ÚLOHA OBCHODNÍHO CESTUJÍCÍHO S ČÁSTEČNĚ ŘÍZENOU OBSLUHOU VRCHOLŮ

TRAVELLING SALESMAN PROBLEM WITH PARTIALLY DIRECTED NODES SERVICE

Dušan Teichmann[1], Michal Dorda[2]

Anotace: *Úloha obchodního cestujícího patří k základním úlohám operační analýzy. V praktických aplikacích může mít celou řadu modifikací, přičemž modifikace vyplývají ze specifik řešené úlohy. V předloženém článku se zabýváme jednou z nich. Konkrétně se jedná o typ úlohy, ve které je pohyb obchodního cestujícího částečně usměrněn. V dopravních aplikacích může jít např. o situace, kdy vozidlo v rámci okružní jízdy mezi odjezdem ze střediska a příjezdem do střediska postupně realizuje přepravu více zásilek mezi vrcholy dopravní sítě.*

.

Klíčová slova: úloha obchodního cestujícího, teorie grafů, operační výzkum.

Summary: *Travelling salesman problem belongs to the elementary operational research problem. In the practical applications it can have a lot of modifications. The modifications flow from specifics of solved problem. In the presented article we deal with one of them. Concretely it deals with the problem, in which the travelling salesman movement is partially directed.*

Key words: travelling salesman problem, graph theory, operation research.

ÚVOD

Úloha obchodního cestujícího (dále jen „ÚOC“) nachází uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti. Prvopočátky této úlohy sahají do 19. století, přičemž tematicky úloha spadá do odvětví teorie grafů. Odtud také pochází i její alternativní název. V publikacích o grafech ji můžeme hledat pod názvem úloha o vyhledání minimální Hamiltonovy kružnice v grafu, tedy faktorového podgrafu 2. stupně. V dopravních aplikacích se tato úloha nejčastěji zmiňuje v souvislosti s optimalizací tras vozidel v rámci svozných nebo rozvozních úloh. Existují však i další typy dopravních aplikací, které je možno formulovat a řešit jako úlohu obchodního cestujícího.

[1] Ing. Dušan Teichmann, Ph.D., VŠB-Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu, 708 33 Ostrava-Poruba, Tel.: +420597324575, Fax: +420597324330, E-mail: dusan.teichmann@vsb.cz

[2] Ing. Michal Dorda, Ph.D., VŠB-Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu, 708 33 Ostrava-Poruba, Tel.: +420597325754, Fax: +420597324330, E-mail: michal.dorda@vsb.cz

1. SHRNUTÍ ZÁKLADNÍCH POZNATKŮ O ÚOC A JEJÍCH MOŽNÝCH MODIFIKACÍCH V DOPRAVNÍCH APLIKACÍCH

Uveďme nejdříve klasickou formulaci úlohy ÚOC. Je dán hranově ohodnocený úplný graf. Vrcholy grafu reprezentují středisko (výchozí místo a místo návratu) a zákazníky, kteří mají být navštíveni. Vrcholy jsou vzájemně propojeny hranami reprezentujícími minimální cesty mezi nimi a ohodnocení hran reprezentují délky těchto cest (vzdálenosti). Úkolem je stanovit trasu vycházející a končící ve středisku, v rámci které bude každý zákazník navštíven právě jednou a součet vzdáleností, které je třeba v rámci návštěvy všech zákazníků překonat, bude minimální. K řešení úlohy existuje celá řada přístupů počínaje klasickými přístupy založenými na teorii grafů, viz např. literatura (6) nebo (8) a matematickém programování, viz např. literatura (4) až k nekonvenčním přístupům založených na genetických algoritmech, viz např. literatura (2) a mravenčích koloniích, viz např. literatura (1), či heuristickým metodám, viz např. literatura (7). Zatímco klasické přístupy nacházejí uplatnění pouze u úloh s menšími rozsahy (počty obsluhovaných zákazníků), při větších úlohách se stávají nezastupitelnými nekonvenční a heuristické metody.

