

# PŘÍČNÁ STABILITA PLOVOUCÍHO TĚLESA VÁLCOVÉHO TVARU PLOVÁKŮ

## SIDE TILT STABILITY OF THE FLOATING BODY BY CYLINDRICAL FORM OF FLOATS

Leopold Hrabovský<sup>1</sup>

---

*Anotace: Příspěvek pojednává o výpočtu stability a plovatelnosti plovoucí otoče plovoucích pásových dopravníků s koncovými plováky. Plovoucí otoč je sestavena ze dvou plováků válcového tvaru a rámové konstrukce.*

*Klíčová slova: Plovoucí pásový dopravník, válcový plovák, stabilita, plovatelnost.*

*Summary: The article dealt with stability calculation and floatation floating veer floating belt conveyor with end floats. Floating face round is make-up from two float cylindrical shape and frame construction.*

*Key words: Floating belt conveyor, cylindrical float, stability, buoyancy.*

### 1. ÚVOD

Dobývání nerostných surovin ve formě písků a šterkopísků z prostor pod hladinou vody se z historického pohledu původně nazývalo vodním bagrováním a zahrnovalo komplex prací spojených s rozpojováním, dopravou a skladováním těženého nerostu. V současné době se výše specifikované operace provádějí hornickou činností prováděnou hornickým způsobem na povrchu.

Snaha o snížení ekonomických nákladů spojených s dopravou těživa na břeh těžebního jezera vede k celkové automatizaci bagrovacího procesu. Automatizace tak s sebou přináší řadu technických zařízení, které umožňují kontinuální směřování těživa od plovoucího těžebního zařízení ke stacionárním třídárnám instalovaným na břehu těžebního prostoru. Ve vnitrozemské plavbě se proto uplatňují kromě korečkových, sacích a drapákových plovoucích bagrů i technická plavidla, jako jsou např. plovoucí úpravny šterkopísků, lžicové bagry, plovoucí jeřáby a v neposlední řadě také plovoucí pásové dopravníky.

Při projektování technických plavidel je nezbytné docílit požadovaných konstrukčních a rozměrových parametrů proto, aby tato zařízení byla dostatečně stabilní a zajišťovala plavební schopnost v celé oblasti své působnosti pro určitou plavební oblast. Z široké škály technických plavebních požadavků kladených na dané plovoucí zařízení je nezbytně nutno zajistit plovatelnost a dostatečnou stabilitu. Plovatelnost je definována schopností plavidla setrvat v rovnovážném stavu při jeho umístění na vodní ploše. Stabilita je, všeobecně definována jako, způsobilost plavidla se po vychýlení vrátit do své výchozí rovnovážné polohy, pokud na něj přestanou působit vnější síly statického či dynamického charakteru.

---

<sup>1</sup> doc. Ing. Leopold Hrabovský, Ph.D., Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Ústav dopravních a procesních zařízení, 17. listopadu 15/2172, 708 33 Ostrava - Poruba, Tel.: +420 597 323 185, E-mail: [leopold.hrabovsky@vsb.cz](mailto:leopold.hrabovsky@vsb.cz)

## 2. POPIS A ZÁKLADNÍ ROZMĚRY PLOVÁKOVÉHO TĚLESA

Výpočet stability a plovatelnosti plovoucího tělesa, plovoucí pásové dopravní trasy sestavené z pásových dopravníků s koncovými (podpěrnými) plovákovými tělesy válcového tvaru (obr. 2), bude proveden pro těleso samostatně plující na hladině těžebního jezera. V následujícím výpočtu není uvažováno s reakcemi od dopravníků, které jsou k plovoucímu tělesu připojeny a které stabilitu tělesa zlepšují.



