

ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ MODEL DOPYTU CESTUJÚCICH PO PRÍMESTSKEJ AUTOBUSOVEJ DOPRAVE

ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ MODEL OF PASSENGERS DEMAND FOR SUBURB BUS TRANSPORT

Ondrej Cyprich¹

Anotace: Príspevok prezentuje lineárny stochastický model dopytu cestujúcich vrátane výstupov testov jeho použiteľnosti na prognostické účely. V porovnaní s doteraz používanými prognostickými postupmi v oblasti prímestskej autobusovej dopravy prináša analyzovaný model významné zvýšenie spoľahlivosti prognostických výstupov.

Kľúčová slova: Dopyt cestujúcich. Modelovanie dopytu. Krátkodobé prognózovanie dopytu.

Summary: The paper is written on the linear stochastic model of the passengers demand for suburban bus transport and includes the outcomes of model reliability tests too. Compared with previously used forecasting methods in the sphere of suburban bus transport, analyzed model provides a significant improvement of the reliability of its prognostic outcomes.

Key words: Passengers demand . Demand modelling. Short-term demand forecasting.

1. ÚVOD

Samotná problematika analýzy, modelovania a prognózovania reálneho dopytu cestujúcich po prepravných službách v rámci systémov prímestskej autobusovej dopravy aplikáciou teórie jednorozmerných časových radov je v podmienkach Slovenskej republiky riešená odbornými publikáciami viac-menej len okrajovo. Poliak [1] a Surovec [2] prezentujú len základné teoretické poznatky o rozdelení, vlastnostiach, elementárnych charakteristikách a trendovej analýze časových radov v cestnej doprave. Podrobnejšej deskripcii prognostických postupov použiteľných v sfére dopravy sa venujú Mikolaj [3, 4] a Dolinayová [5]. Na možnosti praktickej aplikácie prognostických metód v oblasti prímestskej autobusovej dopravy poukazujú výstupy odborných štúdií publikovaných Konečným [6]. Na tvorbu prognóz vývoja dopytu cestujúcich bol v spomínanom príspevku použitý modul *Automatic forecasting* programového vybavenia SAS LE 4.1, ktorý neposkytuje spoľahlivé prognostické výstupy ako manuálne, na základe výsledkov predprognostickej analýzy skúmaného časového radu, navrhnutý prognostický model. Model *logaritmicky transformovaného homogénneho časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné* ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou prezentovaný v príspevku predstavuje alternatívu prognostického postupu prinášajúcu výrazné zvýšenie spoľahlivosti prognostických výstupov v porovnaní s doteraz

¹ Ing. Ondrej Cyprich, Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta PEDaS, Katedra cestnej a mestskej dopravy, Univerzitná 1, 010 26 Žilina, Tel.: +421 41 513 35 23, E-mail: ondrej.cyprich@fpedas.uniza.sk

používanými prognostickými postupmi a tým aj zníženie miery neistoty vyplývajúcej z aplikácie prognostických výstupov v procese riadenia dopravnej spoločnosti. Tento model je čiastkovým výstupom riešenia dizertačnej práce [7].

2. MATERIÁL A METÓDY RIEŠENIA PROGNOTICKEJ ÚLOHY

2.1 Vstupné údaje modelovania

Vstupnými údajmi modelovania boli spolupracujúcim dopravcom, pôsobiacim v sfére prímestskej autobusovej dopravy, zhromažďované údaje o počte cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné. Tieto hodnoty boli agregované súčtom tak, aby výstupom procesu agregácie bol časový rad mesačných hodnôt sledovaného ukazovateľa (obdobie mesiacov 1/2000 – 12/2007).

