O JEDNOM PŘÍSTUPU K MINIMALIZACI POČTU VOZIDEL PRO RANNÍ SVOZ ŽÁKŮ DO ŠKOL

ONE OF APPROACHES TO MINIMIZE THE NUMBER OF VEHICLES FOR MORNING STUDENT´S HAULAGE TO SCHOOLS

Dušan Teichmann[1], Jindřich Frič[2]

Anotace: Pro dopravu je charakteristickým znakem výskyt přepravních špiček. Přepravní špičky způsobují zvýšené nároky na počet dopravních prostředků potřebných k uspokojení přepravní poptávky. Předložený článek se věnuje minimalizaci počtu vozidel potřebných pro ranní svoz žáků do škol. Je v něm uveden matematický model pro řešení úlohy a na modelovém příkladě je prokázána jeho funkčnost.

Klíčová slova: optimalizace, lineární programování, oběhy vozidel.

Summary: Peak travel periods are characteristic attributes of urban passenger transport. Increased numer of vehicles has to be engaged in peak hours as a consequence of increased travel demand. The article presents one of methods to minimize the number of vehicles needed for a morning student´s haulage. A mathematical model for solving this problem is presented in this article too. Functionality of the model is demonstrated by example solved using software Xpress-IVE.

Key words: optimization, linear programming, vehicles scheduling.

ÚVOD A MOTIVACE K ŘEŠENÍ PROBLÉMU

Jedním ze základních charakteristických rysů požadavků na přepravu je jejich časová nerovnoměrnost. V průběhu dne, týdne a roku se vyskytují období, ve kterých existuje zvýšená poptávka po přepravě a naopak, vyskytují se i období s podprůměrnou i extrémně nízkou intenzitou přepravní poptávky. Z hlediska denní časové nerovnoměrnosti se extrémně nadprůměrné požadavky vyskytují zejména při návozu pracujících do zaměstnání a žáků do školských zařízení.

Časové rozložení poptávky po přepravě závisí především na demografické struktuře obyvatelstva v daném regionu. Zatímco v regionech, v nichž těžiště jejich hospodářského potenciálu spočívá v průmyslové výrobě (Severní Čechy, Severní Morava), je při návozu pracujících do zaměstnání charakteristický vysoký nárůst poptávky v období 4.30 – 5.30 h, např. v Praze je, s ohledem na převažující zastoupení terciárního sektoru, nárůst zájmu o přepravu pozvolnější. Ve srovnání s tím je při návozu žáků do škol špičkovost

[1]Ing. Dušan Teichmann, Ph.D., VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu 15/2172, 708 33 Ostrava-Poruba, Tel.: +420597324575, Fax: +420597324330, E-mail: dusan.teichmann@vsb.cz
[2] Ing. Jindřich Frič, Ph.D., Centrum dopravního výzkumu, v.v.i., Divize bezpečnosti a dopravního inženýrství, Vinohrady 10, 639 00 Brno, Tel.: +420549429368, Fax: +420549429386, E-mail: jindrich.fric@cdv.cz

charakteristická pro všechny regiony stejně, protože, bez ohledu na region, začíná vyučování ve většině škol zpravidla v časovém intervalu 7.30 – 8.00 h.

Špičkovost poptávky po přepravě, která se dá ve většině případů eliminovat velice obtížně, je pro dopravce pochopitelně příčinou mnoha provozních komplikací a negativně se také promítá do hospodářské situace dopravců. Dopravce je totiž nucen, za účelem splnění zvýšené poptávky v období přepravní špičky, vlastnit více vozidel, která pak mohou být po nezanedbatelnou část dne odstavena, což není pro hromadný dopravní prostředek, jehož hlavním úkolem je být v provozu a přepravovat cestující, příznivá situace. Ruku v ruce s tímto problémem pak jde vyšší personální potřeba řidičů, výsledkem je tak vyšší míra ztrátovosti, což má v neposlední řadě za následek zvýšení celkových nákladů na provoz a dotační náročnosti ze strany veřejných rozpočtů.