Zdroj: Ing. Tomáš Straka

Obr. 1 - Plovákové těleso válcového tvaru plovoucí pásové dopravní trasy

Plovoucí otoč dle obr. 1 je tvořena dvěma plováky, spojovací konstrukcí a nástavbou. Pro výpočet vztlaku budou uvažovány pouze plováky, vztlaková síla spojovací konstrukce (tzv. kříže) je malá a bude zanedbávána. Půdorysný rozměr plováku válcovitého tvaru je, dle obr. 3, volen o průměru 1600 mm a délce 4030 mm. Pro výpočet stability je důležitá poloha těžiště otoče G (střed hmot). Na otoč působí tíha samotné konstrukce a tíha pásových dopravníků. Předpokládáme, že všechny tyto síly působí v ose symetrie a i těžiště G tedy leží na ose symetrie ve výšce  $h_G$  [m] nad dnem plováků.



Zdroj: Ing. Tomáš Straka

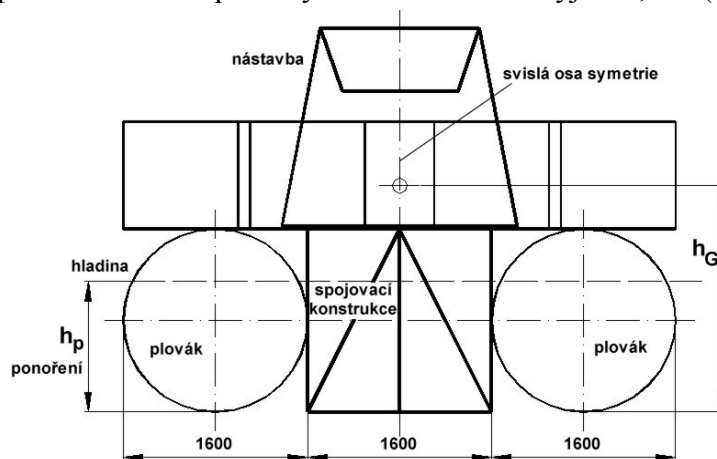
Obr. 2 - Plovákové těleso válcového tvaru plovoucí pásové dopravní trasy

Hodnoty pro výpočet polohy těžiště G byly převzaty z dokumentu [1, kap.7.3, str.87],

$m_o = 4055$  kg - celková hmotnost plovoucí otoče,  $h_o = 800$  mm - volená poloha těžiště o [3], blíže viz obr.5.22,  $h_{pdh}$  [m] - poloha působíště poloviny tíhy pásového dopravníku v horním uložení (výsypaní),  $h_{pdd}$  [m] - poloha působíště poloviny tíhy pásového dopravníku v dolním uložení (násyp),  $m_{dm} = 694$  kg - maximální hmotnost dopravovaného materiálu.

Polohu  $h_G$  [m] těžiště G celé otoče je pak možno určit dle vztahu (3).

Dle [1, str.87] je volena poloha působíště poloviny tíhy pásového dopravníku v horním uložení (výsypaní)  $h_{pdh} = 3447$  mm, vzhledem k tomu, že výška plováku hranolovitého tvaru je dle [1, str.87]  $h_{ph} = 1170$  mm, je možno polohu působíště poloviny tíhy pásového dopravníku v horním uložení plovoucí otoče s plováky válcového tvaru vyjádřit, viz (1).



Zdroj: Autor

Obr. 3 - Plovoucí otoč, rozměrový náčrt

$$h_{pdh} = h_{pdh} - h_{ph} + h_{pv} = 3447 - 1170 + 1600 = 3877 \text{ mm} \quad (1)$$

kde  $h_{pv}$  [m] - výška plováku válcového tvaru je, dle obr.5.3, volena  $h_{pv} = 1600$  mm.

Dle [1, str.87] je volena poloha působíště poloviny tíhy pásového dopravníku v dolním uložení (násyp)  $h_{pdd} = 1527$  mm, vzhledem k tomu, že výška plováku hranolovitého tvaru je dle [1, str.87]  $h_{ph} = 1170$  mm, je možno polohu působíště poloviny tíhy pásového dopravníku v horním uložení plovoucí otoče s plováky válcového tvaru vyjádřit, viz (2).

$$h_{pdd} = h_{pdd} - h_{ph} + h_{pv} = 1527 - 1170 + 1600 = 1957 \text{ mm} \quad (2)$$

$$h_G = \frac{m_o \cdot h_o + \frac{1}{2} \cdot (m_{pd} + m_{dm}) \cdot h_{pdh} + \frac{1}{2} \cdot (m_{pd} + m_{dm}) \cdot h_{pdd}}{m_o + m_{pd} + m_{dm}} =$$