Hodnoty takto vytvoreného časového radu dopytu cestujúcich boli považované za priestorovo a vecne homogénne, nakoľko sa v priebehu špecifikovaného obdobia nemenila geografická pôsobnosť dopravcu ani technológia prepravy cestujúcich v rozsahu ovplyvňujúcom jeho homogenitu z vecného a priestorového aspektu. Rovnaké vymedzenie hodnôt skúmaného časového radu z časového hľadiska bolo zabezpečené vlastnou [7], charakteristiky ukazovateľa dopytu cestujúcich zohľadňujúcou, modifikáciou Ciprom [8] popísaných postupov kalendárneho očisťovania.

Aplikáciou subjektívnych a objektívnych metód boli v predprognostickej analýze [7] identifikované a náležite potvrdené klesajúci lineárny trend, ročná sezónnosť a multiplikatívny charakter (potreba logaritmickkej transformácie vstupov procesu modelovania) homogénneho časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné. V príspevku prezentovaný model *logaritmicky transformovaného homogénneho časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné* ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou zohľadňuje predprognostickou analýzou identifikované vlastnosti skúmaného časového radu v plnom rozsahu.

Pre potreby predprognostickej analýzy, tvorby modelov a prognóz skúmaného ukazovateľa boli použité predovšetkým programové vybavenia SAS LE 4.1 a SAS 9.3.1.

2.2 Metódy tvorby a testovania modelu

Pri tvorbe modelu ARIMA (p, d, q)(P, D, Q)_S aplikáciou Boxovej-Jenkinsovej metodológie boli použité postupy a zásady výstavby lineárnych stochastických modelov a ich teoretických vlastností popísané Arltom [9] a Ciprom [8]. V príspevku charakterizovaný model bol vytvorený vzhľadom na multiplikatívny charakter homogénneho časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné z logaritmicky transformovaných hodnôt tohto ukazovateľa.

Model logaritmicky transformovaného homogénneho časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou (ďalej len model) bol testovaný z hľadiska spĺňania požiadaviek kladených na vzájomnú lineárnu nezávislosť, stacionaritu (homoskedasticitu) a normalitu pravdepodobnostného rozdelenia jeho reziduí.

Vzájomná lineárna nezávislosť reziduí modelu bola posudzovaná *Bartletovým testom autokorelácie* [10] a *Ljungovými-Boxovými χ^2 štatistikami* [11].

Stacionarita reziduálnej zložky skúmaného modelu bola vyhodnocovaná *rozšírenými Dickeyovými-Fullerovými testami jednotkového koreňa* [12] a *Dickeyovými-Fullerovými testami jednotkového koreňa sezónnych časových radov* [13].

Na vyhodnotenie normality pravdepodobnostného rozdelenia hodnôt reziduálnej zložky modelu boli použité *Shapiro-Wilkov (S-W)* [14], *D'Agostinom* [15], *Prinsom* [16] a *Filibenom* [17] popísaný *Kolmogorov-Smirnov (K-S)*, *Cramér-von Misesov (C-M)*, *Anderson-Darlingov (A-D) test*.

Štatistická významnosť parametrov tohto modelu bola testovaná *parciálnymi t-testami* používajúc pritom ich charakteristiku popísanú Marčekom [18].

3. EMPIRICKÉ VÝSTUPY RIEŠENIA PROGNOTICKEJ ÚLOHY

Výstupmi procesu riešenia prognostickej úlohy boli odhady parametrov analyzovaného modelu vrátane vyhodnotenia ich štatistickej významnosti (tab. 1), miery presnosti modelu, bodové prognózy (ex-post, ex-ante), intervalové odhady vývoja (ex-ante) skúmaného ukazovateľa dopytu cestujúcich generovaných jeho matematicko-štatistickým modelom.

