

MODELOVÁNÍ PROVOZU NA SVÁŽNÉM PAHRBKU SEŘAĎOVACÍ STANICE POMOCÍ NESPOLEHLIVÉHO SYSTÉMU HROMADNÉ OBSLUHY

MODELLING OF SHUNTING SLOPE OPERATION USING UNRELIABLE QUEUEING SYSTEM

Michal Dorda¹, Dušan Teichmann²

Anotace: Článek je věnován modelování provozu na svážném pahrbku seřaďovací stanice s využitím teorie hromadné obsluhy. Studovaný proces je modelován jako nespolehlivý systém hromadné obsluhy s dokončením obsluhy požadavku při vzniku poruchy linky. Článek předkládá dva odlišné modely reálného systému – matematický model a simulační model vytvořený v prostředí Witness. V závěru článku je provedena komparace dosažených výsledků.

Klíčová slova: Svážný pahrbek, nespolehlivý $M/E_{10}/1/5$ systém hromadné obsluhy, simulace, Witness

Summary: The paper is devoted to the modelling of shunting slope operation using the queueing theory. Studied process is modelled as an unreliable queueing system with customer service completing after breakdown occurrence. The paper introduces two different models – a mathematical model and an simulation model created by using software Witness. In the end of the paper comparison of reached outcomes is carried out.

Key words: Shunting slope, unreliable $M/E_{10}/1/5$ queueing system, simulation, Witness

1. ÚVOD

Seřaďovací stanice jsou železniční stanice specializované na rozřaďování nákladních vlaků, které v nich svou jízdu končí (cílové nákladní vlaky) a sestavu nákladních vlaků, které v nich svou jízdu začínají (výchozí nákladní vlaky). Seřaďovací stanice kromě výše uvedeného úkolu plní i celou řadu dalších úkolů, zpravidla jde však o úkoly bez přímé vazby na proces modelovaný v předkládaném článku.

Seřaďovací stanice mívají za účelem plnění předepsaných úkonů zřízeny zpravidla specializované kolejové skupiny, z hlediska modelovaného procesu jsou rozhodující dvě skupiny kolejí, a to vjezdová skupina kolejí a směrová skupina kolejí. Vjezdová skupina kolejí je tvořena dopravními kolejemi, na které vjíždějí cílové nákladní vlaky, směrová skupina kolejí je tvořena manipulačními kolejemi, na kterých dochází ke shromažďování vozů rozřaďených ze souprav cílových nákladních vlaků.

¹ Ing. Michal Dorda, Ph.D., VŠB – TU Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu 15/2172, 708 33 Ostrava – Poruba, Tel.: +420 597 325 754, E-mail: michal.dorda@vsb.cz

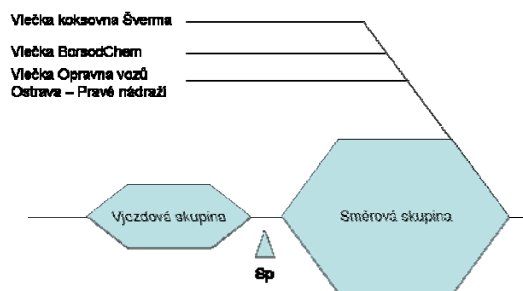
² Ing. Dušan Teichmann, Ph.D., VŠB – TU Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 17. listopadu 15/2172, 708 33 Ostrava – Poruba, Tel.: +420 597 324 575, E-mail: dusan.teichmann@vsb.cz

Mezi okamžiky ukončení jízd cílových nákladních vlaků a začátkem jízd výchozích nákladních vlaků probíhá celá řada technologických úkonů. Jedním z nich je i posun na svážném pahrbku. Kolej na svážném pahrbku lze tedy považovat za obslužnou linku a proces rozřazení jednotlivých souprav za obsluhu požadavků. Posun prováděný za účelem rozřazení souprav od cílových nákladních vlaků je hlavní činností zajišťovanou svážným pahrbkem a nazývá se prvotním posunem. Kromě uvedeného prvotního posunu však může být na svážném pahrbku realizován i posun, při kterém je kolej na svážném pahrbku obsazena z důvodů rozřazování jiných souprav vozů, než jsou soupravy vozů od cílových nákladních vlaků. V takovém případě se hovoří o tzv. druhotném posunu. Protože přes svážný pahrbek prochází pouze jedna kolej, je zřejmé, že v situacích, kdy je svážný pahrbek obsazen druhotným posunem, nemůže plnit svou hlavní funkci, pro kterou je primárně určen – zabezpečovat prvotní posun. Vznik požadavku na druhotný posun, který není možno uskutečnit jinak nebo efektivněji než na svážném pahrbku, tak lze z pohledu zachování hlavní funkce svážného pahrbku považovat za vznik poruchy.