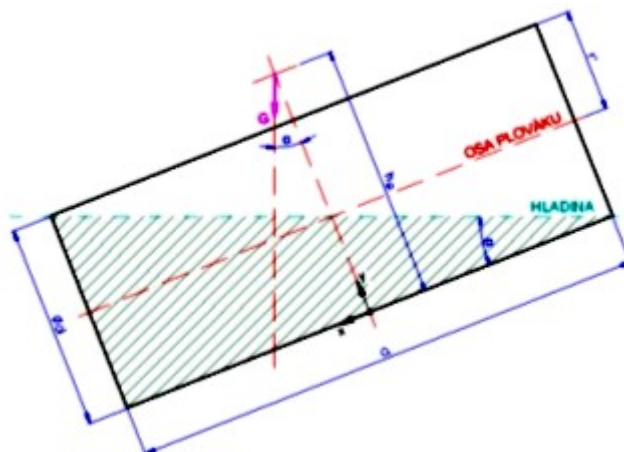
$$= \frac{4055 \cdot 800 + \frac{1}{2} \cdot (4480 + 694) \cdot 3877 + \frac{1}{2} \cdot (4480 + 694) \cdot 1957}{4055 + 4480 + 694} = 1987 \text{ mm} \quad (3)$$

Těžiště otoče je podle výpočtu téměř 0,39 m ( $h_G - h_c = 1987 - 1600 = 387$  mm) nad horním povrchem plováků a cca 1,1 m ( $h_G - h_p = 1987 - 888 = 1099$  mm) nad hladinou.

### 3. PŘÍČNÁ STABILITA PLOVOUCÍHO TĚLESA VÁLCOVÉHO TVARU

Výchozí mezní stav, označen jako 1), je docílen, dosahuje-li ponor  $h_p$  [m] válcového plováku právě poloměru plováku  $r$  [m]. Rovina vodní hladiny v jistém specifickém okamžiku

naklonění plovoucí otoče (o úhel  $\alpha$  [deg]) splývá s úhlopříčkou plováku (přímka procházející horním rohem pravé svislé stěny a spodním rohem levé svislé stěny plováku), viz obr. 4.

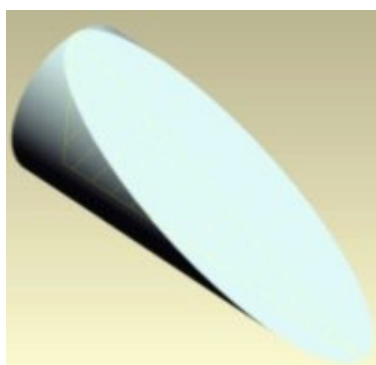


Zdroj: Autor

Obr. 4 - Volba souřadného systému a základní rozměry plováku

Z obr. 5 je zřejmé, že vedeme-li řez (v bokorysném pohledu) středem objemu zanořené části plováku, získáváme obrazec tvaru pravoúhlého trojúhelníka. Úhel  $\alpha$  [deg] vychýlení plováku z rovnovážné polohy je možno vyjádřit vztahem (4) s využitím obr. 4.

$$\alpha = \arctg\left(\frac{d}{a}\right) \text{ [deg]} \quad (4)$$



Zdroj: Autor

Obr. 5 - Řez středem zanořeného objemu plováku

Ve voleném souřadném systému, dle obr. 4, je možno x-ovou souřadnici těžiště objemu zanořené části plováku (průmět plochy do roviny je definován trojúhelníkem) vyjádřit vztahem (5) a y-ovou souřadnici vztahem (6).