Inspirací k řešení problému, kterému je věnován předložený článek, bylo konkrétní zadání požadované dopravcem, jehož těžiště podnikatelské činnosti spočívá v provozování příměstské autobusové dopravy. V rámci základní dopravní obslužnosti se dopravce některými spoji podílí na svozu žáků do školských zařízení. Jak již bylo uvedeno, patří období, kdy ke svozu žáků dochází, k obdobím přepravní špičky. Dopravce má zájem zabývat se hledáním odpovědi na otázku, jak rozložit přepravní poptávku v tomto období tak, aby se vliv špičkovosti snížil na co nejnižší možnou míru. Vliv špičkovosti se dá kvantifikovat prostřednictvím počtu vozidel, která je nutno ke svozu žáků nasazovat. Podaří-li se redukovat počet vozidel, podaří se zpravidla redukovat i počet řidičů a v závislosti na uvedených redukcích může dojít i ke snížení dotační náročnosti při úhradě prokazatelné ztráty, kterou dopravce vykáže. Nutnou podmínkou rovnoměrnějšího rozložení poptávky po přepravě v období ranního svozu žáků do škol je možnost posouvat v čase se začátky školního vyučování v jednotlivých školských zařízeních. To nemusí být nereálné v situaci, kdy jsou samosprávné kraje poskytovatelem dotací za ztrátu vzniklou při zajišťování základní dopravní obslužnosti v krajském rozsahu a společně s obcemi zároveň zřizovateli převážné většiny školských zařízení na území příslušného kraje. Poznamenejme, že dopravce v současnosti neuvažuje se změnami tras jednotlivých spojů, které svoz žáků zajišťují.

1. SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ

Řešení uvedeného problému velmi úzce souvisí s problematikou plánování oběhů vozidel. Problematika racionálního plánování oběhů vozidel je předmětem vědeckého zkoumání již delší dobu i na území bývalého Československa. Zejména na Výzkumném ústavu dopravním v Žilině a tehdejší Vysoké škole dopravy a spojů v Žilině, byly v této oblasti dosaženy značné úspěchy. K průkopnickým pracím je možno zařadit texty obsažené v literatuře (1), ale zejména ve (2), ve které je problém obecně formulován a proveden podrobně teoretický rozbor včetně návrhů na řešení. Poznatky uvedené v obou publikacích pak doplňuje a rozšiřuje práce (3). Další náměty, jak přistoupit k řešení problému oběhů vozidel (zejména s využitím metod teorie grafů), je možno taktéž najít v pracích (4) a (5). Dlouholeté úsilí řešitelského týmu z Výzkumného ústavu dopravního v Žilině zabývajícího se tvorbou oběhů pak bylo završeno zkonstruováním softwarového produktu KASTOR (6), který z hlediska organizace oběhů významně umožňuje tyto oběhy racionalizovat a podle informací získaných od odborné veřejnosti snese srovnání i v mezinárodním měřítku.

2. FORMULACE PROBLÉMU A MATEMATICKÝ MODEL

Předpokládejme, že dopravce provozuje v určitém časovém intervalu množinu spojů v dalším textu označenou symbolem J. Pro každý spoj s_j, kde $j \in J$, je definován jeho nejdříve možný odjezd z výchozí zastávky t_j^o, doba jízdy z výchozí do konečné zastávky T_j a maximální dovolený posun v čase a_j stanovený při dodržení všech provozních omezení, zachování návaznosti přípojů apod.. Dále jsou k dispozici doby přejezdů vozidel neobsazených cestujícími mezi zastávkou, na které končí obsluha spoje s_j, kde $j \in J$, a zastávkou, na které začíná obsluha spoje s_k, kde $k \in J$, kterou označíme r_{jk}, kdy $j \neq k$. Úkolem je určit časové polohy jednotlivých spojů tak, aby bylo možno k jejich obsluze nasadit minimální počet vozidel.