Z pohledu dopravních aplikací slouží algoritmy, uvedené v citovaných publikacích, pro řešení kapacitně neomezených úloh, tzn., na trasu obchodního cestujícího nejsou kladena žádná další omezení. To však v dopravních aplikacích často splněno není. Běžně se totiž stává, že součet požadavků obsluhovaných zákazníků překračuje kapacitu vozidla (kapacitně omezená ÚOC), návštěvu obsluhovaných zákazníků je možno provést pouze v určitých časových intervalech (ÚOC s časovými okny). Celou řadu takto specifických úloh je možno najít v (5). V takových případech se některé z výše uvedených algoritmů nebo přístupů stávají neúčinnými, protože pomocí nich nelze uvedená dodatečná omezení při řešení respektovat. Lehce se tedy může stát, že jejich aplikace nejenže nepřinese řešiteli očekávaný efekt, ale může způsobit také vznik nepřípustného řešení.

Další skupinou úloh jsou dynamické úlohy obchodního cestujícího (dále jen „DÚOC“). O tomto typu úloh hovoříme v situacích, kdy po odjezdu obslužného vozidla ze střediska přicházejí dodatečné požadavky na obsluhu, v důsledku kterých je nutno operativně přizpůsobit již naplánovanou trasu. Algoritmy, které lze k řešení DÚOC použít, jsou uvedeny např. v literatuře (3).

V předloženém článku se však bude zabývat jiným typem ÚOC. Půjde o typ úlohy, ve kterém je pohyb obchodního cestujícího v průběhu obsluhy sítě částečně usměrněn, proto jsme ji pracovně označili názvem ÚOC s částečnou řízenou obsluhou vrcholů. ÚOC s částečně řízenou obsluhou vrcholů je tedy určitým mezistupněm mezi zcela řízeným pohybem obchodního cestujícího (množina přípustných řešení je tvořena jediným řešením) a zcela neřízeným pohybem (klasická ÚOC).

2. MOTIVACE K ŘEŠENÍ ÚLOHY, FORMULACE ZADÁNÍ ŘEŠENÉ ÚLOHY

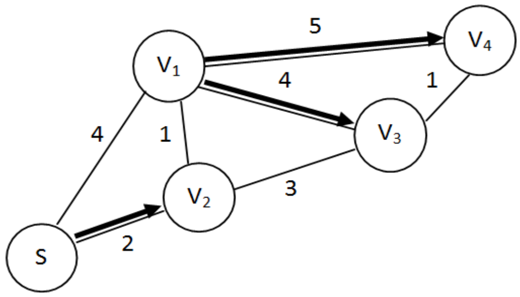
V dopravních aplikacích se může vyskytnout následující typ úlohy. V rámci okružní jízdy obslužného vozidla začínající a končící ve středisku máme zajistit obsluhu požadavků zákazníků rozmístěných v dopravní síti. Každý požadavek je definován výchozím místem a cílovým místem a svou velikostí. S ohledem na kapacitu vozidla lze ve vozidle přepravovat maximálně 1 požadavek. Současně je požadováno, aby délka okružní jízdy, kterou musí obslužné vozidlo absolvovat, byla minimální.

Na základě aplikačně formulovaného problému můžeme zformulovat obecné zadání ÚOC s částečně řízenou obsluhou vrcholů. Je dána dopravní síť, znázorněná grafem $G[V,H]$. Množina vrcholů V reprezentuje středisko s a významná místa v síti z pohledu přepravy (vrcholy $v_1,...,v_n$). Množina H reprezentuje reálné úseky dopravní sítě. Každé hraně je přiřazeno ohodnocení reprezentující délku reálného úseku dopravní sítě. Dále je na síti definována množina požadavků P, jejichž obsluha má v rámci okružní jízdy proběhnout. Pro každý požadavek $p \in P$ je definován vektor (k_p, vv_p, vc_p), kde symbol k_p reprezentuje velikost požadavku, symbol vv_p reprezentuje výchozí vrchol požadavku a symbol vc_p reprezentuje cílový vrchol požadavku. Nechť dále platí, že v rámci jízdy vozidla mezi vrcholy lze přepravovat maximálně jeden požadavek. Úkolem je stanovit trasu vozidla $s,...,v_i,...,s$, kde $i = 1,...,n$ tak, aby všechny požadavky byly splněny a délka hledané trasy byla minimální.

