků. Struktura mezičasů kolizních proudů totiž závisí na přiřazení proudů do jednotlivých fází. Je zřejmé, že jednotlivé varianty přiřazení proudů do fází budou mít odlišné struktury mezičasů, které bude potřeba dodržet mezi vstupy kolizních proudů a následně pak mezi jednotlivými fázemi. Tyto mezičasy pak samozřejmě mají různé velikosti a snahou je, aby tyto mezičasy byly co nejkratší, neboť tyto nemohou být využity pro vstup vozidel do křižovatky a tudíž snižují její propustnost. Tuto skutečnost však výše popsané metody nedokážou zohlednit a proto je potřeba je dále rozvíjet, aby byly schopné zohlednit i tyto požadavky. Toto již však nebylo původním záměrem předloženého článku.

*Článek byl zpracován s podporou grantu Fakulty strojní VŠB-TU Ostrava č. SP2011/129
Výzkum v oblasti modelování pro podporu řízení dopravy ve městech.*

POUŽITÁ LITERATURA

- (1) ČERNÁ, A; ČERNÝ, J. *Teorie řízení a rozhodování v dopravních systémech.*
Pardubice: Univerzita Pardubice, 2004. 150 s. ISBN 80-86530-15-9.
- (2) *Algoritmické teorie grafů* [online]. [cit. 2009-12-02].
Dostupné z <<http://frcatel.fri.uniza.sk/users/paluch/grafy.pdf>>
- (3) Google.cz, [online]. [cit. 2010-03-12]
Dostupné z <http://www.google.cz>.