Hlavním cílem článku je demonstrovat způsob modelování provozu na svážném pahrbku, při kterém bude na svážný pahrbek nahlíženo jako na obslužnou linku podléhající poruchám. Při modelování bude použito dvou rozdílných přístupů. První přístup bude spočívat v sestavě odpovídajícího matematického modelu a jeho analytickém řešení, druhým přístupem bude simulace studovaného problému s využitím software Witness. Výsledky dosažené oběma přístupy budou porovnány za účelem ověření vhodnosti použití software Witness k modelování a simulaci uvažované problematiky.

2. DEFINOVÁNÍ MODELOVANÉHO PROBLÉMU A ANALÝZA VSTUPNÍCH ÚDAJŮ

V článku bude demonstrováno modelování procesu rozřazování souprav v seřadovacím obvodu Ostrava – Pravé nádraží. Prvotním posunem se bude rozumět posun na svážném pahrbku související s rozřazováním souprav od cílových nákladních vlaků, které vstoupily do vjezdové skupiny kolejí Ostrava – Mariánské Hory (je tvořena 5 vjezdovými kolejemi). Druhotným posunem se bude rozumět posun související s rozřazováním souprav vozů, které byly sestaveny v jiných seřadovacích obvodech stanice a jejichž vozy jsou určeny pro relace shromažďované v seřadovacím obvodu Ostrava – Pravé nádraží, a posun související s rozřazením souprav vozů vystupujících z vleček zaústěných do směrové skupiny kolejí seřadovacího obvodu Ostrava – Pravé nádraží. Schéma zájmové části seřadovacího obvodu Ostrava – Pravé nádraží je znázorněno na obr. 1.



Zdroj: Autoři

Obr. 1 – Schéma zájmové části seřadovacího obvodu Ostrava – Právě nádraží

Jelikož je při prvotním i při druhotném posunu jedna z vjezdových kolejí posunem obsazena, bude pro potřeby dalšího modelování uvažováno, že na rozřadění mohou ve vjezdové skupině kolejí čekat maximálně 4 soupravy vozů od cílových nákladních vlaků, což odpovídá kapacitě fronty.

Provoz na svážném pahrbku v případě seřadovacího obvodu Ostrava - Právě nádraží lze tedy modelovat jako jednolinkový systém hromadné obsluhy (dále SHO) s nespolehlivou obslužnou linkou a s možností dokončení obsluhy požadavku při vzniku poruchy linky tvořený 5 místy (1 místem je obslužná linka a 4 místa jsou ve frontě).

V první fázi řešení bylo zapotřebí analyzovat charakter vstupního toku a doby obsluhy. Údaje potřebné ke splnění tohoto dílčího úkolu byly čerpány ze splněných grafikonů provozních procesů stanice a z vlastního měření.

Rozeborem splněných grafikonů a následným měřením v terénu byly získány čtyři datové soubory obsahující:

- doby mezi příchody po sobě jdoucích požadavků,
- doby obsluhy požadavků,
- doby mezi poruchami,
- doby oprav linky.

Uvedené datové soubory byly dále zpracovány následujícím způsobem:

- provedení exploratorní analýzy dat (výpočet základních charakteristik jako např. výběrový průměr apod.),
- sestrojení histogramu četností, přičemž pro stanovení počtu tříd k bylo použito Sturgesovo pravidlo ve tvaru:

$$k = 1 + 3,3 \log n,$$
 kde n je rozsah souboru,
- na základě exploratorní analýzy dat a histogramu četností výběr vhodného teoretického rozdělení a odhad parametrů rozdělení pomocí metody maximální věrohodnosti,
- ověření shody empirických dat s vybraným teoretickým rozdělením pravděpodobnosti pomocí χ^2 testu dobré shody.

Výsledky provedených testů hypotéz (včetně jednotlivých hypotéz) jsou uvedeny v tab. 1. Z dosažených výsledků je zřejmé, že v žádném ze 4 případů nedošlo k zamítnutí nulové hypotézy o předpokládaném teoretickém rozdělení pravděpodobnosti.