Pro potřeby matematického modelu dále zavedeme následující značení:

J …množina spojů, jejichž obsluhu je třeba zabezpečit

J_0 …rozšířená množina spojů, reprezentuje množinu J rozšířenou o fiktivní výchozí stanoviště, ze kterého budou vozidla k obsluze spojů vyjíždět,

M... prohibitivní konstanta.

Za účelem optimalizace daného problému zavedeme do úlohy skupinu nezáporných proměnných x_j, které budou modelovat posuny jednotlivých spojů $j \in J$ a skupinu proměnných y_{jk}, které budou modelovat uskutečnění ($y_{jk} = 1$) nebo neuskutečnění ($y_{jk} = 0$) přejezdu vozidla neobsazeného cestujícími ze zastávky, na které končí obsluha spoje $j \in J$ na zastávku, na které začíná obsluha spoje $k \in J$. Pro potřeby matematického modelu je nutno zavést vhodné číslování spojů, např. vzestupně podle času nejdříve možného odjezdu z výchozí zastávky. Dále předpokládejme, že existující trasy spojů budou v průběhu řešení neměnné a u spojů není limitováno nasazení vozidla určitého typu.

Matematický model pro řešení dané úlohy bude mít tvar:

$$\min f(y) = \sum_{k \in J} y_{0k} \tag{1}$$

za podmínek

$$\sum_{j \in J_0} y_{jk} = 1 \quad \text{pro } k \in J \tag{2}$$

$$\sum_{k \in J} y_{jk} \le 1 \quad \text{pro } j \in J \tag{3}$$

$$x_j \le a_j \quad \text{pro } j \in J \tag{4}$$

$$t_j^o + T_j + x_j + r_{jk} \le t_k^o + x_k + M(1 - y_{jk}) \quad \text{pro } j \in J,\ k \in J \tag{5}$$

$$x_j \ge 0 \quad \text{pro } j \in J \tag{6}$$

$$y_{jk} \in \{0;1\} \quad \text{pro } j \in J_0 \text{ a } k \in K \tag{7}$$

Výraz definovaný v modelu vztahem (1) reprezentuje účelovou funkcí – počet vozidel, které budou k obsluze celé množiny spojů z fiktivního stanoviště vypraveny. Tvar účelové funkce byl zvolen analogicky jako v literatuře (7). Skupina omezujících podmínek definovaná v modelu vztahem (2) zajišťuje, že na výchozí zastávku každého z obsluhovaných spojů přijede právě jedno vozidlo a to buď po obsluze jiného spoje nebo z výchozího stanoviště. Skupina omezujících podmínek definovaná v modelu vztahem (3) zajišťuje, že po obsluze každého spoje $j \in J$ bude na tento spoj nasazené vozidlo přejíždět k obsluze maximálně jednoho dalšího spoje. Skupina omezujících podmínek definovaná v modelu vztahem (4) zajišťuje, že posuny všech spojů se uskuteční v povolených mezích. Skupina omezujících podmínek definovaná v modelu vztahem (5) vytváří vazby mezi odpovídajícími proměnnými x_j a y_{jk}, a skupiny omezujících podmínek typu definované v modelu vztahy (6) a (7) vymezují definiční obory proměnných.

3. VÝPOČETNÍ EXPERIMENTY

Výpočetní experimenty realizované za účelem ověření funkčnosti sestaveného modelu byly prováděny na modelovém příkladě s 10 spoji. Uvedených 10 spojů provádí svoz žáků mezi 7 místy A-G. Údaje o spojích potřebné k sestavě navrženého matematického modelu jsou uvedeny v tabulce č. 1.

V úloze připusťme situaci, kdy nejzazší možný čas příjezdů všech spojů na konečné zastávky je 8.20 h (při respektování doby přechodu žáka do školského zařízení 10 minut tak může vyučování začít nejpozději v 8.30 h). V případě spoje č. 1 tedy činí maximální dovolený časový posun 40 min. Analogicky se stanoví maximální dovolené časové posuny u ostatních spojů. Z posledního sloupce tabulky č. 1 je patrné, že k obsluze uvedených 10 spojů je v současném stavu vyčleněno 6 vozidel.