$$x_v = \frac{a}{2} - \frac{5}{16} \cdot a \text{ [m]} \quad (5)$$

$$y_v = \frac{3}{4} \cdot r \text{ [m]} \quad (6)$$

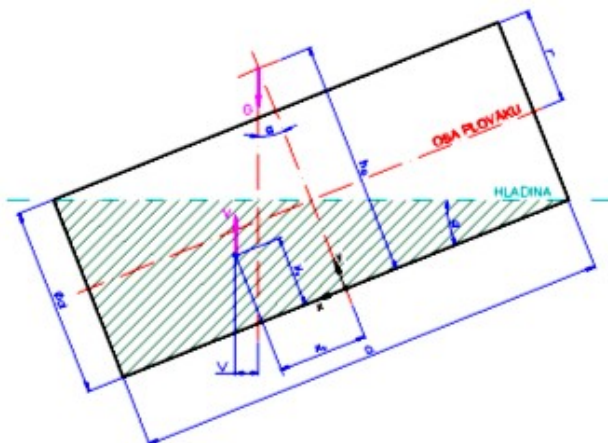
Rameno výtlačku  $v$  [m] je možno, na základě obr. 6, popsat vztahem (7).

$$v = (x_v + y_v \cdot \operatorname{tg}\alpha - h_G \cdot \operatorname{tg}\alpha) \cdot \cos\alpha \text{ [m]} \quad (7)$$

Úhel  $\alpha$  [deg] viz vztah (4) je zároveň horní mezní hranicí úhlu vychýlení plováku z

rovnovážného stavu pro případ 1).

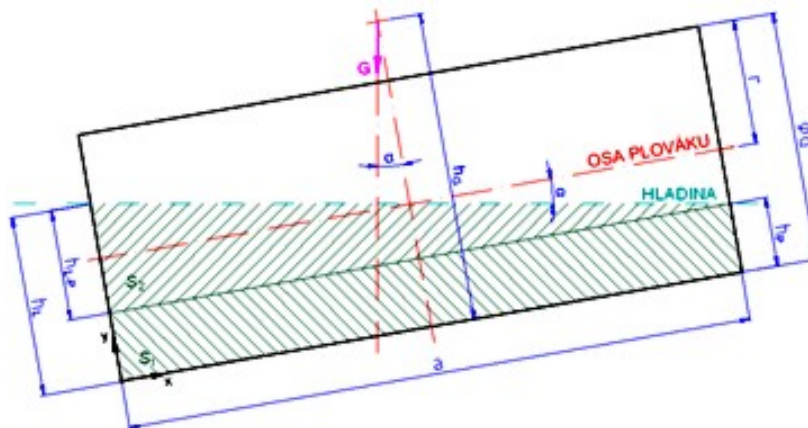
Stav 2), který bude následně popisován, je stavem, kdy je zanoření, vychýleného z rovnovážné polohy, válcového plováku rovno právě poloměru plováku, přičemž plovák je z rovnovážné polohy vychýlován v rozmezí úhlu  $\alpha \in \{0; \alpha_1 = 21,65 \text{ deg}\}$ , což odpovídá vychýlení plováku od nulové hodnoty (horizontální poloha) až po stav znázorněný na obr. 4. Při naklánění plováku ve zmíněném intervalu, je zachována plocha zanoření, tj. součet ploch  $S_1$  [m<sup>2</sup>] a  $S_2$  [m<sup>2</sup>] musí být roven ploše  $S$  [m<sup>2</sup>] (plocha zanoření obou plováků v rovnovážném stavu plovoucí otoče).



Zdroj: Autor

Obr. 6 - Určení ramene výtlaku pro stav dle obr. 4

Pro výpočet souřadnic těžišť jednotlivých ploch je nezbytné stanovit velikosti výšky ploch  $S_1$  [m<sup>2</sup>] a  $S_2$  [m<sup>2</sup>], které se mění v závislosti na úhlu naklonění  $\alpha$  [deg] tzn., že je zapotřebí vyjádřit výšky  $h_L$  [m],  $h_P$  [m] a  $h_{L-P}$  [m] jako funkce úhlu  $\alpha$  [deg].