Tab. 1 – Přehled hypotéz s uvedením výsledků jednotlivých testů

Hypotéza	Hodnota χ^2	p-value
Doba mezi příchody požadavků je exponenciální náhodná proměnná s parametrem $\lambda = 0,01520 \text{ min}^{-1}$.	11,84573	0,06550
Doba obsluhy požadavku je Erlangova náhodná proměnná s parametry $k = 10$ a $\gamma = 10\mu = 0,63622 \text{ min}^{-1}$.	0,26342	0,60778
Doba mezi poruchami je exponenciální náhodná proměnná s parametrem $\bar{\lambda} = 0,00730 \text{ min}^{-1}$.	8,86470	0,06457
Doba opravy linky je exponenciální náhodná proměnná s parametrem $\bar{\mu} = 0,02464 \text{ min}^{-1}$.	2,45768	0,65223

Zdroj: Autoři

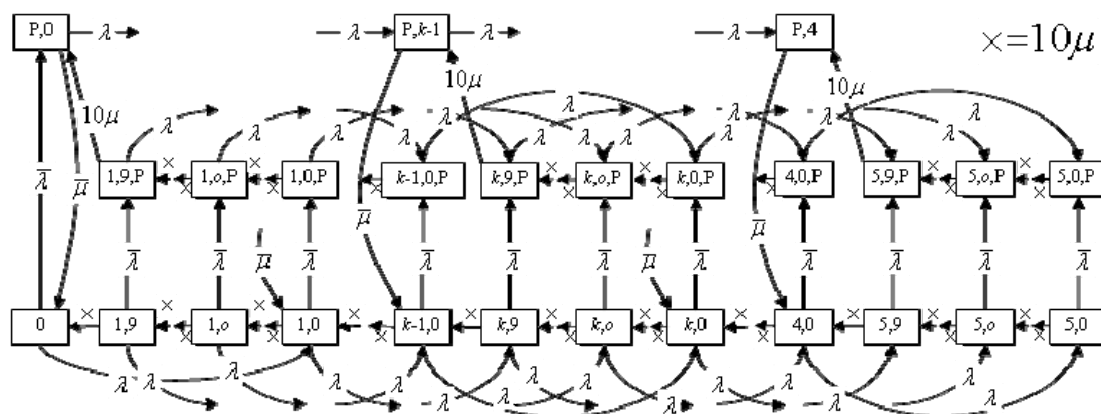
3. MATEMATICKÝ MODEL PROBLÉMU

Jak plyne z předchozího textu, z hlediska teorie hromadné obsluhy se jedná o nespolehlivý SHO tvořený jednou obslužnou linkou a celkem 4 místy ve frontě. Vstupní tok požadavků na obsluhu je Poissonův s parametrem $\lambda = 0,01520 \text{ min}^{-1}$, doba obsluhy jednoho požadavku se řídí Erlangovým rozdělením pravděpodobnosti s parametry $k = 10$ a $\gamma = 10\mu = 0,63622 \text{ min}^{-1}$; obsluhu lze dle [4] v tomto případě modelovat jako 10 po sobě jdoucích fází obsluhy, přičemž doba trvání každé fáze obsluhy se řídí exponenciálním rozdělením pravděpodobnosti s parametrem $10\mu = 0,63622 \text{ min}^{-1}$ a obsluha požadavku je ukončena až po provedení poslední fáze obsluhy (v tomto okamžiku požadavek opouští systém obslužen). Proud poruch je rovněž Poissonův s parametrem $\bar{\lambda} = 0,00730 \text{ min}^{-1}$, doba opravy linky se řídí exponenciálním rozdělením pravděpodobnosti s parametrem $\bar{\mu} = 0,02464 \text{ min}^{-1}$. Poruchy je možno v tomto případě považovat za relativně prioritní požadavky, neboť vznik poruchy dovoluje dokončit obsluhu právě obsluhovaného požadavku. Matematický model nespolehlivého Markovského SHO, ze kterého bylo při tvorbě modelu tohoto systému vycházeno, byl již publikován v [2].