Úpravě vstupních podmínek úlohy je třeba přizpůsobit i algoritmus řešení. Chceme-li úlohu řešit např. Littlovým algoritmem, uvedeným např. v literatuře (8), můžeme postupovat následovně. Na základě známého postupu vytvoříme výpočetní síť. Zatímco v klasické ÚOC jde o hranově ohodnocený úplný graf, ve kterém vrcholy mají stejný význam, jako mají vrcholy v reálné síti (jsou-li obsluhovány všechny), hrany reprezentují minimální cesty a jejich ohodnocení reprezentují jejich délky (vzdálenosti), v případě ÚOC s částečnou řízenou obsluhou vrcholů bude význam vrcholů výpočetní sítě pozměněn. Jedním z vrcholů výpočetní zůstane i nadále středisko, odkud vozidlo k obsluze sítě vyjíždí a kam se po ukončení obsluhy požadavků v síti vrací. Ostatní vrcholy ve výpočetní síti však na rozdíl od klasického přístupu nebudou reprezentovat obsluhované zákazníky ale trasy, po kterých budou zásilky přepravovány. Všechny hrany ve výpočetní síti budou orientované, bude se tedy jednat o digraf, a budou taktéž reprezentovat minimální cesty vedoucí mezi vrcholy reálné dopravní sítě a ohodnocení jejich délky. Zavedení orientace hran je pro řešení úlohy klíčové. Na rozdíl od případu výpočetní sítě v klasické ÚOC je totiž nutno mít na zřeteli, že vrcholy výpočetní sítě (s výjimkou vrcholu reprezentujícího středisko) nereprezentují místa, ale relace, ve kterých probíhá přeprava zásilek. To znamená, že zatímco orientované hrany vstupující do vrcholu výpočetní sítě reprezentují minimální cesty vedoucí do uzlů, ve kterých jednotlivé přepravy začínají, orientované hrany vystupující z vrcholů výpočetní sítě reprezentují minimální cesty vedoucí z uzlů, ve kterých přepravy končí. Na takto vytvořenou výpočetní síť lze potom bez dalších úprav aplikovat Littlův algoritmus. Při závěrečné interpretaci řešení získaného v podmínkách výpočetní sítě je nutno přihlížet k faktu, že pohyby obslužného vozidla po hranách výpočetní sítě reprezentují přejezdy nenaloženého vozidla z místa vykládky zásilky do místa nakládky následující zásilky nebo návrat do střediska. Jízdy loženého vozidla probíhají v rámci vrcholů výpočetní sítě, tedy ve skutečnosti nejsou v rámci Littlova algoritmu řešeny. Vlastní Littlův algoritmus tak v podstatě optimalizuje pouze jízdy nenaloženého vozidla. Praktický postup řešení demonstrujeme na následujícím příkladu.

3. DEMONSTRAČNÍ PŘÍKLAD

Je dána dopravní síť na obr. 1.

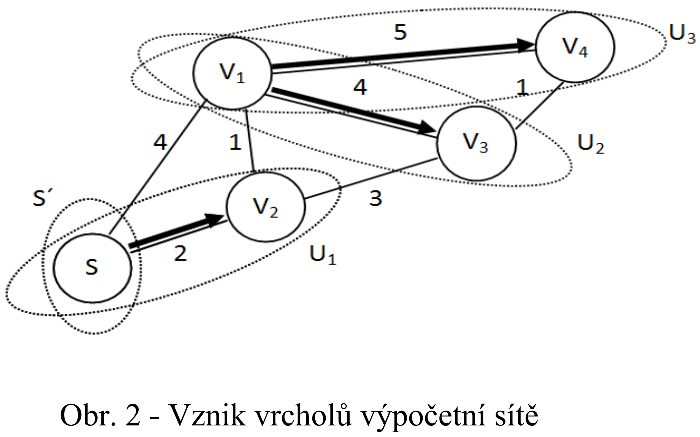


Zdroj: Autoři

Obr. 1 - Reálná dopravní síť v demonstračním příkladu

Na síti je definována tříprvková množina zásilek, jejichž přeprava má být obslužným vozidlem v rámci plánované okružní jízdy realizována. Na obr. 1 je přeprava zásilek vyznačena šipkami. Vrcholy, ze kterých šipky vycházejí, reprezentují místa nakládky zásilek, vrcholy, do kterých šipky směřují, reprezentují místa vykládky zásilek. První požadavek má velikost 12 a jeho přeprava má proběhnout ze střediska s do vrcholu v_2, druhý požadavek má velikost 8 a jeho přeprava má proběhnout z vrcholu v_1 do vrcholu v_3 a třetí požadavek má velikost 9 a jeho přeprava má proběhnout z vrcholu v_1 do vrcholu v_4. Kapacita obslužného vozidla činí 15. Požadavky jsou nedělitelné, nelze tedy v rámci jízdy mezi dvojicí vrcholů přepravovat více než jednu zásilku. Úkolem je navrhnout takovou organizaci jízdy obslužného vozidla, aby všechny zásilky byly přepraveny a celková délka ujeté trasy mezi odjezdem ze střediska a zpětným návratem do střediska byla minimální.