Zdroj: Autor

Obr. 7 - Souřadný systém a základní rozměry nakloněného plováku

Z obr. 7 vyplývají tyto následující vztahy, výška trojúhelníku  $h_{LP}$  [m] viz (8), výška obdélníku  $h_P$  [m], viz (9) a výška kruhové úseče  $h_L$  [m] viz (10).

$$h_{LP} = a \cdot \operatorname{tg} \alpha \text{ [m]} \quad (8)$$

$$h_P = \frac{d}{2} - \frac{h_{LP}}{2} \text{ [m]} \quad (9)$$

$$h_L = h_{LP} + h_p = \frac{d}{2} + \frac{h_{LP}}{2} \text{ [m]} \quad (10)$$

Nyní je zapotřebí stanovit souřadnice těžiště ploch  $S_1$  [ $m^2$ ] a  $S_2$  [ $m^2$ ]. Souřadnice ve směru x-ové osy jsou dány jednoduchými vztahy pro určení těžiště obdélníku (plocha  $S_1$  [ $m^2$ ]) a těžiště pravoúhlého trojúhelníku (plocha  $S_2$  [ $m^2$ ]). Určení polohy souřadnice ve směru y-ové osy je u válcového plováku složitější, poněvadž průmětem je kruhová úseč, na více zanořené straně navíc přesahující poloměr  $r$  [m] plováku.

Souřadnice  $\{x_1, y_1\}$  těžiště plochy  $S_1$  [ $m^2$ ] uvádí vztah (11).

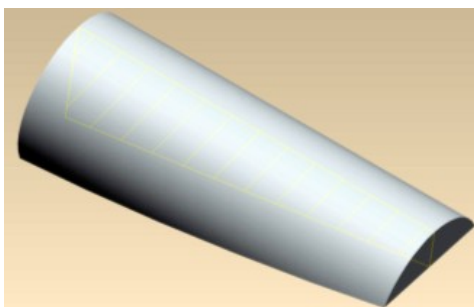
$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \text{ [m]}; \quad y_1 = r - \frac{4}{3} \cdot \frac{r \cdot \sin^3\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\beta - \sin(\beta)} \text{ [m]} \quad (11)$$

kde  $\beta$  [deg] - úhel kruhové výseče popsany vztahem (12).

$$\beta = 2 \cdot \arccos\left(1 - \frac{h_p}{r}\right) \text{ [m]} \quad (12)$$

Souřadnice  $\{x_2, y_2\}$  těžiště plochy  $S_2$  [ $m^2$ ] uvádí vztah (13).

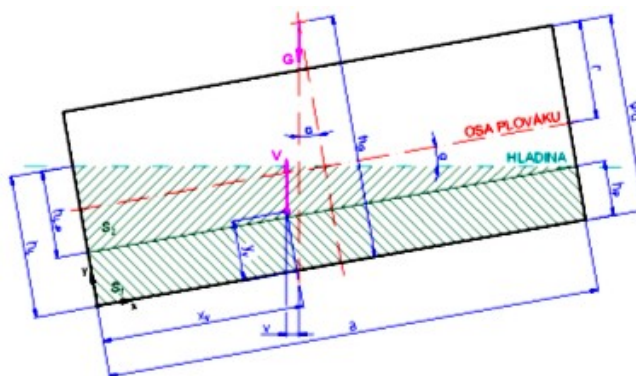
$$x_2 = \frac{1}{3} \cdot a \text{ [m]}, \quad y_2 = h_p + \frac{1}{3} \cdot h_{LP} \text{ [m]} \quad (13)$$



Zdroj: Autor

Obr. 8 - Řez středem zanořeného (vynořeného) objemu plováku

Pro výpočet těžiště výtaku je nutno vypočítat celkový objem zanoření  $V_z$  [ $m^3$ ] plováku, viz vztah (14), a jednotlivé dílčí objemy  $V_1$  a  $V_2$  znázorněné na obr.7 plochami  $S_1$  [ $m^2$ ] a  $S_2$  [ $m^2$ ]. Objem  $V_1$  [ $m^3$ ] je možno určit dle vztahu (15) a objem  $V_2$  [ $m^3$ ] vztahem (16).