Z hlediska rozšířené Kendallovy klasifikace (viz [4]) se jedná o nespolehlivý $M/E_{10}/1/5$ SHO. Uvažovaný systém se může nacházet v následujících stavech:

- 0 – systém je prázdný,
- k,o , kde $k \in \{1,2,\dots,5\}$ a $o \in \{0,1,\dots,9\}$ – v systému se nachází k požadavků, z obsluhy požadavku již bylo provedeno o fází, $k-1$ požadavků čeká ve frontě,
- k,o,P , kde $k \in \{1,2,\dots,5\}$ a $o \in \{0,1,\dots,9\}$ – v systému se nachází k požadavků, z obsluhy požadavku již bylo provedeno o fází, ve frontě je $k-1$ požadavků, porucha čeká na opravu (vznikl požadavek na vykonání druhotného posunu),
- P,k , kde $k \in \{0,1,\dots,4\}$ – linka je v poruše (obsazení spádoviště druhotným posunem), ve frontě čeká k požadavků.

Přechodový graf tohoto SHO je znázorněn na obr. 2. Graf je z důvodu přehlednosti nakreslen bez smyček, ohodnocení hran znakem \times odpovídá ohodnocení 10μ .



Zdroj: Autoři

Obr. 2 – Přechodový graf nespolehlivého M/E₁₀/1/5 SHO s dokončením obsluhy požadavku při vzniku poruchy obslužné linky (bez smyček)

Na základě přechodového grafu uvedeného na obr. 2 je možno sestavit soustavu diferenciálních rovnic popisující chování studovaného SHO v závislosti na čase t . Při praktických výpočtech má ale zpravidla větší význam chování systému v ustáleném stavu, tedy pro $t \rightarrow \infty$ (obecný postup sestavy soustavy diferenciálních rovnic a jejich úprav na rovnice lineární lze nalézt např. v [3]). Pro ustálený stav lze potom získat soustavu lineárních rovnic ve tvaru:

$$0 = -(\lambda + \bar{\lambda})p_0 + 10\mu p_{1,9} + \bar{\mu}p_{P,0},$$

$$0 = \lambda p_0 - (\lambda + 10\mu + \bar{\lambda})p_{1,0} + 10\mu p_{2,9} + \bar{\mu}p_{P,1},$$

$$0 = -(\lambda + 10\mu + \bar{\lambda})p_{1,o} + 10\mu p_{1,o-1} \text{ pro } o \in \{1,2,\dots,9\},$$

$$0 = \lambda p_{k-1,0} - (\lambda + 10\mu + \bar{\lambda})p_{k,0} + 10\mu p_{k+1,9} + \bar{\mu}p_{P,k} \text{ pro } k \in \{2,3,4\},$$

$$0 = \lambda p_{k-1,o} - (\lambda + 10\mu + \bar{\lambda})p_{k,o} + 10\mu p_{k,o-1} \text{ pro } k \in \{2,3,4\} \text{ a } o \in \{1,2,\dots,9\},$$

$$0 = \lambda p_{4,0} - (10\mu + \bar{\lambda})p_{5,0},$$

$$0 = \lambda p_{4,o} - (10\mu + \bar{\lambda})p_{5,o} + 10\mu p_{5,o-1} \text{ pro } o \in \{1,2,\dots,9\},$$

$$0 = \bar{\lambda}p_{1,0} - (\lambda + 10\mu)p_{1,0,P},$$

$$0 = \bar{\lambda}p_{1,o} - (\lambda + 10\mu)p_{1,o,P} + 10\mu p_{1,o-1,P} \text{ pro } o \in \{1,2,\dots,9\},$$

$$0 = \bar{\lambda}p_{k,0} + \lambda p_{k-1,0,P} - (\lambda + 10\mu)p_{k,0,P} \text{ pro } k \in \{2,3,4\},$$

$$0 = \bar{\lambda}p_{k,o} + \lambda p_{k-1,o,P} - (\lambda + 10\mu)p_{k,o,P} + 10\mu p_{k,o-1,P} \text{ pro } k \in \{2,3,4\} \text{ a } o \in \{1,2,\dots,9\},$$

$$0 = \bar{\lambda}p_{5,0} + \lambda p_{4,0,P} - 10\mu p_{5,0,P},$$

$$0 = \bar{\lambda}p_{5,o} + \lambda p_{4,o,P} - 10\mu p_{5,o,P} + 10\mu p_{5,o-1,P} \text{ pro } o \in \{1,2,\dots,9\},$$

$$0 = \bar{\lambda}p_0 + 10\mu p_{1,9,P} - (\lambda + \bar{\mu})p_{P,0},$$

$$0 = 10\mu p_{k+1,9,P} + \lambda p_{P,k-1} - (\lambda + \bar{\mu})p_{P,k} \text{ pro } k \in \{1,2,3\},$$

$$0 = 10\mu p_{5,9,P} + \lambda p_{P,3} - \bar{\mu}p_{P,4}$$

včetně normativní podmínky ve tvaru:

$$p_0 + \sum_{k=1}^5 \sum_{o=0}^9 p_{k,o} + \sum_{k=1}^5 \sum_{o=0}^9 p_{k,o,P} + \sum_{k=0}^4 p_{P,k} = 1.$$