Tab. 1 – Modelový příklad – vstupní informace

Číslo spoje	Výchozí zastávka	Konečná zastávka	Nejdříve možný čas odjezdu spoje	Doba jízdy spoje [min]	Maximální dovolený posun spoje [min]	Číslo vozidla
1	F	B	7.00	40	40	1
2	C	B	7.00	10	70	6
3	G	E	7.10	10	60	2
4	D	E	7.10	10	60	3
5	D	B	7.15	15	50	4
6	A	B	7.15	10	55	5
7	C	E	7.20	15	45	6
8	F	G	7.30	10	40	3
9	A	E	7.35	20	25	5
10	D	C	7.45	10	25	6

Zdroj: Autoři

Dále předpokládejme, že doby přejezdů mezi jednotlivými místy jsou dány tabulkou č. 2 (v uvedených dobách nechť jsou zahrnuty i všechny manipulační doby před začátkem a po ukončení spoje).

Tabulka 2 – doby přejezdů vozidel neobsazených cestujícími mezi konečnými zastávkami

místo	A	B	C	D	E	F	G
A	0	7	20	18	16	21	24
B	7	0	10	16	14	19	20
C	20	10	0	8	11	9	16
D	18	16	8	0	7	10	12
E	16	14	11	7	0	9	5
F	21	19	9	10	9	0	6
G	24	20	16	12	5	6	0

Zdroj: Autoři

V případě praktické úlohy se uvedené doby vypočítají např. klasickým postupem, tj. z délek nejvýhodnějších tras mezi jednotlivými místy (měřeno po komunikacích umožňujících jízdu hromadným dopravním prostředkům) a z průměrné rychlosti jízdy vozidla po dané trase (závisí na rychlosti dopravního proudu a dalších okolnostech). K vypočítaným dobám je možno případně připočítat i další manipulační doby po ukončení obsluhy nebo před začátkem obsluhy spoje. Předpokládejme, že hodnoty v tabulce jsou uspořádány symetricky vztažmo k hlavní diagonále.

V další fázi řešení se s pomocí údajů uvedených v tabulce č. 2 sestaví matice dob přejezdů neobsazených vozidel, ovšem již pro konkrétní dvojice spojů, mezi jejichž obsluhami se přejezdy vozidel mohou uskutečnit. Pro řešený příklad hodnoty viz tabulka č. 3. Symbol * v tabulce č. 3 znamená, že přejezd neobsazeného vozidla není z časového hlediska uskutečnitelný. Souběžně s číslem spoje je uvedeno i výchozí a cílové místo jízdy neobsazeného vozidla.

Sestavou modelu (1) – (7) a jeho vyřešením v optimalizačním software Xpress-IVE bylo získáno následující řešení, viz tabulka č. 4.

Tabulka 3 – Doby přejezdů vozidla mezi obsluhami spojů

	1(F)	2(C)	3(G)	4(D)	5(D)	6(A)	7(C)	8(F)	9(A)	10(D)
1(B)	*	10	20	16	16	7	10	19	7	16
2(B)	19	*	20	16	16	7	10	19	7	16
3(E)	9	11	*	7	7	16	11	9	16	7
4(E)	9	11	5	*	7	16	11	9	16	7
5(B)	19	10	20	16	*	7	10	19	7	16
6(B)	19	10	20	16	16	*	10	19	7	16
7(E)	9	11	5	7	7	16	*	9	16	7
8(G)	6	16	0	12	12	24	16	*	24	12
9(E)	9	11	5	7	7	16	11	9	*	7
10(C)	9	0	16	8	8	20	0	9	20	*

Zdroj: Autoři

Tabulka 4 – optimální řešení

Číslo spoje	Výchozí zastávka	Konečná zastávka	Čas odjezdu spoje z výchozí zastávky	Čas příjezdu spoje do cílové zastávky	Obsluhující vozidlo
1	F	B	7.00	7.40	1
2	C	B	7.00	7.10	2
3	G	E	8.10	8.10	1
4	D	E	7.10	7.20	3
5	D	B	7.42	7.57	2
6	A	B	8.04	8.14	2
7	C	E	7.20	7.35	2
8	F	G	7.59	8.09	1
9	A	E	7.36	7.56	3
10	D	C	8.03	8.13	3