Tab. 1 – Odhady parametrov modelu ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou

| parameter modelu | odhad parametra | smerodajná chyba odhadu parametra | testovacie kritérium t | p-hodnota |
|----------------------|-----------------|-----------------------------------|------------------------|-----------|
| konštantá | -0,08065 | 0,0117 | -6,9185 | <,0001 |
| AR(1) - ϕ_1 | 0,83714 | 0,0618 | 13,5511 | <,0001 |
| SAR(1) - ϕ_{12} | -0,39335 | 0,1247 | -3,1551 | 0,0023 |

Zdroj: výstupy výpočtov autora

pozn. Za štatisticky významné parametre na $\alpha = 0,05$ možno považovať tie, ktorých *p-hodnota* < α .

Za účelom vyhodnotenia prognostickej presnosti modelu boli použité tradičné (*RMSE*, *MAPE*), penalizačné (*AIC* [19] a *SBIC* [20]) ako i extrapoláčne miery kvality modelu *MAPE₁₂*, *MAPE₃*. Vypočítané hodnoty mier prognostickej presnosti konštruovaného modelu vid' tab. 2.

Tab. 2 – Miery prognostickej presnosti modelu ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou

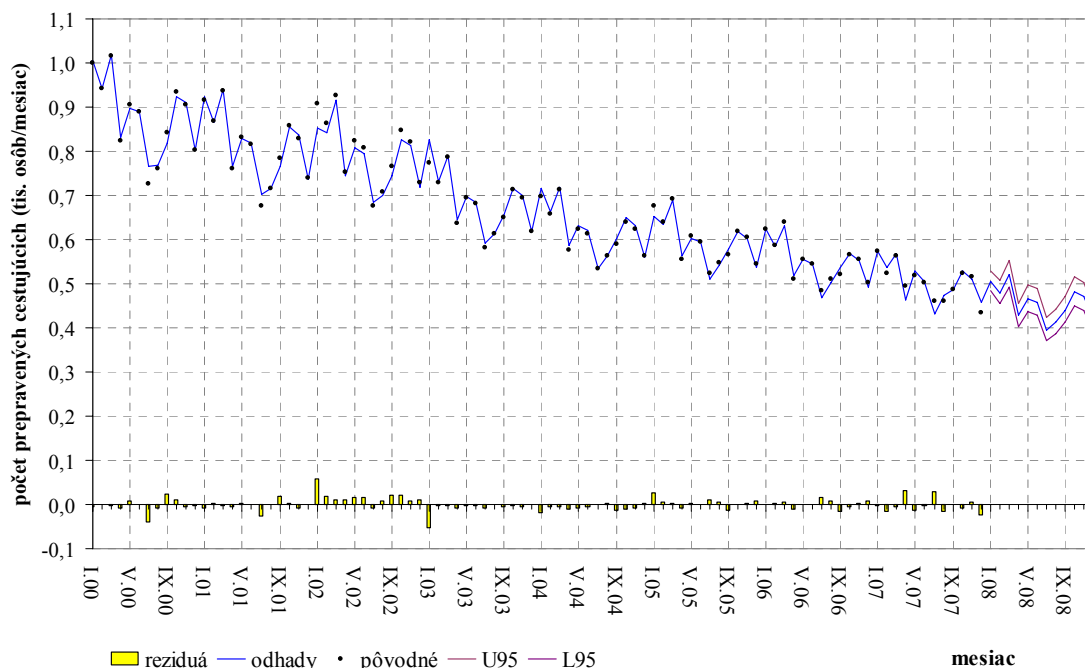
| ukazovateľ | jednotka | hodnota | ukazovateľ | jednotka | hodnota |
|------------|---------------|---------|--------------------|----------|---------|
| RMSE | [cestujúcich] | 40,663 | MPE | [%] | -0,088 |
| MAPE | [%] | 1,549 | MAPE ₁₂ | [%] | 3,382 |
| AIC | [-] | 628,493 | MAPE ₃ | [%] | 2,923 |
| SBIC | [-] | 635,785 | | | |