Výsledná soustava je tvořena 107 lineárními rovnicemi s celkem 106 neznámými stacionárními pravděpodobnostmi, při řešení soustavy lze předposlední rovnici vynechat. Řešením soustavy jsou získány stacionární pravděpodobnosti jednotlivých stavů systému.

Zaměřme se nyní na vybrané provozní charakteristiky systému. Pro střední počet požadavků v obsluze *ES* lze psát:

$$ES = \sum_{k=1}^5 \sum_{o=0}^9 p_{k,o} + \sum_{k=1}^5 \sum_{o=0}^9 p_{k,o,P}. \quad (1)$$

Střední počet požadavků ve frontě *EL* je možno vyjádřit vztahem:

$$EL = \sum_{k=2}^5 (k-1) \sum_{o=0}^9 p_{k,o} + \sum_{k=2}^5 (k-1) \sum_{o=0}^9 p_{k,o,P} + \sum_{k=1}^4 k p_{P,k}. \quad (2)$$

Střední počet požadavků v systému *EK* lze stanovit:

$$EK = ES + EL = \sum_{k=1}^5 k \sum_{o=0}^9 p_{k,o} + \sum_{k=1}^5 k \sum_{o=0}^9 p_{k,o,P} + \sum_{k=1}^4 k p_{P,k}. \quad (3)$$

Pro střední počet linek v poruše *EP* je možno psát:

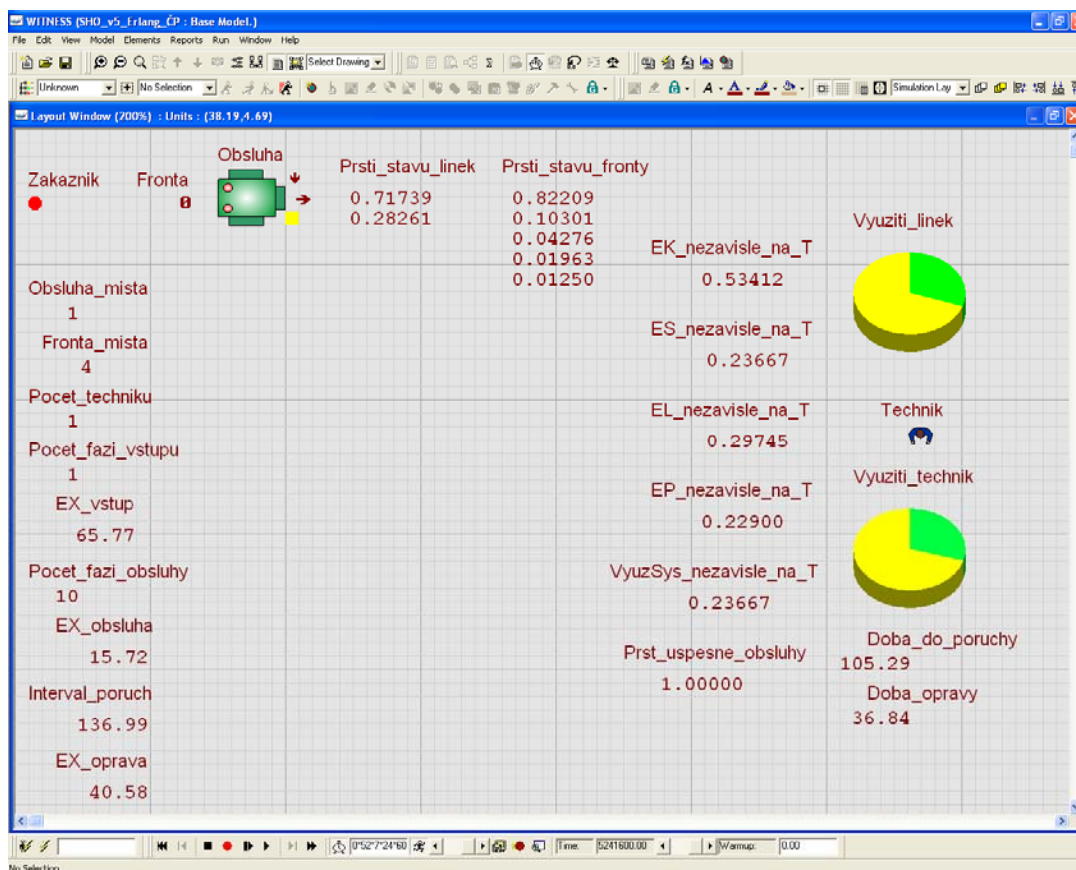
$$EP = \sum_{k=0}^4 p_{P,k}. \quad (4)$$