Zdroj: Autoři

Údaje v posledním sloupci tabulky č. 4 zohledňují kladné hodnoty proměnných y_{jk}, jejichž prostřednictvím jsou definovány přejezdy vozidel bez cestujících mezi jednotlivými spoji a tedy i přiřazení obsluhujících vozidel spojům. V posledním sloupci se vyskytují údaje 1,…,3, protože k obsluze spojů byla vybrána pouze tři vozidla. Je nutno konstatovat, že rozhodnutí o tom, které vozidlo z původního počtu vozidel ponese v konečném řešení označení 1,…,3, je plně v kompetenci dopravce. Při přiřazování vozidel jednotlivým číslům lze také vyjít ze současného stavu, a to následovně: ve výsledném řešení nabyly hodnoty 1 proměnné y_{01}, y_{02} a y_{04}. Spoj 1 obsluhuje v současném stavu vozidlo 1, spoj 2 vozidlo 6 a spoj 4 vozidlo 3. Budou-li vybrána k obsluze spojů vozidla nacházející se na začátku řešeného časového období v místech, odkud příslušné spoje odjíždějí, bude vzdálenost neproduktivně ujetá těmito vozidly při nástupu na spoje 1, 2, a 4 nulová (pokud k obsluze spojů 1, 2 a 4 nepřijíždějí neobsazena odjinud). Bude-li k obsluze spojů vybráno některé jiné vozidlo, které musí za účelem nasazení k obsluze spojů přijet na výchozí zastávky odjinud, bude zapotřebí započítat i náklady vynaložené na tyto přejezdy. Celková efektivnost navrženého řešení se tak může snížit. Kdybychom zohlednili při přiřazování označování vozidlům současný stav, odpovídalo by vozidlo označené v tabulce č. 4 symbolem 1, vozidlu původně označenému číslicí 1. V případě vozidla označeného v tabulce č. 4 symbolem 2 by se jednalo o vozidlo označené původně symbolem 6, a v případě vozidla označeného v tabulce č. 4 symbolem 3 by se jednalo o vozidlo nesoucí v původním označení symbol 3.

4. ZHODNOCENÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ A DISKUSE

V původním řešení bylo zapotřebí k obsluze 10 definovaných spojů nasadit 6 vozidel. V nově navrženém řešení jsou to však již pouze 3 vozidla. Úspora v oblasti nasazených vozidel je tedy zřejmá, umožněním rovnoměrnějšího rozložení spojů v čase došlo v řešeném příkladu k poklesu počtu vozidel potřebných k obsluze uvedené množiny spojů na polovinu původního stavu. Kdyby bylo umožněno posouvat se spoji ještě více v čase, dá se očekávat, že by se pokles v počtu vozidel projevil ještě výrazněji.

Souběžně se zrovnoměrněním poloh spojů v čase však v situacích, kdy svoz žáků do stejného místa zajišťuje více spojů, vzniká další problém. V případě, že žáky sváží do místa školského zařízení více spojů, může totiž nastat začátek vyučování až po příjezdu posledního z uvedené skupiny spojů. Jak je však patrné z dosažených výsledků, sváží-li žáky do místa školského zařízení více spojů a umožní-li se při jejich posunech značné tolerance (což je z hlediska minimalizace počtu vozidel vhodné), můžeme po provedení optimalizačního výpočtu dostat situaci, kdy časy příjezdů spojů svážejících žáky do téhož místa budou značně rozptýleny v čase. Příkladem může být situace vyskytující se v místě B. Zatímco první spoj přijíždí do místa B již v čase 7.10 h, poslední spoj až v čase 8.14 h, tj. po uplynutí více než hodiny po příjezdu prvního spoje. Vyučování by tak mohlo začít až po příjezdu spoje v 8.14 h, což způsobí značné čekání žáků, kteří do místa B přijeli spojem 2 v čase 7.10 h. Tedy prodlužování období, ve kterém je možno posouvat se začátky školního vyučování, přináší na jednu stranu (z pohledu dopravce určité úspory), komplikace však může způsobit na straně školského zařízení, protože bude nutno organizovat mimoškolní činnost pro žáky, kterým vznikne v důsledku snížení počtu vozidel před vyučováním čekání na začátek výuky (do doby příjezdu posledního spoje, který do daného školského zařízení zajišťuje svoz).