Zdroj: výstupy výpočtov autora

pozn. Na výpočet interpolačných mier hodnotiacich kvalitu modelu boli použité empirické a modelom generované hodnoty ukazovateľa dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné za obdobie mesiacov 1/2000 – 12/2007, pričom parametre modelu použitého na generovanie boli odhadnuté aplikáciou hodnôt

rovnakého obdobia. Na výpočet extrapoláčnych mier prognostickej presnosti modelu boli použité empirické a modelom generované hodnoty skúmaného ukazovateľa za obdobie mesiacov 1/2007 – 12/2007 pre $MAPE_{12}$ a 10/2007 – 12/2007 pre $MAPE_3$, pričom na rozdiel od interpolačných mier pre odhad parametrov modelu použitého na generovanie boli použité hodnoty ukazovateľa dopytu cestujúcich za obdobie mesiacov 1/2000 – 12/2006 pre $MAPE_{12}$ a 1/2000 – 9/2007 pre $MAPE_3$.

Empirické (pôvodné) hodnoty, hodnoty získané odhadom aplikáciou príslušného ARIMA modelu a hornú (U95) a dolnú (L95) hranicu 95% intervalu spoľahlivosti prognózy ukazovateľa dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné vid'. obr. 1.



Zdroj: Autor

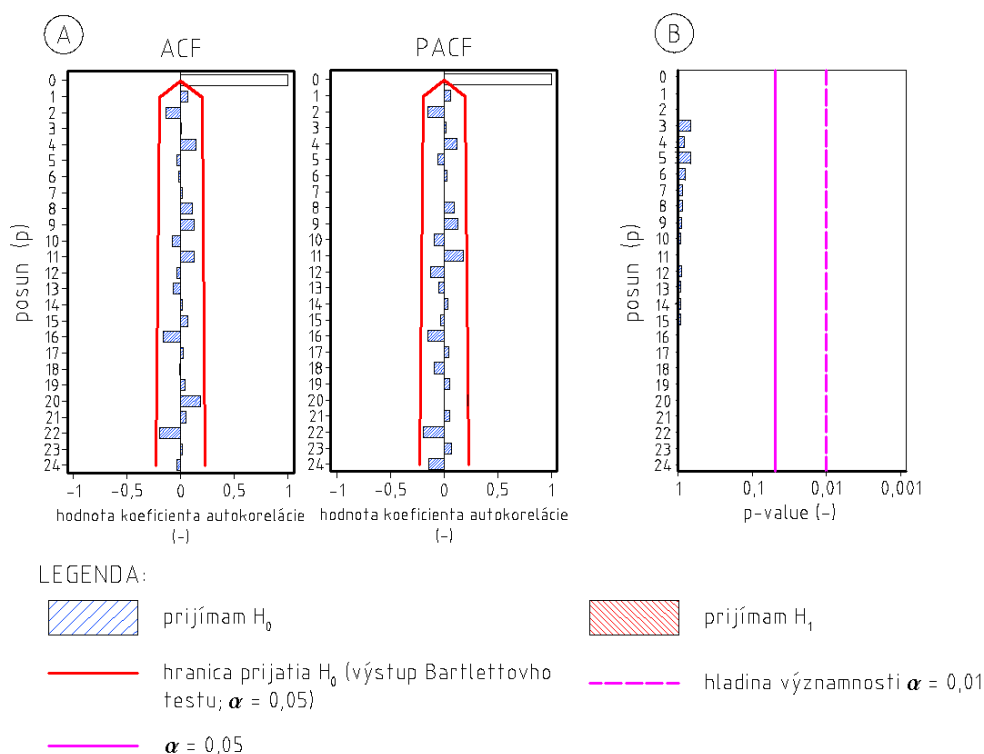
Obr. 1 - Pôvodné, modelom odhadované a prognózované hodnoty časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné

pozn. Z dôvodu ochrany záujmov spolupracujúcej dopravnej spoločnosti sú hodnoty obr. 1 prezentované vo forme základných indexov (báza január 2000).