Zdroj: Autor

Obr. 9 - Určení ramene výtaku pro případ 2)

$$V_1 = S_1 \cdot a = \underbrace{\frac{r^2}{2} \cdot [\beta - \sin\beta]}_{\text{plocha kruh. výs.}} \cdot a \text{ [m}^3\text{]} \quad (14)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot a - V_1 \text{ [m}^3\text{]} \quad (15)$$

$$V_z = V_1 + V_2 \text{ [m}^3\text{]} \quad (16)$$

Nyní již můžeme stanovit souřadnice  $\{x_v, y_v\}$  těžiště výtlaku  $V$  pomocí obecně známých vztahů (17) a (18).

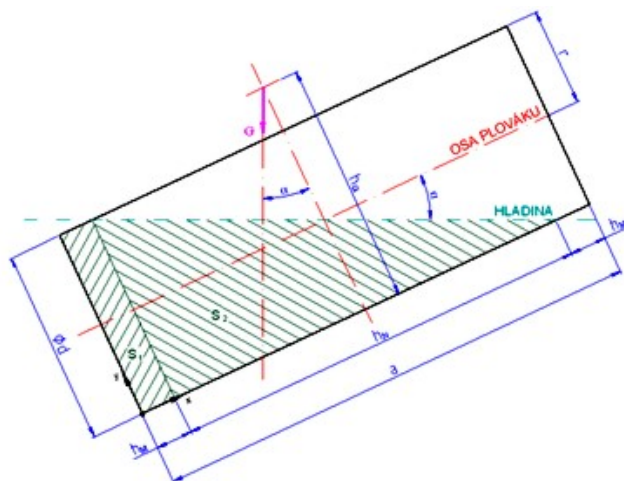
$$x_v = \frac{1}{V_z \cdot \rho_K} \cdot (x_1 \cdot V_1 \cdot \rho_K + x_2 \cdot V_2 \cdot \rho_K) \text{ [m]} \quad (17)$$

$$y_v = \frac{1}{V_z \cdot \rho_K} \cdot (y_1 \cdot V_1 \cdot \rho_K + y_2 \cdot V_2 \cdot \rho_K) \text{ [m]} \quad (18)$$

Rameno výtlaku  $v$  [m] lze dle obr. 9 určit vztahem (19).

$$v = \left( \frac{a}{2} - h_G \cdot \operatorname{tg}\alpha - x_v \right) \cdot \cos\alpha + y_v \cdot \sin\alpha \text{ [m]} \quad (19)$$

Stav 3) je definován zanořením plováku, které dosahuje právě poloměru plováku, přičemž plovák je vychýlen ze své rovnovážné polohy v rozmezí úhlu  $\alpha = 22 \div 34,5$  deg.



Zdroj: Autor

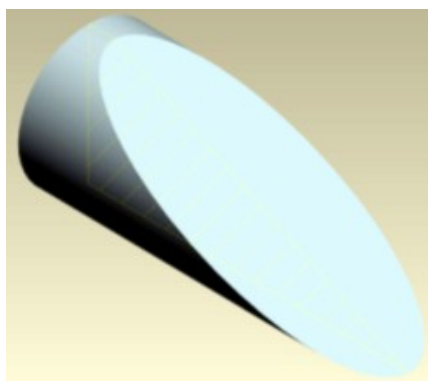
Obr. 10 - Základní rozměry nakloněného plováku

Také v tomto případě platí, že při vychýlení plováku ve zmíněném intervalu úhlu náklonu  $\alpha = 22 \div 34,5$  deg je zachována plocha  $S$  [m<sup>2</sup>], resp. objem zanoření, tzn. součet ploch  $S_1$  [m<sup>2</sup>] a  $S_2$  [m<sup>2</sup>], resp. objemů  $V_1$  [m<sup>3</sup>] a  $V_2$  [m<sup>3</sup>]. Pro výpočet souřadnic těžišť jednotlivých ploch je nezbytné stanovit velikosti délek ploch  $S_1$  a  $S_2$ , které se mění v závislosti na úhlu naklonění  $\alpha$  [deg] z toho vyplývá, že je zapotřebí vyjádřit délky  $h_{MP}$  [m] a  $h_N$  [m] jako funkce úhlu  $\alpha$  [deg]. Z obr. 10 vyplývají následující vztahy a závislosti.

$$h_M = \frac{1}{2} \cdot \left[ a - \frac{d}{\operatorname{tg}\alpha} \right] \text{ [m]} \quad (20)$$

$$h_N = a - 2 \cdot h_M \text{ [m]} \quad (21)$$

Nyní je nutno stanovit polohu souřadnic těžiště jednotlivých ploch  $S_1$  [m<sup>2</sup>], viz vztah (22) a  $S_2$  [m<sup>2</sup>], viz vztah (23).