Řešení matematického modelu bylo provedeno numericky s využitím software Matlab, dosažené výsledky budou prezentovány v kapitole 5.

4. SIMULAČNÍ MODEL ŘEŠENÉHO PROBLÉMU

Za účelem ověření platnosti vytvořeného matematického modelu byl vytvořen simulační model v prostředí Witness.

V rámci komparace výsledků dosažených analyticky s výsledky získanými simulací byly provedeny 2 simulační experimenty, simulární čas v obou případech činil 10 let. Po každém týdnu simulace byl proveden výpočet sledovaných provozních charakteristik, čímž byla získána časová závislost sledované provozní charakteristiky (odhad hodnoty provozní charakteristiky se s rostoucím časem neustále zpřesňuje, protože se počítá z dat za celou dobu simulace). Provedené simulační experimenty se liší použitými vstupními daty. V případě prvního experimentu (dále označován jako Simulace 1) byla při simulaci použita příslušná teoretická rozdělení pravděpodobnosti (viz tab. 1), v případě druhého simulačního experimentu (dále označován jako Simulace 2) byla použita empirická rozdělení pravděpodobnosti získaná z naměřených dat. Na obr. 3 je vyobrazen stav simulačního experimentu Simulace 1 pro hodnotu simulárního času 10 let.



Zdroj: Autoři

Obr. 3 – Ukázka simulačního modelu sestaveného v prostředí Witness

5. DOSAŽENÉ VÝSLEDKY

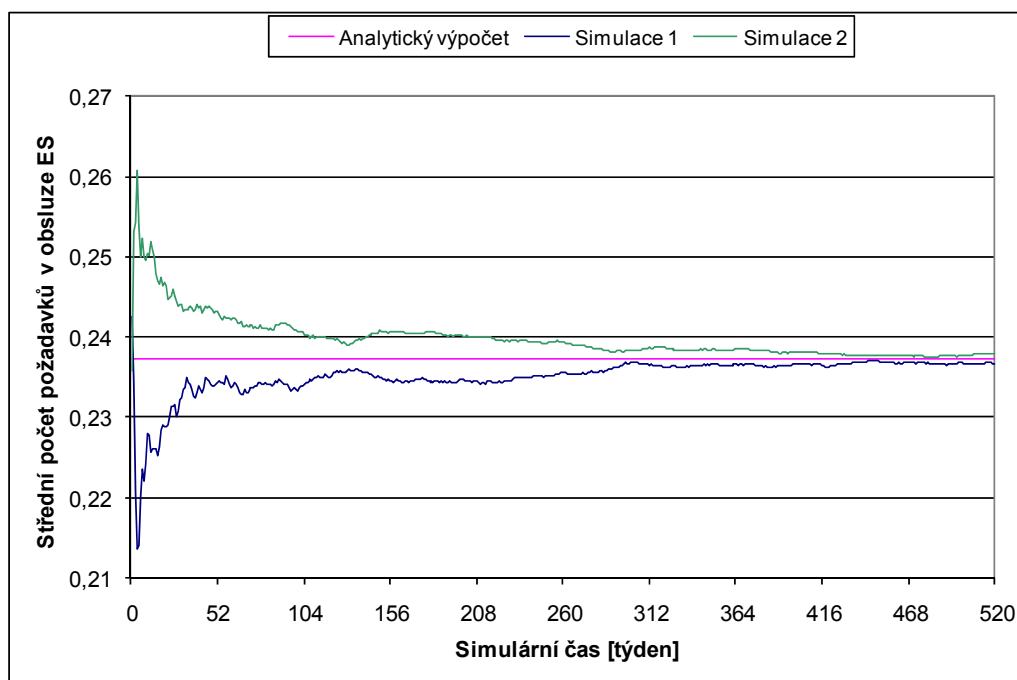
V tab. 2 jsou shrnuty hodnoty vybraných provozních charakteristik získané analytickým výpočtem – tedy na základě vztahů (1) až (4) a simulačními experimenty s uvedením procentuálních odchylek od hodnot provozních charakteristik získaných analyticky.