Platnosť hypotézy $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ proti hypotéze $H_1: \text{non } H_0$ bola testovaná *Bartletovým testom*. Výstupy tohto testu pozostávajú z grafov *autokorelačných (ACF)* a *parciálnych autokorelačných funkcií (PACF)* ako i hraníc prijatia resp. zamietnutia hypotézy H_0 o lineárnej nezávislosti reziduí (vid'. obr. 2a). Prostredníctvom autokorelogramov bol vyjadrený priebeh *ACF* a *PACF* reziduálnej zložky modelov dopytu cestujúcich, tvorených koeficientmi autokorelácie ρ_p v posunoch $p = 1, 2, \dots, 24$. Určenie hodnôt koeficientov autokorelácie radu p vychádzal z teórie odhadu *ACF* a *PACF* popísanej napr. Arltoom [9]. Hranice zamietnutia hypotézy H_0 boli pre jednotlivé posuny určené aplikáciou Bartlettom definovanej podmienky, ktorá je v zjednodušenej forme daná vzťahom (1).

$$|\rho_p| > 1,96 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \left(1 + 2 \sum_{p=1}^{k-1} \rho_p^2\right)} ; \quad p = 1, 2, \dots, k \quad (k = 24) \quad (1)$$

kde výraz pod odmocninou je štandardnou chybou odhadu *koeficienta autokorelácie* ρ_p reziduí v posunoch $p = 1, 2, \dots, 24$ a n vyjadruje počet dátových bodov (dĺžku) časového radu. Prijatím hypotézy H_0 o vzájomnej lineárnej nezávislosti reziduí nespĺnením podmienky (1) v celom rozsahu posunov $p = 1, 2, \dots, 24$ pre *ACF* aj *PACF* bolo v prípade skúmaného modelu potvrdené splnenie požiadaviek z hľadiska vzájomnej lineárnej nezávislosti jeho reziduí a súčasne aj štatistickej nevýznamnosti chýb vyplývajúcich z autokorelácie reziduí testovaného modelu. Skutočnosť do akej miery analyzovaný model spĺňal požiadavky z hľadiska lineárnej nezávislosti jeho reziduí je zrejماً aj z obr. 2a. Vzhľadom na existenciu nedostatkov *Bartlettovho testu* boli výsledky tohto testu doplnené testami *autokorelácie aplikáciou Ljungových-Boxových χ^2 štatistík*.



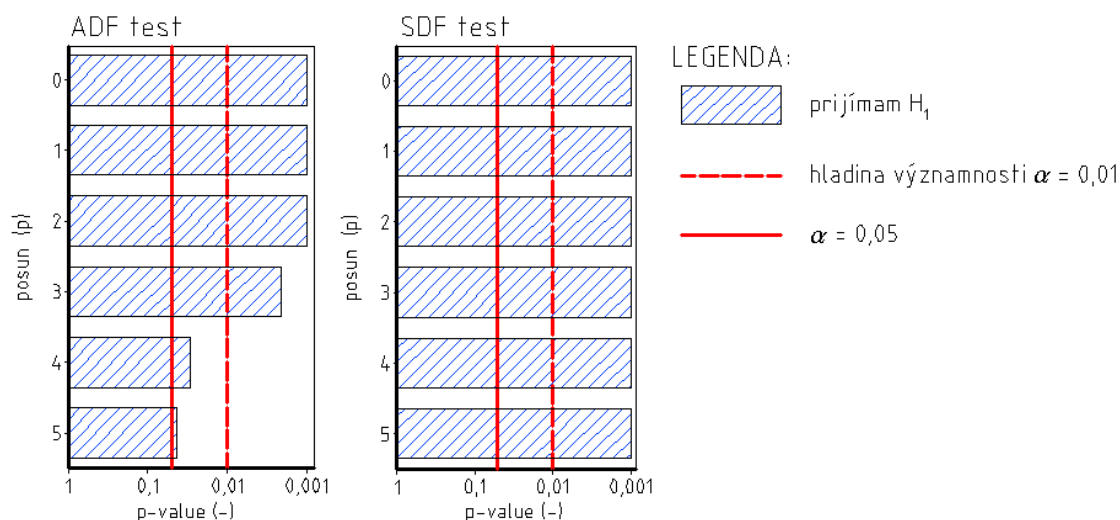
Zdroj: Výstupy výpočtov autora

Obr. 2 - Autokorelačné a parciálne autokorelačné funkcie reziduí modelu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné

Testami autokorelácie reziduí modelu aplikáciou *Ljungových-Boxových χ^2 štatistík* bola rovnako ako pri *Bartlettovom teste autokorelácie* testovaná hypotéza $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ proti hypotéze $H_1: \text{non } H_0$. Výpočet *Ljungových-Boxových χ^2 štatistík* vychádzal zo vzťahov definovaných Ljungom [11], pričom konečné vyhodnotenie testov pre posuny autoregresného procesu $p = 1, 2, \dots, 24$ bolo realizované posúdením štatistickej významnosti týchto štatistík vyjadrenej *p-hodnotami*. Hypotéza H_0 o vzájomnej lineárnej nezávislosti reziduí modelu bola prijatá na základe splnenia podmienky (2) pre jej prijatie v celom rozsahu posunov $p = 1, 2, \dots, 24$. Miera splnenia podmienky (2) je zrejماً z obr. 2b.

$$p - \text{hodnota} > \alpha ; \quad \alpha = 0,05 \tag{2}$$

Rozšírené Dickeyove-Fullerove SM (single mean) (*ADF* testy) a sezónne Dickeyove-Fullerove SM testy (*SDF* testy) boli pri testovaní skúmaného modelu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné použité pri testovaní hypotézy H_0 : ukazuje sa, že časový rad reziduí modelu dopytu cestujúcich má jednotkový koreň s p -tym posunom (oneskorením), proti hypotéze H_1 : časový rad reziduí modelu dopytu cestujúcich nemá jednotkový koreň, t. j. je stacionárny, v prípade *ADF* testu v úrovni resp. *SDF* testu v sezónnosti. Splnením podmienky (2) v celom rozsahu posunov p u *ADF* aj *SDF* testov reziduí bolo na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ potvrdené splnenie požiadaviek z hľadiska stacionarity reziduí testovaného modelu a tiež neprítomnosť chýb vyplývajúcich z nestacionarity jeho reziduálnej zložky. Skutočnosť do akej miery model spĺňal požiadavky z hľadiska stacionarity reziduí, je zrejmá aj z obr. 3.



Zdroj: Výstupy výpočtov autora

Obr. 3 - Výstupy ADF a SDF testov reziduí modelu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné

Aplikáciou S-W, K-S, C-M a A-D testov normality bola testovaná hypotéza H_0 : pre normalizované reziduá modelu je charakteristické normálne normálové pravdepodobnostné rozdelenie $N(0, 1)$ proti alternatíve H_1 : pre normalizované reziduá je charakteristické iné ako pravdepodobnostné rozdelenie $N(0, 1)$. Hypotézu H_0 by z teoretického hľadiska bolo možné prijať už za predpokladu splnenia podmienky (2). Pri štatistických súboroch s malým rozsahom (dĺžkou časových radov $n < 100$) je hodnota *sily testu* nízka pre detekciu väčších odchýlok od normality, ktoré môžu byť dôležité. Z dôvodu zlepšenia detekčných schopností testov normality bola hodnota α podmienky (2) prijatia H_0 tohto testu zvýšená podľa odporúčaní aplikácie SAS OnlineDoc [21] z pôvodných 0,05(-) na 0,15(-). Z tab. 3 je zrejmé, že hypotéza H_0 o normalite pravdepodobnostného rozdelenia skúmaného modelu nebola potvrdená ani jedným z použitých testov normality.