Dalším problémem, který může v souvislosti s řešením dané úlohy vzniknout, je nárůst neproduktivně ujeté vzdálenosti vozidly neobsazenými cestujícími při přejezdech mezi spoji. Uvedená skutečnost se dá očekávat s ohledem na fakt, že neproduktivně ujetá vzdálenost není obsažena v účelové funkci modelu. Aby se při optimalizaci kromě minimalizace počtu vozidel minimalizovaly také neproduktivně ujetá vzdálenost, je možno účelovou funkci upravit do tvaru (8)

$$\min f(y) = \sum_{k \in J} M\, y_{0k} + \sum_{j \in J} \sum_{k \in J} d_{jk}\, y_{jk} \qquad (8)$$

kde d_{jk} je vzdálenost, kterou musí vozidlo neproduktivně ujet ze zastávky, na které končí obsluha spoje $j \in J$ na zastávku, na které začíná obsluha spoje $k \in J$.

Dále je pochopitelně zřejmé, že hledání optimálního řešení minimalizace počtu vozidel je třeba provádět v širším kontextu, nicméně praxe potvrzuje, že i o nalezení optima v dílčím časovém intervalu existuje zájem. Z hlediska širší využitelnosti lze uvést, že model může najít uplatnění i v situacích, kdy je k dispozici izolovaná množina vozidel určených pro svoz žáků do školských zařízení (školní autobusy).

ZÁVĚR

V předloženém článku byla pozornost věnována problematice minimalizace počtu vozidel při obsluze spojů zajišťujících ranní svoz žáků do škol. Problém byl řešen na základě požadavku konkrétního dopravce, který daný typ optimalizace vyžadoval. K řešení byly použity metody lineárního programování, v článku je navržen lineární matematický model, který je aplikován na konkrétní příklad. Lineární model byl řešen za pomoci optimalizačního software Xpress-IVE. Funkčnost modelu se prostřednictvím optimalizačního výpočtu potvrdila.

Článek byl zpracován s podporou grantu Fakulty strojní VŠB-TU Ostrava č. SP2011/129 Výzkum v oblasti modelování pro podporu řízení dopravy ve městech.

POUŽITÁ LITERATURA

(1) BRANDALÍK, F., KLUVÁNEK, P. *Operační analýza v železniční dopravě.* Bratislava: Alfa, 1984. 497 s. ISBN nepřiděleno.
(2) ČERNÝ, J., KLUVÁNEK, P. *Základy matematickej teórie dopravy.* Bratislava: VEDA, 1991. 279 s. ISBN 80-224-0099-8.
(3) PALÚCH, S. *Optimalizácia obehu vozidiel v pravidelnej osobnej autobusovej doprave.* Habilitační práce**,** Fakulta řízení a informatiky. VŠDS Žilina, 1993.
(4) PLESNÍK, J. *Grafové algoritmy.* Bratislava: VEDA, 1983. 343 s. ISBN nepřiděleno
(5) JANÁČEK, J. *Řešení úloh matematického programování na osobních počítačích.* Žilina: VŠDS v Žilině, 1993. 128 s. ISBN 80-7100-116-3.
(6) PALÚCH, S. a kol. *Uživateľská smernica a prevádzková inštrukcia Komunikatívneho automatizovaného systému tvorby oběhových rozvrhov KASTOR.*. Žilina: VÚD Žilina, 1984. ISBN nepřiděleno.
(7) JANÁČEK, J. *Optimalizace na sítích.* Elektronické podklady k přednáškám.