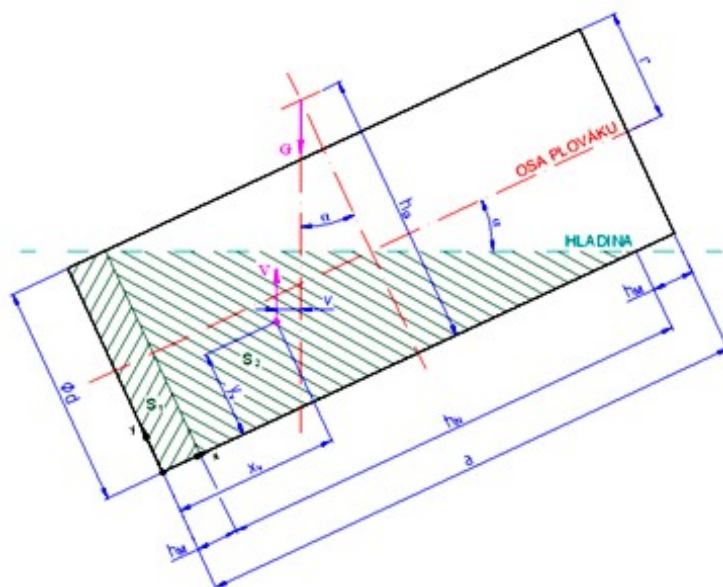
Zdroj: Autor

Obr. 11 - Řez středem zanořeného (vynořeného) objemu plováku pro případ 3)

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot h_M \text{ [m]}, \quad y_1 = r \text{ [m]} \quad (22)$$

$$x_2 = \frac{5}{16} \cdot h_N + h_M \text{ [m]}, \quad y_2 = \frac{3}{4} \cdot r \text{ [m]} \quad (23)$$

Výpočet polohy souřadnic těžiště plochy  $S_2$  [m<sup>2</sup>] byl porovnáván a následně zpřesněn dle výpočtu těžiště pomocí metody konečných prvků programem ANSYS, neboť výpočet podle obecně známých vztahů nevedl na rozdíl od případu 1), viz tabulka č. 1, ke správnému řešení, což může být zapříčiněno např. specifickým tvarem objemu výtlaku pro úhel vychýlení plovoucí otoče v daném intervalu.



Zdroj: Autor

Obr. 12 - Určení ramene výtlaku pro případ 3)

Dílčí objemy  $V_1$  [m<sup>3</sup>] a  $V_2$  [m<sup>3</sup>] je možno určit dle vztahů (2.130) a (2.131) a konečný objem  $V_z$  [m<sup>3</sup>] zanoření plováku dle vztahu (24).

$$V_1 = S_1 \cdot h_M = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h_M \text{ [m}^3\text{]} \quad (24)$$



$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot V_1 \text{ [m}^3\text{]} \quad (25)$$

Nyní je již možno stanovit souřadnice  $\{x_v, y_v\}$  těžiště výtlaku V pomocí vztahu, viz (17) a (18).