Tab. 3 – Výstupy testov normality reziduí modelu ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou

| typ testu normality | testovacia štatistika | | p-hodnota | |
|----------------------|-----------------------|---------|-----------|---------|
| Shapiro-Wilkov | W | 0,84007 | Pr < W | <0,0001 |
| Kolmogorov-Smirnovov | D | 0,16129 | Pr > D | <0,0100 |
| Cramer-von Misesov | W ² | 0,63402 | Pr > W-Sq | <0,0050 |
| Andersonov-Darlingov | A ² | 3,84739 | Pr > A-Sq | <0,0050 |

Zdroj: Výstupy výpočtov autora

4. ZÁVER

Na základe výstupov testovacích procedúr je zrejmé, že *model logaritmicky transformovaného homogénneho časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné* ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou spĺňa požiadavky kladené na štatistickú významnosť jeho parametrov, autokoreláciu a stacionaritu jeho reziduálnej zložky. Analyzovaný model však nevyhovuje požiadavke normality rozdelenia pravdepodobnosti jeho reziduí. Tento jav je v procese modelovania aplikáciou lineárnych stochastických modelov jednorozmerných ekonomických časových radov podľa Arlta [9] pomerne bežný a neodstrániteľný. Eliminácia tohto javu aplikáciou nelineárnej konštrukcie modelu (napr. TAR, STAR, SETAR) skúmaného ukazovateľa alebo rozšírenia pôvodného lineárneho modelu o časť popisujúcu premenlivú variabilitu reziduálnej zložky skúmaného časového radu (napr. ARCH, GARCH, EGARCH modely) bude preto predmetom ďalšieho výskumu.

V porovnaní s prognostickými výstupmi štúdie Katedry cestnej a mestskej dopravy publikovanými Konečným [6] by bolo možné aplikáciou v práci charakterizovaného modelu dosiahnuť priemerné zúženie 95 % intervalu spoľahlivosti prognózy z ± 250 na ± 70 tis. prepravených osôb. Rozsiahlejšie porovnanie modelu prezentovaného v príspevku, vzhľadom na absenciu kľúčových indikátorov prognostickej kvality Konečným [6] navrhutého prognostického modelu, nebolo možné. Sprievodným javom zvýšenia miery spoľahlivosti vyjadrenej zúžením 95 % intervalu spoľahlivosti prognózy je obyčajne zvýšenie prognostickej presnosti modelu, preto je možné stanoviť hypotézu o vyššej prognostickej presnosti *modelu logaritmicky transformovaného homogénneho časového radu dopytu cestujúcich prepravených za obyčajné cestovné* ARIMA (1, 0, 0) (1, 1, 0)₁₂ s konštantou.

POUŽITÁ LITERATÚRA

- [1] POLIAK, M., J., KONEČNÝ, V. *Ekonomika cestnej a mestskej dopravy 1 : Návod na cvičenia*. [CD-ROM]. 1. vyd. Žilina : EDIS, 2007. 151 s. ISBN 80-88829-63-1
- [2] SUROVEC, P. *Tvorba systému mestskej hromadnej dopravy*. 1. vyd. Žilina : EDIS, 1999. 143 s. ISBN 80-7100-586-X
- [3] MIKOLAJ, J., KEUČKA, J. a VANČO, B. *Plánovanie a prognostika*. 1. vyd. Košice : Multiprint, 2005. 242 s. ISBN 978-80-969-1483-8
- [4] MIKOLAJ, J., VANČO, B. *Štatistika pre manažérov*. 1. vyd. Žilina : RVS FŠI ŽU, 2000. 222 s. ISBN 80-88829-63-1