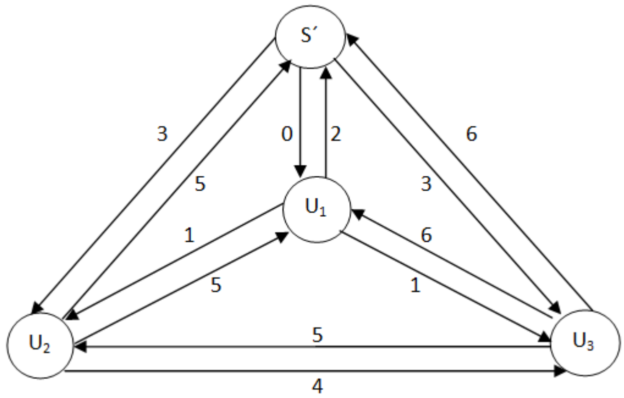
Podle zásad uvedených v kapitole 3 sestavíme výpočetní síť. Vznik nových vrcholů výpočetní sítě nejlépe dokumentuje obr. 2.



Zdroj: Autoři

Obr. 2 - Vznik vrcholů výpočetní sítě

Výpočetní síť vytvořená pro zadaný příklad bude mít na základě obr. 2 tvar:



Zdroj: Autoři

Obr. 3 - Výpočetní dopravní síť pro demonstrační příklad

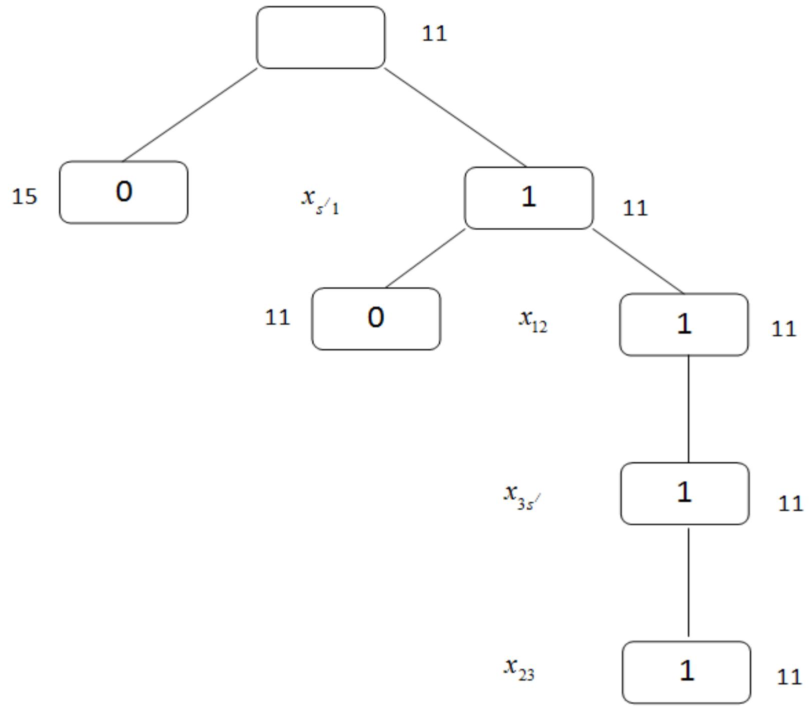
V podmínkách výpočetní sítě aplikujeme na řešenou úlohu Littlův algoritmus. Výchozí tabulka vzdáleností je odvozena z výpočetní sítě znázorněné na obr. 3 a má tvar, viz tab. 1.

Tab. 1 – Výchozí tabulka vzdáleností

	s'	U_1	U_2	U_3
s'	-	0	3	3
U_1	2	-	1	1
U_2	5	5	-	4
U_3	6	6	5	-

Zdroj: Autoři

Aplikaci Littlova algoritmu nebudeme prezentovat po jednotlivých krocích, uvedeme pouze výsledný řešící strom úlohy, viz obr. 4, na základě kterého je možno celý postup řešitelů zpětně zkonstruovat. Při aplikaci Littlova algoritmu bylo postupováno v souladu s literaturou (8).