Tab. 2 – Přehled dosažených výsledků

Provozní charakteristika	Analytický výpočet	Simulace 1	Odchylka [%]	Simulace 2	Odchylka [%]
Střední počet požadavků v obsluze ES	0,23721	0,23667	-0,23	0,23800	0,34
Střední počet požadavků ve frontě EL	0,25068	0,29745	18,66	0,25742	2,69
Střední počet požadavků v systému EK	0,48789	0,53412	9,48	0,49542	1,54
Střední počet linek v poruše EP	0,22528	0,22900	1,65	0,23800	5,65

Zdroj: Autoři

Průběh procesu stabilizace hodnot provozních charakteristik bude demonstrován na průběhu středního počtu požadavků v obsluze *ES*. Průběh procesu stabilizace je pro oba simulační experimenty znázorněn na obr. 4. Na obrázku je zřetelně vidět, že s rostoucím simulárním časem dochází ke konvergenci odhadu provozní charakteristiky *ES* získaného ze simulačních experimentů k hodnotě provozní charakteristiky získané analytickým výpočtem. Průběh odpovídající analytickému výpočtu dle vztahu (1) je samozřejmě konstantní, neboť se jedná o výpočet v ustáleném stavu.



Zdroj: Autoři

Obr. 4 – Závislost středního počtu požadavků v obsluze *ES* na simulárním čase.

Grafy časových průběhů ostatních uvažovaných provozních charakteristik lze nalézt v [1].

6. ZÁVĚR

Článek popisuje způsob modelování provozu na svážném pahrbku seřaďovací stanice pomocí teorie hromadné obsluhy. Svážný pahrbek je modelován jako jednolinkový systém s omezenou délkou fronty a nespolehlivou obslužnou linkou, přičemž je uvažována možnost dokončení obsluhy požadavku v případě vzniku poruchy obslužné linky. Za účelem kvantifikace provozních charakteristik tohoto systému hromadné obsluhy byl vytvořen příslušný matematický a simulační model.

Jak plyne z předloženého článku, v případě výsledků dosažených použitými přístupy nebyly shledány podstatné rozdíly. Vzniklé odchylky výsledků získaných analyticky a výsledků získaných simulačními experimenty v prostředí Witness lze částečně vysvětlit obecnými nevýhodami počítačové simulace, např. užití pseudonáhodných čísel.

Další možnost rozvoje v článku uvedeného problému lze spatřovat ve využití jiného simulačního software, než je použitý Witness a v komparaci dosažených výsledků. K modelování a simulaci uvedeného problému lze dále využít Petriho sítí.

Závěrem by autoři také chtěli poděkovat vedení seřaďovací stanice Ostrava – Právě nádraží za poskytnutí podkladů o procesu rozřadění potřebných pro vyhodnocení stochastického charakteru veličin vstupujících do sestavených modelů.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] DORDA, M. *Modelování spolehlivosti systémů hromadné obsluhy v dopravě: disertační práce*. Ostrava: VŠB – TU Ostrava, Fakulta strojní, 2009. 143 s.
- [2] DORDA, M. Elementary Markov Queueing Systems with Unreliable Server. *Perner's Contacts* [online]. 2009, č. 4, s. 69 – 77. [cit. 2010–02–15]. Dostupné z <<http://pernerscontacts.upce.cz>>. ISSN 1801–674X.
- [3] KLUVÁNEK, P. – BRANDALÍK, F. *Operační analýza I (Teorie hromadné obsluhy)*. Bratislava: ALFA Bratislava, 1982.
- [4] PEŠKO, Š. *Operační analýza 2* [online]. Žilina: Žilinská univerzita, 2000 – 2001. 125 s. [cit. 2010–02–15]. Dostupné z <<http://frcatel.fri.uniza.sk/users/pesko>>.