- [5] DOLINAYOVÁ, A., NEDELIÁKOVÁ, E. *Prognózovanie pre manažérov dopravy*. 1. vyd. Bratislava : Iura edition, 2010. 149 s. Ekonómia. ISBN 978-80-8078-306-8
- [6] KONEČNÝ, V. *Prognózovanie dopytu po prímestskej autobusovej doprave pomocou teórie časových radov*. In: Perner's Contacts [online]. 1.vyd. september 2009, ročník 4., číslo III..[cit. 8. apríl 2009], s. 130-136. Dostupné na: <http://pernerscontacts.upce.cz/15_2009/Konecny.pdf> ISSN 1801-674X
- [7] CYPRICH, O. *Modelovanie vývoja vybraných kvantitatívnych ukazovateľov ako nástroja riadenia dopravnej spoločnosti*. [písomná práca k dizertačnej skúške]. Školiteľ: Liščák, Š. Žilina : Žilinská univerzita v Žiline, 2010.
- [8] CIPRA, T. *Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii*. 2. vyd. Praha : STNL; Bratislava : ALFA, 1986. 248 s. ISBN 04-012-86
- [9] ARLT, J., ARLTOVÁ, M. *Ekonomické časové řady*. 1. vyd. Praha : Professional Publishing, 2009. 290 s. ISBN 978-80-86946-85-6
- [10] BARTLETT, M.S. *On the Theoretical Specification of Sampling Properties of Autocorrelated Time Series*. In: Journal of the Royal Statistical Society, 1946, volume 8, No. 1, s. 27-41.
- [11] LJUNG, G. M., BOX, G. E. P. *On the Measure of Lack Fit in Time Series Models*. In: Biometrika. 1978, volume 65, s. 297-303.
- [12] HAMILTON, J. D. *Time Series Analysis*. Princeton : Princeton University Press. 1. vydanie. 1994. 813 s. ISBN 0-691-042289-6
- [13] DICKEY, D. A., HASZA, D. P. a FULLER, W.A. *Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series*. In: Journal of the American Statistical Association, June 1984, volume 79, number 386, s. 355-367.
- [14] SHAPIRO, S. S., WILK, M. B. *An Analysis of Variance Test for Normality (complete samples)*. In: Biometrika, 1965, volume 52, s. 591-611.
- [15] D'AGOSTINO, R. B., STEPHENS, M. A. *Goodness-of-Fit Techniques*. 1. vyd. New York: Marcel Dekker. 576 s. ISBN 978-0824774875
- [16] PRINS, J. et alii. *Product and process comparisons*. In: NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods. [online]. [s.l.] : NIST/SEMATECH. Vydané 6. júl 2003. Posledná aktualizácia 23. júna 2010. [citované 27. jún 2010], kap. 7.2 Comparisons based on data from one process. Dostupné na: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>
- [17] FILIBEN, J. J., HECKERT, A. *Exploratory Data Analysis*. In: NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods. [online]. [s.l.] : NIST/SEMATECH. Vydané 6. júl 2003. Posledná aktualizácia 23. jún 2010. [citované 27. jún 2010], kap. 1.3.5 Quantitative Techniques. Dostupné na: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>
- [18] MARČEK, D., MARČEK, M. *Analýza, modelovanie a prognózovanie časových radov s aplikáciami v ekonomike*. 1. vyd. Žilina : EDIS, 2001. 282 s. ISBN 80-7100-870-2
- [19] AKAIKE, H. *Factor Analysis and AIC*. In: Psychometrika, 1987, volume 52, s. 317-332.

- [20] SCHWARZ, G. *Estimating the Dimension of a Model*. In: The Annals of Statistics, 1978, vol. 6, No. 2, s. 461-464.
- [21] SAS OnlineDoc® 9.1.3. [počítačový program na disku]. Cary, NC : SAS Institute Inc. 2003. posledná aktualizácia 22. december 2008.
- [22] SAS LE 4.1 [počítačový program na disku]. Cary, NC : SAS Institute Inc. 2006. posledná aktualizácia 22. december 2008.
- [23] SAS 9.1.3 [počítačový program na disku]. Cary, NC : SAS Institute Inc. 2003. posledná aktualizácia 22. december 2008.