Zdroj: Autoři

Obr. 4 - Řešící strom pro demonstrační příklad

Na základě řešícího stromu můžeme deklarovat, že optimální řešení v podmínkách výpočetní sítě má tvar $s' - U_1 - U_2 - U_3 - s'$ a má hodnotou 11. Po zpětné transformaci získaného řešení do reálné dopravní sítě dostáváme následující trasu. Obslužné vozidlo zahájí svou jízdu ve středisku a jako v pořadí první bude přepravovat zásilku ze střediska s do vrcholu v_2. Následovat bude přejezd nenaloženého vozidla z vrcholu v_2 do vrcholu v_1. Jako druhá v pořadí bude přepravena zásilka z vrcholu v_1 do vrcholu v_3 a následovat bude návrat nenaloženého vozidla zpět do vrcholu v_1. Jako poslední v pořadí bude přepravena zásilka z vrcholu v_1 do vrcholu v_4 a po vykládce zásilky ve vrcholu v_4 bude následovat návrat nenaloženého vozidla do střediska. Celková délka neproduktivních přejezdů obslužného vozidla v rámci okružní jízdy bude činit 11. Celkovou délku okružní jízdy získáme součtem délek neproduktivních přejezdů a vzdáleností, které je třeba ujet v souvislosti s realizací přepravovaných zásilek. Zásilku ze střediska s do vrcholu v_2 přepravujeme na vzdálenost 2, zásilku z vrcholu v_1 do vrcholu v_3 přepravujeme na vzdálenost 4 a zásilku z vrcholu v_1 do vrcholu v_4 přepravujeme na vzdálenost 5. Celková vzdálenost ujetá v souvislosti s přepravami zásilek činí opět 11. Celková délka okružní jízdy tedy bude 22.

4. ZÁVĚR

Předložený článek je věnován problematice řešení speciálního typu úlohy obchodního cestujícího. Specifičnost řešené úlohy spočívá v tom, že pohyb obchodního cestujícího je v určitých fázích obsluhy sítě usměrněn. V dopravě mohou podobné situace vznikat v případech, kdy obslužné vozidlo v rámci své okružní trasy realizuje přepravu zásilek mezi různými vrcholy dopravní sítě. Článek obsahuje teoretický postup, jak řešení úlohy pojmout, teoretický popis je doplněn demonstračním příkladem řešený Littlovým algoritmem, prostřednictvím kterého lze správnost teoretického postupu prakticky ověřit.

Článek vznikl za přispění grantového projektu SP2011/129 Fakulty strojní VŠB-TU Ostrava „Výzkum v oblasti modelování pro podporu řízení dopravy ve městech“

POUŽITÁ LITERATURA

(1) DORIGO, M., GAMBARDELLA, L. M. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1997, roč. 1, č. 1, s. 53 - 66, ISSN 1089-778X.

(2) DOSTÁL, P. *Pokročilé metody analýz a modelování v podnikatelství a veřejné správě.* Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. 340 s. ISBN 978-80-7204-605-8

(3) FÁBRY, J. Dynamická úloha obchodního cestujícího. *Ekonomika a informatika*, 2009, roč. VII, č. 1, ISSN 1336-3514.

(4) JANÁČEK, J. *Matematické programování.* Žilina: Žilinská univerzita v Žilině, 1999. 225 s. ISBN 80-7100-573-8.

(5) PEŠKO, Š. Skúsenosti s riešením praktických okružných dopravných úloh. In *Pracovné stretnutie v rámci projektu CaKS*. Nový Smokovec, 2010.

(6) PEŠKO, Š. The Pyramidal Method For Traveling Salesman Problem. Communications, 2000, roč. 2, č. 4, s. 29 – 34. ISSN 1335-4205.

(7) SKÝVA, L., JANÁČEK, J., CENEK, P. *Energeticky optimální řízení dopravních systémů.* Praha: Nadas, 1987. 288 s. ISBN nemá.

(8) VOLEK, J. *Operační výzkum I.* Pardubice: Univerzita Pardubice, 2001. 111 s. ISBN 80-7194-410-6.