Rameno výtlaku  $v$  [m] lze dle obr. 12 určit vztahem (26).

$$v = y_v \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha - \left( x_v + h_G \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{2} \right) \cdot \cos \alpha = \left( y_v \cdot \operatorname{tg} \alpha - x_v - h_G \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{a}{2} \right) \cdot \cos \alpha \quad (26)$$

Tab. 1 - Hodnoty souřadnic těžiště výtlaku

Stav	$\alpha$		Pro/ENGINEER			Analyticky v Mathcadu (bez užití integrálního počtu)				Pro/ENGINEER
	rad	deg	y	x	$y_{r0}$	x	$y_{r0}$	chyba x	chyba $y_{r0}$	Rameno v
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	[%]	[%]	mm
2)	0,017	1	-339,203	1977,409	460,798	Hodnoty totožné s hodnotami dle programu Pro/ENGINEER				10,950
	0,035	2	-338,219	1939,836	461,781					21,889
	0,052	3	-336,580	1902,302	463,420					32,806
	0,070	4	-334,287	1864,826	465,713					43,689
	0,087	5	-331,343	1827,430	468,657					54,524
	0,105	6	-327,751	1790,136	472,249					65,297
	0,122	7	-323,514	1752,970	476,486	1755	476	0,116	0,102	75,991
	0,140	8	-318,655	1716,066	481,345	1719	481	0,171	0,072	86,479
	0,157	9	-313,157	1679,288	486,843	1683	486	0,221	0,173	96,903
	0,175	10	-307,052	1642,805	492,948	1648	491	0,316	0,395	107,101
	0,192	11	-300,332	1606,558	499,668	1614	497	0,463	0,534	117,141
	0,209	12	-293,033	1570,679	506,967	1580	503	0,593	0,783	126,896
	0,227	13	-285,162	1535,176	514,838	1547	509	0,770	1,134	136,361
	0,244	14	-276,744	1500,109	523,256	1516	515	1,059	1,578	145,485
	0,262	15	-267,816	1465,585	532,184	1485	522	1,325	1,914	154,160
	0,279	16	-258,414	1431,168	541,586	1456	527	1,735	2,693	162,805
	0,297	17	-248,591	1398,515	551,409	1429	533	2,180	3,339	169,822
	0,314	18	-238,410	1366,223	561,590	1404	537	2,765	4,379	176,547
	0,332	19	-227,962	1334,992	572,038	1382	540	3,521	5,601	182,294
	0,349	20	-217,360	1305,049	582,640	1362	541	4,364	7,147	186,817
	0,367	21	-206,778	1276,737	593,222	1348	538	5,582	9,309	189,743
3)	0,384	22	-196,533	1250,718	603,467	Hodnoty totožné s hodnotami dle programu Pro/ENGINEER				190,349
	0,401	23	-187,065	1227,849	612,935					187,686
	0,419	24	-178,346	1207,785	621,654					182,092
	0,436	25	-170,284	1190,086	629,716					174,013
	0,454	26	-162,804	1174,397	637,196					163,814
	0,471	27	-155,840	1160,425	644,160					151,795
	0,489	28	-149,339	1147,930	650,661					138,204
	0,506	29	-143,250	1136,712	656,750					123,250
	0,524	30	-137,533	1126,604	662,467					107,107
	0,541	31	-132,152	1117,465	667,848					89,924
	0,559	32	-127,075	1109,176	672,925					71,829
	0,576	33	-122,273	1101,637	677,727					52,929
	0,593	34	-117,730	1094,760	682,270					33,318
	0,611	35	-113,402	1088,472	686,598					13,087
	0,628	36	-109,292	1082,708	690,708					-7,701
	0,646	37	-105,374	1077,413	694,626					-28,980
	0,663	38	-101,634	1072,538	698,366					-50,692

#### **4. ZÁVĚR**

V Tab. 1 jsou uvedeny analyticky vypočtené hodnoty souřadnic těžiště výtlaku plováku válcového tvaru pomocí výpočtového programu Mathcad a tyto souřadnice jsou srovnávány s numericky vyjádřenými hodnotami souřadnic těžiště výtlaku získanými výpočtem pomocí metody konečných prvků v prostředí ProEngineer. Odchyšky příslušných hodnot souřadnic těžiště výtlaku určených analyticky a numericky jsou vyjádřeny v tabulce č. 1 chybou v %.

#### **POUŽITÁ LITERATURA**

- [1] HRABOVSKÝ, L. Závěrečná zpráva projektu VaV ČBÚ P.č. 62-08 za 3. čtvrtletí 2009 etapy č. 4 pod názvem „Dynamická stabilita, ověření stability v provozních podmínkách“. Ostrava, září 2009.